Función Lineal

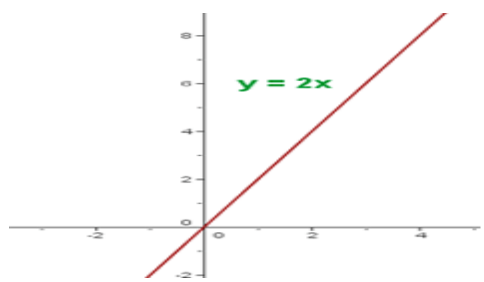
Recordemos que una función es una correspondencia entre los elementos de un conjunto de partida, llamado Dominio, y los elementos de un conjunto de llegada, llamado Condominio, de forma tal que a cada elemento del dominio le corresponde uno, y solo uno, en el codominio.

Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado. Expresión típica:

- aX + b. Donde a y b son números enteros o fracciones. Ejemplo:
- 2x + 3
- $\frac{3}{2}x + \frac{2}{5}$

Grafiquemos la siguiente función

F(x)= 2x

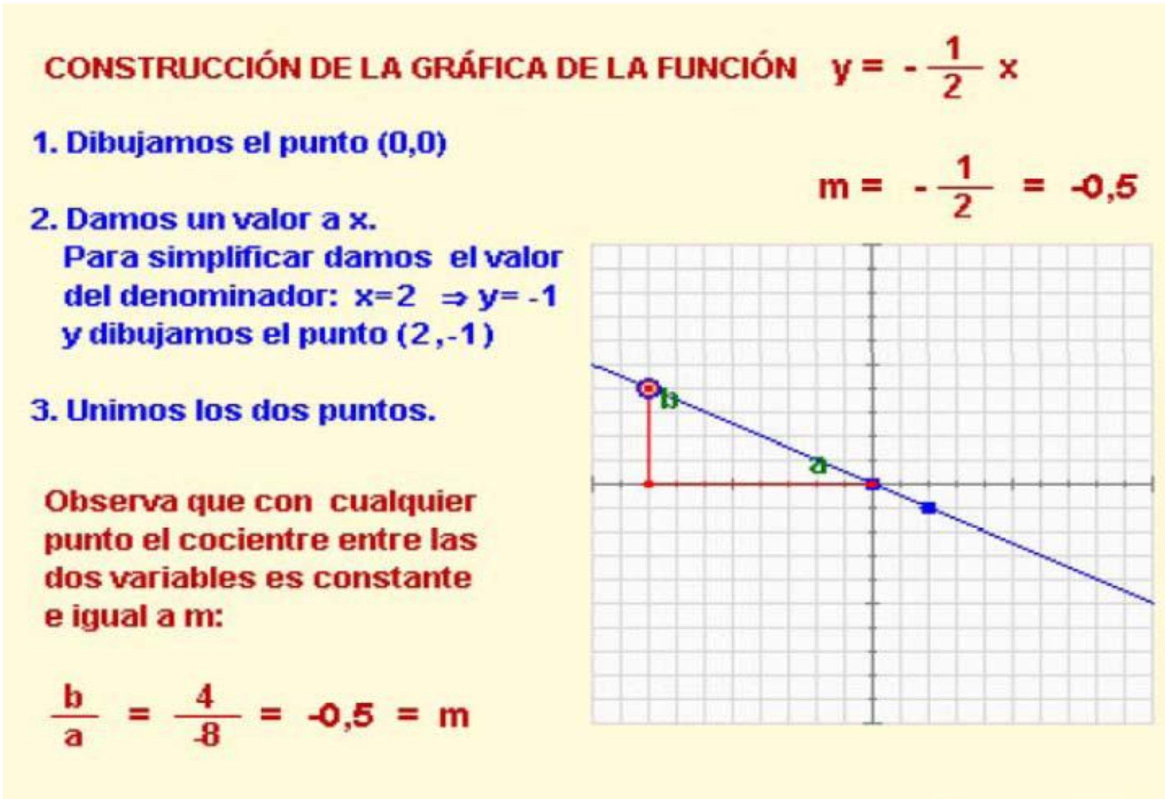


Para representar este gráfico, se le asignan valores a la letra, "x" y se construye una tablita de valores con los datos obtenidos, los cuales nos darán el comportamiento y ubicación de la recta.

