

MATEMÁTICAS 02-2016

Primer apellido

Segundo apellido

Nombre

N.º de identificación

Dirección Regional de Educación

Sede donde efectuó la prueba

Aula n.º

Fecha

Nombre del delegado de aula

Firma del delegado de aula

MATEMÁTICAS 02-2016

Primer apellido

Segundo apellido

Nombre

N.º de identificación

Dirección Regional de Educación

Sede donde efectuó la prueba

Aula n.º

Fecha

Nombre del delegado de aula

Firma del delegado de aula

CON ESTA COLILLA RETIRE EL CUADERNILLO DE LA PRUEBA

Nota importante: De no retirar el cuadernillo en el tiempo estipulado después de cada prueba, la administración del programa procederá a reciclarlo, pues asumirá que el estudiante ha renunciado a su posesión.

**PROGRAMA DE BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE
CONVOCATORIA 02-2016**

ENTREGA DE RESULTADOS A LOS ESTUDIANTES

<p>Los resultados de las pruebas del programa de BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE (BXM), realizadas en la convocatoria 02-2016, se entregarán el lunes 10 y martes 11 de octubre del 2016, según horario de oficina, en las direcciones regionales de educación correspondientes y para los estudiantes de San José en la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, en Paseo Colón, Calle 40, Avenida 3, del Banco de Costa Rica del Paseo Colón 75 metros al norte.</p> <p>Para retirar los resultados deberán presentar un documento de identificación o el carné del programa de Bachillerato por Madurez Suficiente y el comprobante que se les entregó cuando realizaron cada prueba.</p> <p style="text-align: center;">RECURSOS DE REVOCATORIA</p> <p>Los estudiantes que no estén conformes con sus resultados, podrán plantear los recursos de revocatoria, según el siguiente procedimiento:</p> <p>a) Dirigirlos en forma individual al Departamento de Evaluación Académica y Certificación de la</p>	<p>Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad del MEP, por medio de las respectivas direcciones regionales de educación, dentro de los tres días hábiles siguientes al último día de entrega de resultados (es decir, 13, 14 y 17 de octubre del 2016).</p> <p>b) Presentarlos en las fórmulas diseñadas para tal efecto. SOLO SE DARÁ CURSO a los recursos de revocatoria que contengan expreso señalamiento de los aspectos que se objetan, debidamente razonados y fundamentados.</p> <p>c) LOS RESULTADOS DE LOS RECURSOS DE REVOCATORIA se entregarán el jueves 27 y viernes 28 de octubre del 2016 en las direcciones regionales de educación correspondientes y para los estudiantes de San José en la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Quienes no retiren sus resultados en las fechas señaladas no tendrán derecho a acudir ante otra instancia.</p> <p>d) Es obligación del estudiante verificar los resultados obtenidos después del periodo de recursos de revocatoria. Si se concede algún ítem, estos pueden variar para toda la población.</p>
--	--

**PROGRAMA DE BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE
CONVOCATORIA 02-2016**

ENTREGA DE RESULTADOS A LOS ESTUDIANTES

<p>Los resultados de las pruebas del programa de BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE (BXM), realizadas en la convocatoria 02-2016, se entregarán el lunes 10 y martes 11 de octubre del 2016, según horario de oficina, en las direcciones regionales de educación correspondientes y para los estudiantes de San José en la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, en Paseo Colón, Calle 40, Avenida 3, del Banco de Costa Rica del Paseo Colón 75 metros al norte.</p> <p>Para retirar los resultados deberán presentar un documento de identificación o el carné del programa de Bachillerato por Madurez Suficiente y el comprobante que se les entregó cuando realizaron cada prueba.</p> <p style="text-align: center;">RECURSOS DE REVOCATORIA</p> <p>Los estudiantes que no estén conformes con sus resultados, podrán plantear los recursos de revocatoria, según el siguiente procedimiento:</p> <p>a) Dirigirlos en forma individual al Departamento de Evaluación Académica y Certificación de la</p>	<p>Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad del MEP, por medio de las respectivas direcciones regionales de educación, dentro de los tres días hábiles siguientes al último día de entrega de resultados (es decir, 13, 14 y 17 de octubre del 2016).</p> <p>b) Presentarlos en las fórmulas diseñadas para tal efecto. SOLO SE DARÁ CURSO a los recursos de revocatoria que contengan expreso señalamiento de los aspectos que se objetan, debidamente razonados y fundamentados.</p> <p>c) LOS RESULTADOS DE LOS RECURSOS DE REVOCATORIA se entregarán el jueves 27 y viernes 28 de octubre del 2016 en las direcciones regionales de educación correspondientes y para los estudiantes de San José en la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. Quienes no retiren sus resultados en las fechas señaladas no tendrán derecho a acudir ante otra instancia.</p> <p>d) Es obligación del estudiante verificar los resultados obtenidos después del periodo de recursos de revocatoria. Si se concede algún ítem, estos pueden variar para toda la población.</p>
--	--

Instrucciones para realizar la prueba

A. Materiales para realizar la prueba

- ✓ Un cuadernillo que contiene únicamente preguntas de selección.
- ✓ Una hoja para respuestas (hoja para lectora óptica).
- ✓ Un bolígrafo con tinta azul o negra. (No utilice marcador o pluma).
- ✓ Un corrector con líquido blanco.
- ✓ Una tabla de valores trigonométricos.
- ✓ Una lista de símbolos y fórmulas.
- ✓ Una calculadora básica o científica **no** programable (**opcional**).

B. Indicaciones generales

1. Escriba los datos que se le solicitan en el envés de la hoja para respuestas.
2. Solo se calificará lo que aparece en su hoja para respuestas.
3. En la hoja para respuestas, no altere ni realice correcciones en el recuadro que tiene impreso sus datos personales y código de barras. Utilice el espacio para observaciones.
4. No utilice los espacios correspondientes a identificación y tiempo que se encuentran en la hoja para respuestas, a menos que se le indique.
5. Apagar teléfonos celulares, aparatos reproductores de música o cualquier artefacto electrónico que pueda causar interferencia durante la aplicación de la prueba.
6. Quitarse los audífonos.
7. No usar gorra ni lentes oscuros.
8. El folleto de la prueba debe permanecer doblado mientras lo esté resolviendo, con excepción de la prueba de idioma extranjero y Matemáticas.
9. Estas instrucciones no deben ser modificadas por ningún funcionario que participe en el proceso de administración de la prueba.