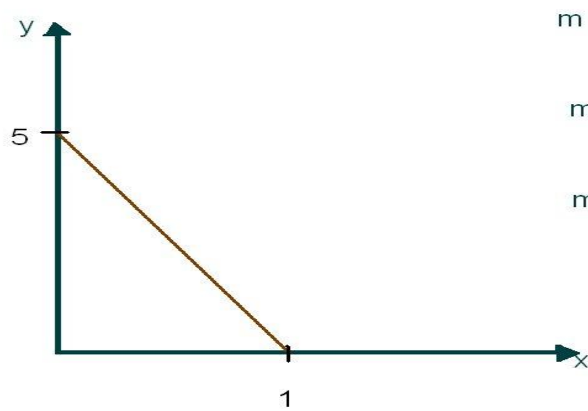
Para la anterior metimos los siguientes valores:

X	0	1	2	3	4
Y=2x	0	2	4	6	8

Otro ejemplo:



Otro ejemplo de cálculo de la pendiente



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} < 0$$

$$m = \frac{0 - 5}{1 - 0} = -5$$

$$m = -5$$

Ahora si tenemos una función lineal; el número que multiplica a "x" representa la pendiente de la recta.

Por ejemplo viendo lo anterior, si tenemos

F(x)= 2x, el 2 representa la pendiente de la recta. Y lo denotamos con la letra a la pendiente. Por tanto diríamos que la pendiente $\rightarrow m=2$

En una recta, la pendiente es siempre constante. Se calcula mediante la ecuación:

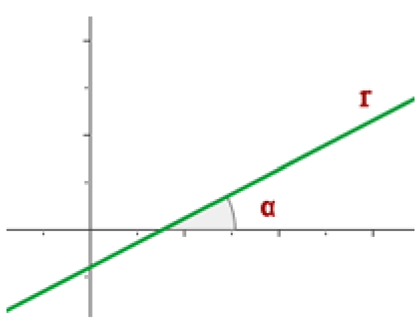
$$m = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Analicemos los dos siguientes casos.

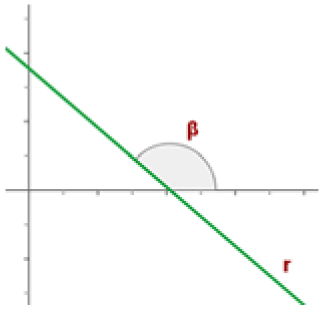
Si $m>0$

La función es creciente y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es agudo.



Si $m<0$

La función es decreciente y el ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es obtuso.



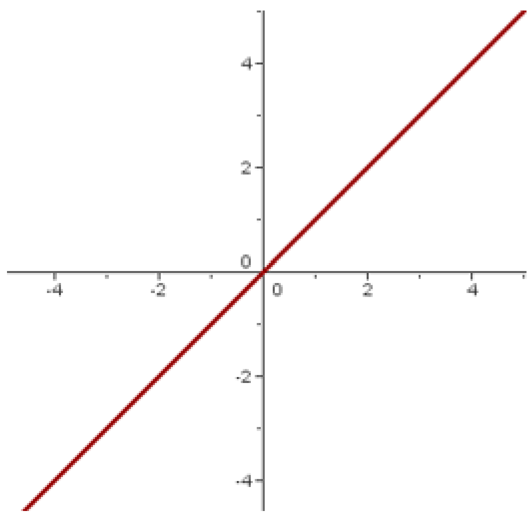
Caso particular

Función identidad

F(x)=x

m=1

Gráfico



Su gráfica es la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

Sean los puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) que determina una recta r. Un vector director de la recta es:

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB}$$

Cuyas componentes son:

$$v_1 = x_2 - x_1 \; v_2 = y_2 - y_1$$

Sustituyendo estos valores en la forma continúa.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Hallar la ecuación de la recta que pasa por A(1,3) y B(2,-5)

Solución:

$$\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-3}{-5-3} \qquad -8x + 8 = y - 3$$

$$8x + y - 11 = 0$$

Ecuaciones de la forma punto-pendiente

Una ecuación de una recta que pasa por un punto **(x_1, y_1)** con pendiente **m** es:

$y - y_1 = m(x - x_1)$.