C. Para responder las preguntas de selección en el cuadernillo

1. Antes de iniciar la prueba, revise que el cuadernillo esté bien compaginado, sin hojas manchadas y que contenga la totalidad de preguntas indicadas en el encabezado de la prueba. Debe avisar inmediatamente al delegado de aula en caso de encontrar cualquier anomalía.
2. Utilice el espacio en blanco al lado de cada pregunta para realizar cualquier anotación, si lo considera necesario. No se permite hojas adicionales.
3. Lea cada enunciado y sus respectivas opciones. Seleccione y marque en el cuadernillo la opción que es correcta para cada caso. Recuerde que de las cuatro opciones (A-B-C-D) que presenta cada pregunta, solo una opción es correcta.

D. Para rellenar los círculos en la hoja para respuestas

1. Rellene completamente con bolígrafo el círculo correspondiente a la letra seleccionada para cada pregunta en la hoja para respuestas. Solo debe rellenar un círculo como respuesta para cada pregunta. Por ejemplo:



2. Si necesita rectificar la respuesta, utilice corrector líquido blanco sobre el círculo por corregir y rellene con bolígrafo de tinta negra o azul la nueva opción seleccionada. Además, en el espacio de observaciones de la hoja para respuestas debe anotar y firmar la corrección efectuada (**Ejemplo: 80=A, firma**). Se firma solo una vez al final de todas las correcciones.

E. Indicaciones específicas para esta prueba

En esta prueba, a menos que en la pregunta se indique lo contrario, se debe considerar lo siguiente:

1. Cuando se establezcan equivalencias o resultados que involucren radicales de índice par, el subradical representará números positivos.
2. Cuando se pregunte por un resultado aproximado, las opciones se presentarán, ya sea con redondeo al décimo más cercano o al centésimo más cercano. Asimismo, cuando se requiera, use 3,14 como aproximación de π y 2,72 como aproximación de e . En cuanto a los valores trigonométricos, utilice 4 decimales tal como se presenta en la tabla que se ofrece en los anexos de esta prueba.
3. Las ecuaciones deben resolverse en \mathbb{R} .
4. Las expresiones algebraicas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas que aparecen en esta prueba, se suponen bien definidas, por lo tanto, las restricciones necesarias en cada caso no se escriben.
5. Las funciones de la prueba, son funciones reales de variable real, consideradas en su dominio máximo.
6. Los dibujos no necesariamente están hechos a escala. La figura trata solamente de ilustrar las condiciones del problema.
7. En las gráficas de funciones, las puntas de flecha indican el sentido positivo de los ejes.
8. En la resolución de problemas, lo que se mide son los conocimientos y las habilidades matemáticas, por lo que independientemente si el contexto es hipotético o verídico, siempre se considera existente.

SELECCIÓN

60 PREGUNTAS

- 1) Considere la siguiente información referida a la ecuación de una circunferencia dada por $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 16$:

¿Cuáles son las coordenadas del centro de dicha circunferencia?

- A) (4, 2)
- B) (4, - 2)
- C) (- 4, 2)
- D) (- 4, - 2)

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 2 y 3:

El radar Würzburg detecta embarcaciones que se ubican a una distancia menor o igual a 70 km (suponga que este radar, en su alcance máximo forma una circunferencia y que está centrado en el origen de un sistema de coordenadas).

- 2) Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El diámetro de la circunferencia máxima que describe el radar es 140 km.**
- II. Una embarcación ubicada en cualquier punto que esté a 4900 km de distancia del radar, es detectada por él.**

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

3) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El radar detecta a una embarcación que se encuentra a 50 km norte y 50 km oeste de él.
- II. El radar detecta a una embarcación que se encuentra a 40 km norte y 31 km oeste de él.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

4) Considere la circunferencia dada por $x^2 + (y - 2)^2 = 4$, y las siguientes rectas determinadas por:

- I. $y = 1$ II. $y = 5$

Con base en la información anterior, ¿cuál o cuáles son rectas tangentes a la circunferencia?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

5) Considere la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 4$, y las siguientes rectas determinadas por:

- I. $y = 3$ II. $y = x$

Con base en la información anterior, ¿cuál o cuáles son rectas exteriores a la circunferencia?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

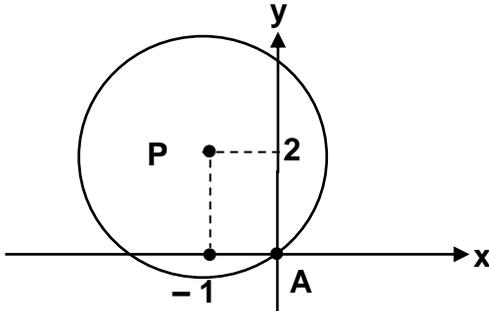
- 6) Considere la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 9$, y las siguientes rectas determinadas por:

I. $y = 1$	II. $y = -x + 1$
------------	------------------

Con base en la información anterior, ¿cuál o cuáles son rectas secantes a la circunferencia?

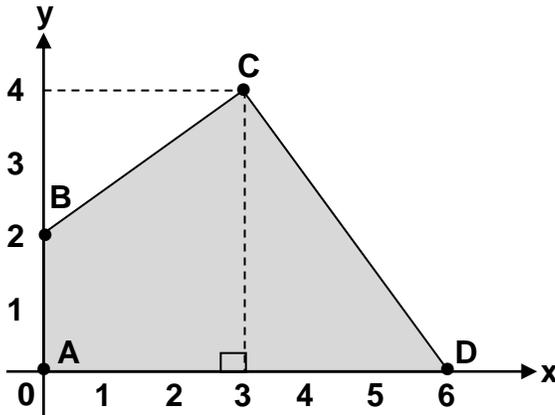
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II
-
- 7) Considere la circunferencia dada por $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 81$. Si se traslada la circunferencia, desplazando su centro 3 unidades a la izquierda (paralelo al eje "x" o de las abscisas), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a
- A) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 81$
- B) $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 81$
- C) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 81$
- D) $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 81$

- 8) Considere la siguiente gráfica referida a una circunferencia cuyo centro es el punto $P(-1, 2)$, contiene el punto $A(0, 0)$ y la longitud de su radio es $\sqrt{5}$:



De acuerdo con la información anterior, si se traslada la circunferencia, desplazando su centro 5 unidades a la izquierda (paralelo al eje de las abscisas) y 3 unidades hacia abajo (paralelo al eje de las ordenadas), entonces se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

- A) $(x + 6)^2 + (y + 1)^2 = 5$
 B) $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 5$
 C) $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 5$
 D) $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 5$
- 9) Considere la información de la siguiente figura, la cual corresponde a un cuadrilátero representado en un sistema de coordenadas rectangulares:



Con base en la información anterior, el área del cuadrilátero ABCD corresponde a

- A) 9
 B) 15
 C) 16
 D) 21

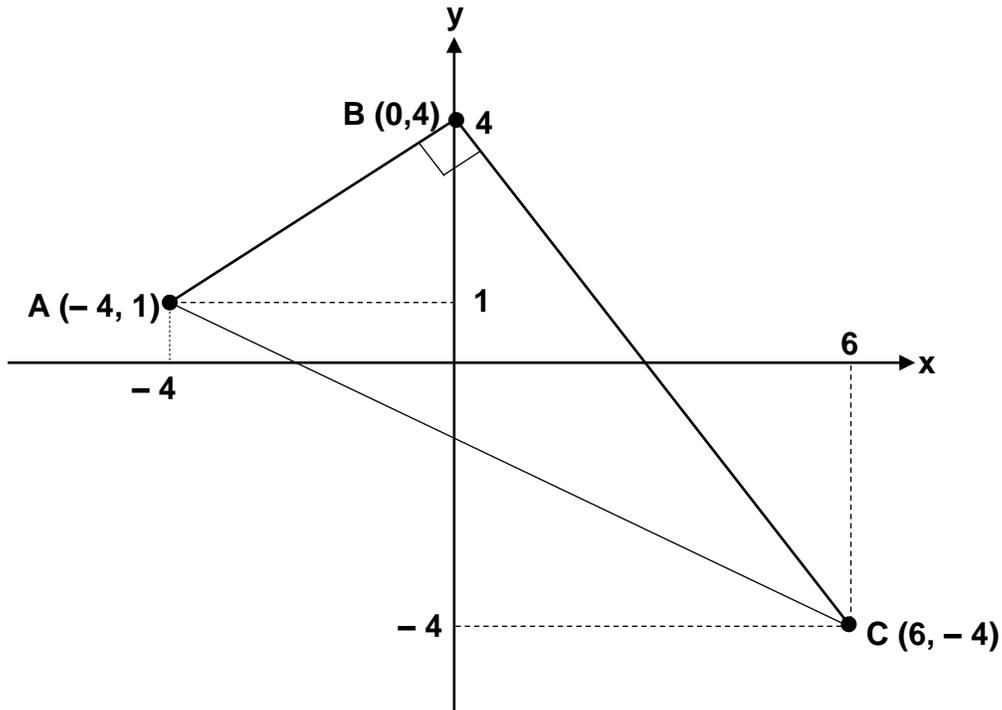
- 10) Considere un polígono regular, tal que, la medida de un ángulo central es 60° . Si la longitud del lado es 5, entonces el perímetro de ese polígono es
- A) 10
 - B) 20
 - C) 25
 - D) 30

Considere la siguiente información para responder las preguntas 11 y 12:

Se quiere cercar con alambre de púas un terreno, el cual tiene forma de cuadrado y la medida de su lado es 60 m. Además, un rollo de alambre de púas de 168 m cuesta ₡8500 (el alambre solo se vende por rollos).

- 11) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno?
- A) 912
 - B) 3400
 - C) 3600
 - D) 10 080
- 12) Si se desea cercar todo el terreno con 3 hilos de alambre, entonces, ¿cuánto dinero, en colones, se debe invertir como mínimo en la compra de los rollos de alambre?
- A) 17 000
 - B) 25 500
 - C) 34 000
 - D) 42 500

13) Considere la información de la siguiente gráfica:

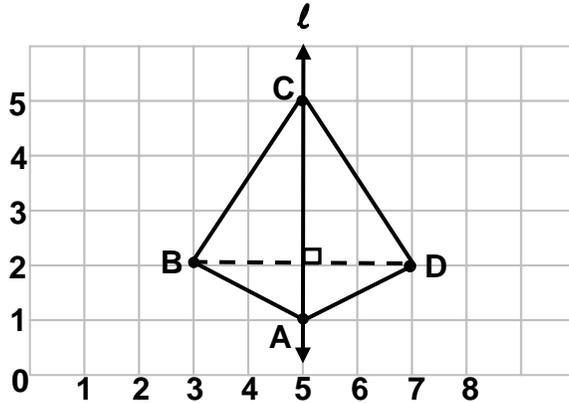


Con base en la información anterior, ¿cuál es el perímetro del triángulo ΔABC ?

- A) $11 + \sqrt{5}$
- B) $15 + \sqrt{29}$
- C) $11 + \sqrt{29}$
- D) $15 + 5\sqrt{5}$

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 14 y 15:

La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD, donde la recta l es el eje de simetría de la figura:



14) Considere las siguientes proposiciones:

- | | |
|--|-----------------------------|
| I. $\triangle ABC$ es congruente con $\triangle ADC$. | II. La preimagen de A es C. |
|--|-----------------------------|

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

15) Considere las siguientes proposiciones:

- | | |
|-------------------------|---|
| I. B es homólogo con D. | II. \overline{AB} es homólogo con \overline{AD} . |
|-------------------------|---|

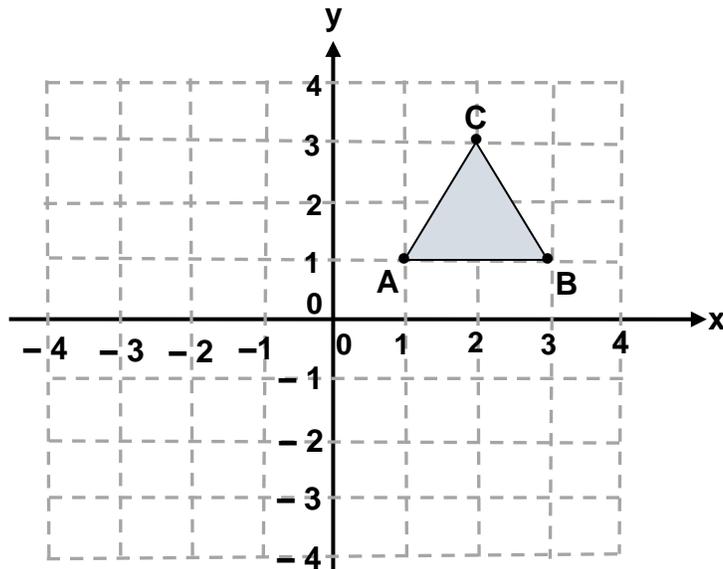
¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 16) Si se transforma el triángulo $\triangle ABC$ cuyos vértices son $A(-1, 1)$, $B(1, 3)$ y $C(2, 2)$, mediante una homotecia centrada en el origen de coordenadas y de razón $K = -2$, entonces, ¿cuáles son las coordenadas del vértice homólogo con $A(-1, 1)$?

- A) $(2, -2)$
- B) $(-2, 2)$
- C) $(-4, -4)$
- D) $(-2, -6)$

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 17 y 18:

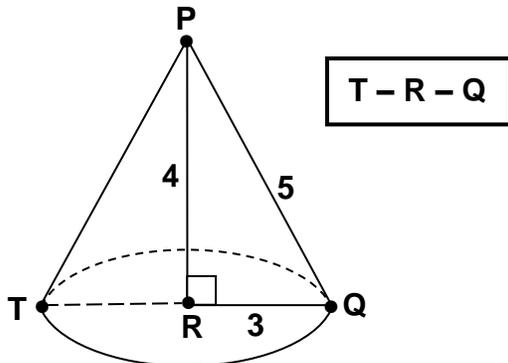


- 17) Al realizarle una reflexión a $\triangle ABC$ a través del eje de las abscisas (eje x), las coordenadas de uno de los nuevos vértices, son

- A) $(2, -3)$
- B) $(-3, 3)$
- C) $(-1, 3)$
- D) $(-2, -1)$

- 18) Se realiza la traslación de $\triangle ABC$ paralelo al eje de las abscisas (eje x), en 5 unidades hacia la izquierda. ¿Cuáles son las coordenadas de uno de los nuevos vértices?
- A) $(3, -3)$
 - B) $(4, -1)$
 - C) $(-3, 2)$
 - D) $(-4, 1)$

Con base en la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 19 y 20:



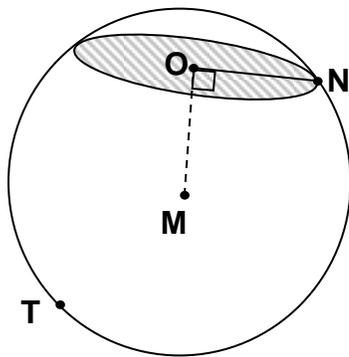
- 19) ¿Cuál es la medida de la altura del cono?
- A) 3
 - B) 4
 - C) 5
 - D) 6
- 20) ¿Cuál punto representa el vértice del cono?
- A) T
 - B) R
 - C) Q
 - D) P

21) Sea un cilindro circular recto, tal que, la medida del diámetro de la base es 12. Si un plano paralelo a la base del cilindro interseca a dicho cilindro, entonces, la longitud de la sección plana que se forma entre ellos, corresponde a

- A) 6π
- B) 12π
- C) 36π
- D) 144π

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 22 y 23:

La siguiente figura ilustra una esfera y una sección plana producto de la intersección de esta con un plano. Además, considere que $TM = 5$ y $ON = 3$.



M: centro de la esfera
O: centro de la sección plana

22) ¿Cuál es la longitud de la sección plana?

- A) 6π
- B) 8π
- C) 9π
- D) 10π

23) ¿Cuál es la distancia del centro de la esfera al centro de la sección plana dada?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 24, 25 y 26:

Sean **A** y **B** dos conjuntos dados por $A = \{ x / x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \}$
y $B = \{ x / x \in \mathbb{R}, -3 < x < 5 \}$, donde \mathbb{R} es el universo.

24) Al realizar $A \cup B$, se obtiene

- A) $[0, 5[$
- B) $] -3, 0[$
- C) $]5, +\infty[$
- D) $] -3, +\infty[$

25) Si se realiza $A \cap B$, se obtiene

- A) $[0, 5[$
- B) $]0, 5]$
- C) $] -3, 5[$
- D) $] -3, +\infty[$

26) Con base en el contexto anterior y en los conjuntos $C = \{ x / x \in \mathbb{R}, x < 0 \}$ y $D = \{ x / x \in \mathbb{R}, x > 5 \}$, considere las siguientes proposiciones:

- I. **C es complemento de A.**
- II. **D es complemento de B.**

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

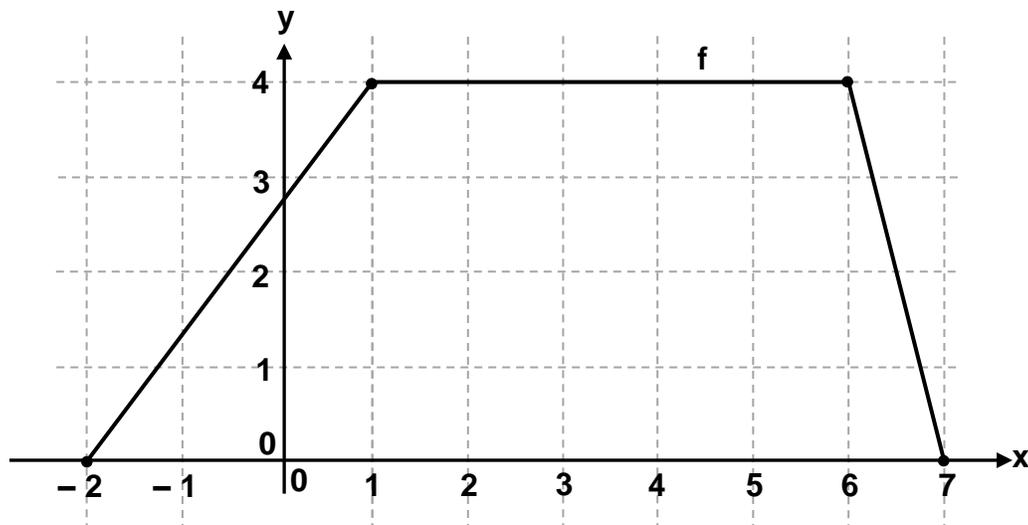
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 27) Considere las siguientes proposiciones referidas al conjunto D dado por $D =]-4, 8]$:

I. $0 \in D$	II. $] - 3, 2] \subset D$
--------------	---------------------------

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II
- 28) Considere la siguiente gráfica referida a la función f :



De acuerdo con la información anterior, un intervalo del dominio de f , donde f posee inversa, corresponde a

- A) $] 1, 4 [$
B) $] 4, 7 [$
C) $] 6, 7 [$
D) $] - 2, 4 [$

Considere la siguiente información para responder las preguntas 29 y 30:

Sea f una función que posee inversa, tal que,
 $f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbf{P}$; con $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$.

- 29) ¿Cuál es el dominio de la inversa de f ?
- A) $[0, +\infty[$
B) $[2, +\infty[$
C) $[-2, +\infty[$
D) $[-1, +\infty[$
- 30) ¿Cuál es el ámbito de la inversa de f ?
- A) $[1, +\infty[$
B) $[2, +\infty[$
C) $] -\infty, 1]$
D) $] -\infty, 2]$
- 31) Sean las funciones $f(x) = x^2 + 2$, con dominio $\{0, 1, 2\}$ y $g(x) = x + 1$, con dominio $\{2, 3, 6\}$.

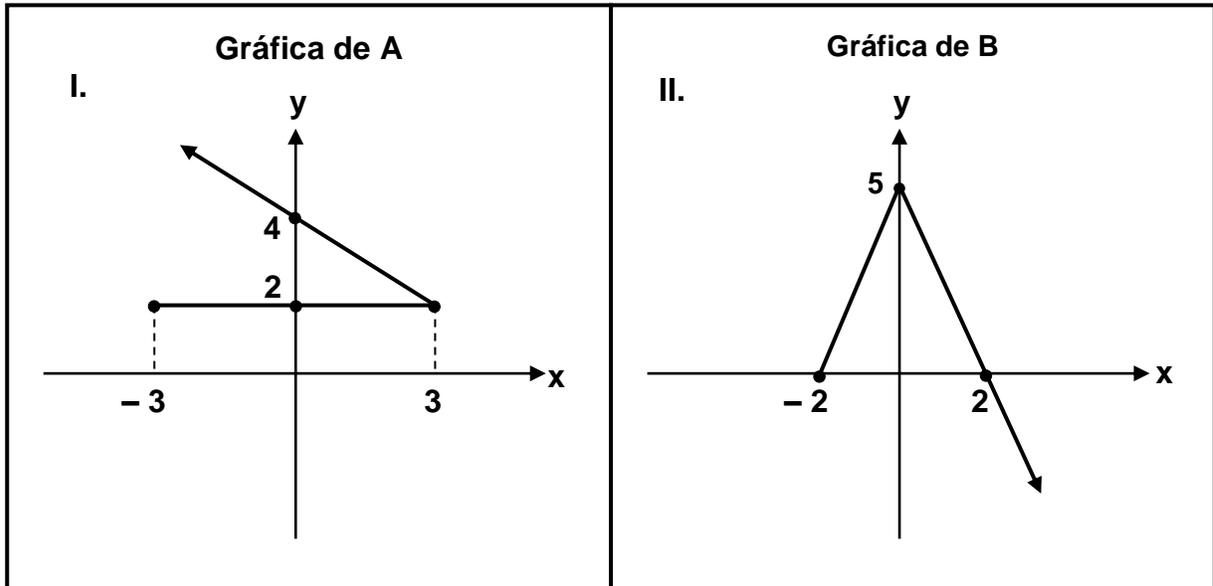
Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. $(g \circ f)(x) = x^2 + 3$
- II. **No tiene sentido la composición $(f \circ g)(x)$ pues el ámbito de g no coincide con el dominio de f .**

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

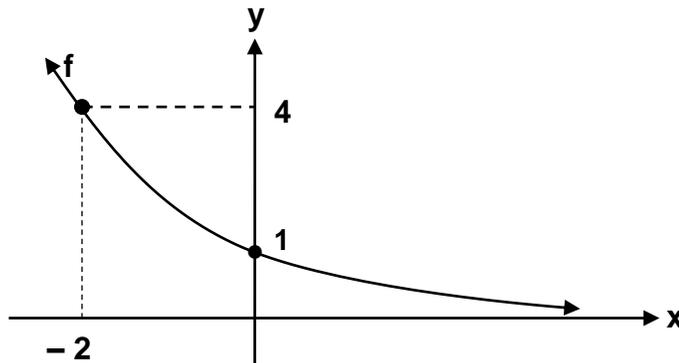
32) Considere las gráficas de las relaciones A y B:



¿Cuál o cuáles de las anteriores gráficas corresponden a la gráfica de una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente gráfica de una función exponencial f de la forma $f(x) = a^x$, para responder las preguntas 33 y 34:



33) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f :

- I. El valor de "a" es 2.
II. Si $x > 0$, entonces $0 < f(x) < 1$.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

34) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f :

- I. $(0,1)$ pertenece al gráfico de f .
II. La gráfica de f es decreciente.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

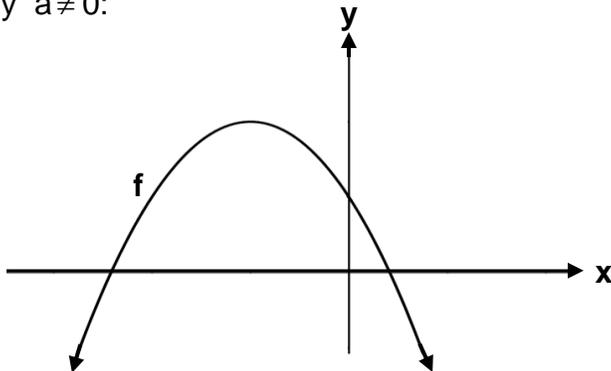
- 35) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función exponencial f con $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, dada por $f(x) = 2^x$:

- I. La inversa de f está dada por $f^{-1}(x) = \log_2(x)$.
- II. La gráfica de f interseca el eje de las abscisas (eje x) pero no interseca el eje de las ordenadas (eje y).

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 36) Considere la siguiente gráfica de una función f con criterio $f(x) = ax^2 + bx + c$ y $a \neq 0$:



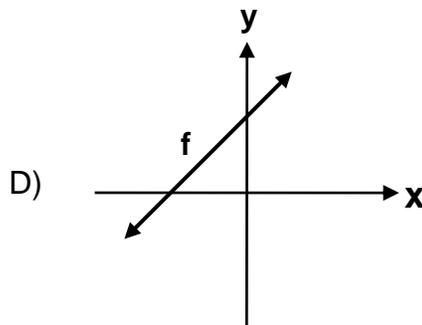
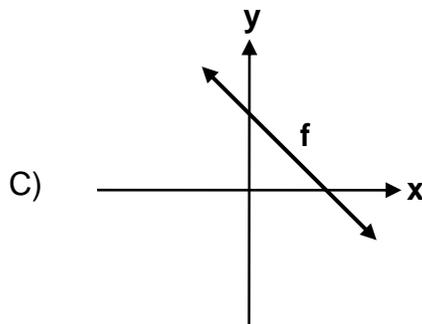
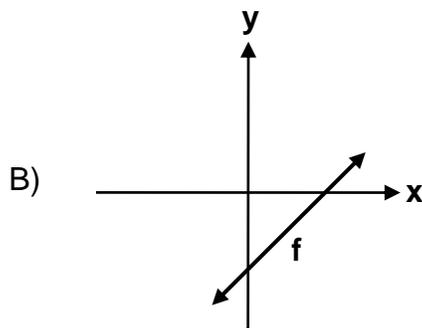
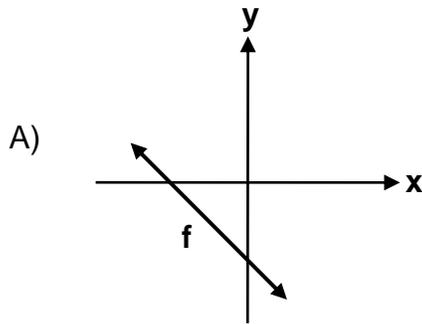
Considere las siguientes proposiciones sobre la parábola anterior:

- I. $a < 0$ II. $c > 0$

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

37) Sea la función lineal de la forma $f(x) = mx + b$, con $m \neq 0$. Si $m < 0$ y $b > 0$, entonces, una posible gráfica para f corresponde a



- 38) Considere las siguientes proposiciones, referidas a la función f , dada por $f(x) = \log_a x$, donde $(9, 2)$ es un elemento del gráfico de f :

<p>I. $0 < a < 1$</p> <p>II. $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$</p>

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 39 y 40:

<p>La empresa Omega produce estuches para celulares. El costo de producir cada estuche es de ₡400 y cada uno de ellos se vende en ₡2000.</p>

- 39) Si en un mes Omega realiza una inversión de ₡4 000 000 en la producción de estuches, entonces, ¿cuántos estuches se produjeron en ese mes?
- A) 2000
 - B) 2400
 - C) 8000
 - D) 10 000
- 40) Una función que modela el ingreso $I(x)$ de la empresa en términos de la cantidad “ x ” de estuches vendidos corresponde a
- A) $I(x) = 400x$
 - B) $I(x) = 2000x$
 - C) $I(x) = 400x - 2000$
 - D) $I(x) = 2000x - 400$

- 41) El precio “P(t)” de cierta marca de equipo tecnológico, en dólares (\$), está dado por $P(t) = 15\,000 \cdot (0,7)^t$, donde “t” representa los años desde el momento en que el equipo salió al mercado.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El precio de un equipo al salir al mercado es de \$15 000.
II. Un equipo nuevo pero perteneciente a esa marca con tres años de estar en el mercado vale \$5145.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 42) Considere la siguiente información:

- Se compraron 5 kilogramos entre clavos y tornillos.
- Cada kilogramo de clavos vale ₡400, el de tornillos ₡550 y se pagó un total de ₡2300.

¿Cuántos kilogramos de tornillos se compraron?

- A) 1,0
B) 1,5
C) 2,0
D) 4,0

- 43) El rendimiento “r(x)” de una empresa está modelado por $r(x) = -2x^2 + 1000x$, donde “x” representa la cantidad de empleados contratados. ¿Cuántos empleados necesita contratar la empresa para que su rendimiento sea el máximo?

- A) 100
B) 250
C) 500
D) 1000

- 44) La función $h(t) = 20t - 5t^2$ modela la trayectoria de un objeto lanzado hacia arriba desde el suelo, donde “ $h(t)$ ” es la altura en que se localiza el objeto a los “ t ” segundos de haberse lanzado (suponga que el roce del objeto con el aire es despreciable). ¿Cuántos segundos dura ese objeto desde su lanzamiento hasta el momento que regresa al suelo?
- A) 2
B) 4
C) 5
D) 15
- 45) Un curso universitario posee únicamente dos pruebas. La primera con un valor de 40% y la segunda de 60%. Si un estudiante obtuvo una nota de 70 en la primera prueba y un 60 en la segunda, entonces considerando los valores porcentuales, ¿cuál fue la nota final que obtuvo el estudiante en ese curso?
- A) 64,00
B) 65,00
C) 66,00
D) 57,50
- 46) Considere la siguiente tabla sobre calificaciones obtenidas por un estudiante en un curso:

Rubro de evaluación	Valor porcentual (%)	Calificación obtenida por el estudiante
Examen I	30	90
Examen II	30	70
Proyecto final	40	50

Con base en la información anterior, la nota final del estudiante es

- A) 52
B) 60
C) 68
D) 70

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 47 y 48:

Una docente analiza los resultados de sus estudiantes en una prueba y observa que la media aritmética (promedio) de las calificaciones es de 80,67; la mediana de 68 y la moda de 100. Asimismo, por disposición de la institución, si el 45% o más de los estudiantes no logran la nota mínima de 70, se debe reprogramar una nueva prueba para esas personas.

47) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La nota mínima obtenida fue superior a 68.
- II. El 80,67% de los estudiantes ganaron la prueba.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

48) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La calificación que más se repitió en la prueba fue el 100.
- II. La profesora tuvo que reprogramar una nueva prueba para los estudiantes que no alcanzaron una nota de 70.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 49 y 50:

A continuación se muestran las temperaturas en grados Celsius (se tomó la mayor de cada día), para doce días del mes de enero del año 2016 en la ciudad de San José:

Temperatura	24	26	26	27	27	27	28	29	29	30	30	31
-------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

49) Considere las siguientes proposiciones referidas al contexto anterior:

- I. Al determinar el segundo cuartil se observa que un 50% del total de las temperaturas se ubican entre 28°C (inclusive) y 31°C (inclusive).
- II. Al determinar el primer cuartil se observa que un 25% del total de las temperaturas se ubican entre 24°C (inclusive) y 26°C (inclusive).

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

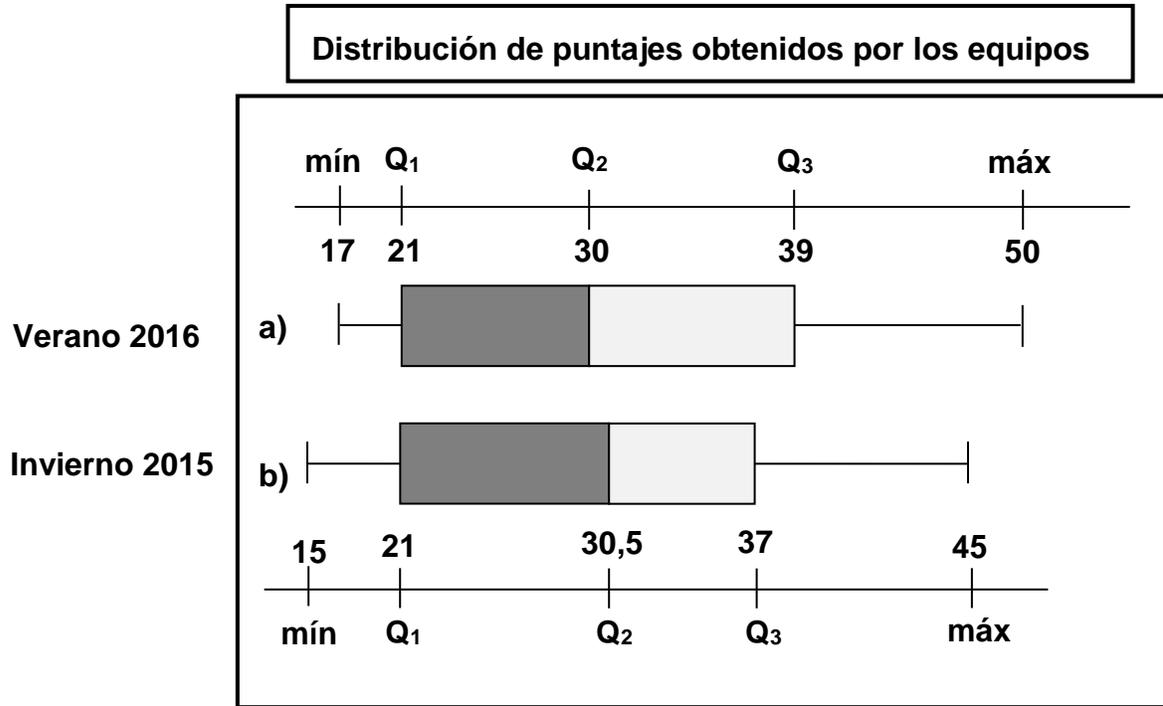
50) Considere las siguientes proposiciones referidas al contexto anterior:

- I. El recorrido de los datos es de 5°C .
- II. La temperatura máxima es 31°C .

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 51) Considere la siguiente información referida a la distribución de los puntajes en el campeonato de fútbol de primera división de Costa Rica en los torneos Invierno 2015 y Verano 2016:



Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La diferencia de puntaje entre el equipo que obtuvo mayor cantidad de puntos y el que obtuvo menos puntos, es mayor en el verano 2016 que en el invierno 2015.
- II. Si el equipo descendido fue el que acumuló menos puntos sumando los dos torneos, entonces, este sumó entre los dos torneos menos de 32 puntos.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 52 y 53:

Una planta envasadora de salsa de tomate utiliza los envases tipo A y B. Un estudio sobre los llenados muestran los siguientes resultados:

- **En los envases tipo A, la cantidad promedio de llenado es de 1 onza y la desviación estándar de 0,08 onzas.**
- **En los envases tipo B, la cantidad promedio de llenado es de 16 onzas y la desviación estándar de 1,04 onzas.**

52) Con base en el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- La cantidad promedio de salsa de tomate es mayor en los envases tipo B que en los envases tipo A.**
- La desviación estándar de las cantidades de salsa de tomate de los envases tipo B, es menor que en los envases tipo A.**

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

53) Con base en la información del contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- Las diferencias de los coeficientes de variación de las cantidades de salsa de tomate entre los dos tipos de envases es de 5,5%.**
- Considerando los coeficientes de variaciones, se tiene que en términos relativos hay mayor variabilidad con las cantidades de salsa de tomate contenidos en los envases tipo A que las presentes en los envases tipo B.**

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Con base en la siguiente información responda las preguntas 54, 55 y 56:

Los 73 niños de una escuela practican una o dos de las tres disciplinas deportivas disponibles (voleibol, natación, atletismo); además se sabe que:

- **25 escogieron voleibol.**
- **25 escogieron natación.**
- **35 escogieron atletismo.**

Asimismo, 5 niños escogieron tanto voleibol como natación; 7 niños eligieron natación y también atletismo. No obstante, ningún niño que practica voleibol practica atletismo.

54) ¿Cuántos niños escogieron solo voleibol?

- A) 7
- B) 12
- C) 18
- D) 20

55) ¿Cuántos niños escogieron solo natación?

- A) 13
- B) 15
- C) 20
- D) 28

56) ¿Cuántos niños escogieron voleibol o atletismo?

- A) 0
- B) 48
- C) 53
- D) 60

57) Considere la siguiente información:

En un jardín de niños hay 4 balones: uno rojo, uno azul, uno blanco y uno verde. En el momento de los juegos se elige uno de esos balones al azar.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La probabilidad de que no se elija el balón verde, es igual que la probabilidad del complemento del evento “elegir el balón verde”.
- II. La probabilidad de elegir un balón rojo o blanco, es igual a la suma de la probabilidad de elegir un balón rojo, más la probabilidad de elegir un balón blanco.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Con base en el siguiente contexto responda las preguntas 58, 59 y 60:

Considere un dado con todas sus caras enumeradas del uno al seis, donde cada uno de sus números tiene la misma probabilidad de obtenerse.

58) Al lanzarse una vez el dado la probabilidad de obtener un número par menor que 3 o impar mayor que 4 es

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{2}{3}$

59) Al lanzarse una vez el dado la probabilidad de obtener un número diferente a 2 es

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{5}{6}$

D) $\frac{1}{2}$

60) Considere las siguientes proposiciones referidas al lanzamiento de un dado:

- I. El evento “obtener un número mayor que cero” es un evento seguro.
- II. El evento “obtener un número mayor que seis” es un evento imposible.

¿Cuál o cuáles de ellas son **verdaderas**?

- A) Solo la II
- B) Solo la I
- C) Ninguna
- D) Ambas

TABLA DE VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

GRADOS	SENO	COSENO	TANGENTE	GRADOS	SENO	COSENO	TANGENTE
0	0,0000	1,0000	0,0000	46	0,7193	0,6947	1,0355
1	0,0175	0,9998	0,0175	47	0,7314	0,6820	1,0724
2	0,0349	0,9994	0,0349	48	0,7431	0,6691	1,1106
3	0,0523	0,9986	0,0524	49	0,7547	0,6561	1,1504
4	0,0698	0,9976	0,0699	50	0,7660	0,6428	1,1918
5	0,0872	0,9962	0,0875	51	0,7771	0,6293	1,2349
6	0,1045	0,9945	0,1051	52	0,7880	0,6157	1,2799
7	0,1219	0,9925	0,1228	53	0,7986	0,6018	1,3270
8	0,1392	0,9903	0,1405	54	0,8090	0,5878	1,3764
9	0,1564	0,9877	0,1584	55	0,8192	0,5736	1,4281
10	0,1736	0,9848	0,1763	56	0,8290	0,5592	1,4826
11	0,1908	0,9816	0,1944	57	0,8387	0,5446	1,5399
12	0,2079	0,9781	0,2126	58	0,8480	0,5299	1,6003
13	0,2250	0,9744	0,2309	59	0,8572	0,5150	1,6643
14	0,2419	0,9703	0,2493	60	0,8660	0,5000	1,7321
15	0,2588	0,9659	0,2679	61	0,8746	0,4848	1,8040
16	0,2756	0,9613	0,2867	62	0,8829	0,4695	1,8807
17	0,2924	0,9563	0,3057	63	0,8910	0,4540	1,9626
18	0,3090	0,9511	0,3249	64	0,8988	0,4384	2,0503
19	0,3256	0,9455	0,3443	65	0,9063	0,4226	2,1445
20	0,3420	0,9397	0,3640	66	0,9135	0,4067	2,2460
21	0,3584	0,9336	0,3839	67	0,9205	0,3907	2,3559
22	0,3746	0,9272	0,4040	68	0,9272	0,3746	2,4751
23	0,3907	0,9205	0,4245	69	0,9336	0,3584	2,6051
24	0,4067	0,9135	0,4452	70	0,9397	0,3420	2,7475
25	0,4226	0,9063	0,4663	71	0,9455	0,3256	2,9042
26	0,4384	0,8988	0,4877	72	0,9511	0,3090	3,0777
27	0,4540	0,8910	0,5095	73	0,9563	0,2924	3,2709
28	0,4695	0,8829	0,5317	74	0,9613	0,2756	3,4874
29	0,4848	0,8746	0,5543	75	0,9659	0,2588	3,7321
30	0,5000	0,8660	0,5774	76	0,9703	0,2419	4,0108
31	0,5150	0,8572	0,6009	77	0,9744	0,2250	4,3315
32	0,5299	0,8480	0,6249	78	0,9781	0,2079	4,7046
33	0,5446	0,8387	0,6494	79	0,9816	0,1908	5,1446
34	0,5592	0,8290	0,6745	80	0,9848	0,1736	5,6713
35	0,5736	0,8192	0,7002	81	0,9877	0,1564	6,3138
36	0,5878	0,8090	0,7265	82	0,9903	0,1392	7,1154
37	0,6018	0,7986	0,7536	83	0,9925	0,1219	8,1443
38	0,6157	0,7880	0,7813	84	0,9945	0,1045	9,5144
39	0,6293	0,7771	0,8098	85	0,9962	0,0872	11,4301
40	0,6428	0,7660	0,8391	86	0,9976	0,0698	14,3007
41	0,6561	0,7547	0,8693	87	0,9986	0,0523	19,0811
42	0,6691	0,7431	0,9004	88	0,9994	0,0349	28,6363
43	0,6820	0,7314	0,9325	89	0,9998	0,0175	57,2900
44	0,6947	0,7193	0,9657	90	1,0000	0,0000	----
45	0,7071	0,7071	1,0000				

SÍMBOLOS			
\parallel	es paralela a	\leftrightarrow \overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B
\perp	es perpendicular a	\rightarrow \overrightarrow{AB}	rayo de origen A y que contiene el punto B
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	segmento de extremos A y B
Δ	triángulo o discriminante	AB	medida del segmento \overline{AB}
\sim	es semejante a	\cong	es congruente con
\forall	para todo	\Rightarrow	implica que
\square	cuadrilátero	\widehat{AB}	arco (menor) de extremos A y B
A – E – C	el punto E está entre A y C (los puntos A, E y C son colineales)	\widehat{ABC}	arco (mayor) de extremos A y C y que contiene el punto B
		A^c	Complemento del conjunto A

FÓRMULAS	
Fórmula de Herón (s : semiperímetro, a, b y c son las medidas de los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$
Ecuación de la circunferencia con centro en C(a,b) y radio r.	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
Distancia "d" entre dos puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$	$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coefficiente de variación (C_v)	$C_v = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$
Posición relativa (P_r) de un dato	$P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$

Polígonos regulares	
Suma de las medidas de los ángulos internos s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	$s = 180^\circ(n - 2)$
Medida de un ángulo interno i: ángulo interno n: número de lados del polígono	$m \angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$
Medida del ángulo central n: número de lados del polígono, c: ángulo central	$m \angle c = \frac{360^\circ}{n}$
Medida de un ángulo externo n: número de lados del polígono e: ángulo externo	$m \angle e = \frac{360^\circ}{n}$
Número de diagonales D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = \frac{n(n - 3)}{2}$
Área P: perímetro, a: apotema	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Simbología	Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular
r radio	$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ $a = \frac{h}{3}$	$l = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	$a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
d diagonal			
a apotema			
l lado			
h altura			

ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	
Figura	Área total
Cubo	$A_T = 6a^2$
Pirámide	$A_T = A_B + A_L$
Prisma	$A_T = A_B + A_L$
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$
Cono (circular recto)	$A_T = \pi r(r + g)$
Cilindro (circular recto)	$A_T = 2\pi r(r + h)$

Simbología			
h: altura	a: arista	A_L : área lateral	g: generatriz
A_b : área de la base	r: radio	A_B : área basal	A_T : área total