Conocida por la **ecuación punto-pendiente**.

Hallar la ecuación de la recta con pendiente -2 y pasa por el punto (1, 4). Expresa la ecuación de la forma general.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1, -3) y (3, 7).

Posición relativa de dos rectas

Dadas dos rectas

$\mathbf{y = m_1x + n_1}$ $\mathbf{y = m_2x + n_2}$

Si $m_1 \neq m_2$ las rectas se cortan en un punto cuyas coordenadas se obtienen resolviendo el sistema.

Se dice que las rectas son **secantes**.

Si m1 = m2 las rectas son **paralelas**.

Si, además, n1=n2 las rectas son **coincidentes**.

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 4x - 2y - 3 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$$

Resolvemos aplicando el método de sustitución:

De la ecuación

$$2x - y - 7 = 0$$

Se tiene que

$$y = 2x - 7;$$

Sustituyendo y en la ecuación

$$4x - 2y - 3 = 0,$$

Se obtiene

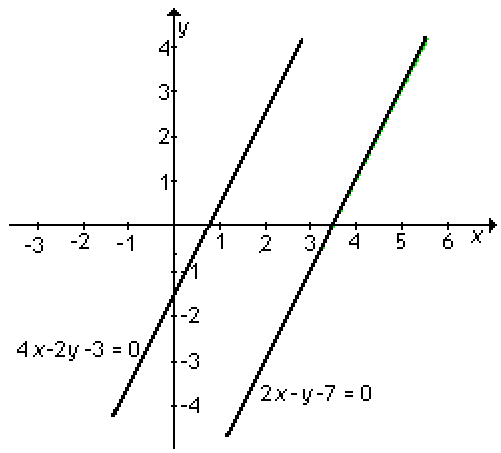
$$4x - 2 \cdot (2x - 7) - 3 = 0,$$

Resolviendo resulta

$$0x = -11.$$

Observemos que no existe ningún número real x que multiplicado por 0 de -11. Por lo tanto el sistema no tiene solución.

En consecuencia, como el sistema ***no tiene solución*** pues no existen valores reales de *x* e *y* que verifiquen simultáneamente ambas ecuaciones. Gráficamente, vemos que las rectas no tienen ningún punto en común; luego son ***rectas paralelas***.



Encuentre gráficamente la pendiente de las rectas que pasan por los siguientes puntos y calcule la pendiente "m" de cada una:

a) (2, 4) y (–1, –2) b) (–3, 5) y (3, –1)

c) (–3, 5) y (2, 1) d) (3, 2) y (5, 2)

A continuación algunos ejercicios resueltos de la función lineal, que serán de gran utilidad

Representar la siguiente función, sabiendo que:

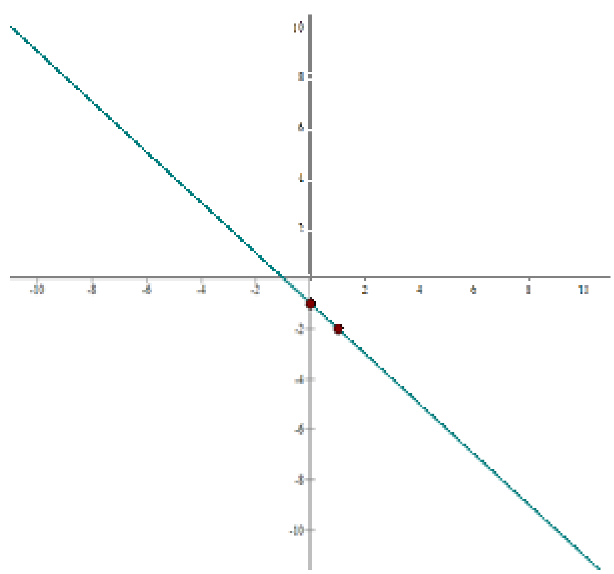
Pasa por el punto (2, -3) y es paralela a la recta de ecuación $y = -x + 7$.

$m = -1$

$-3 = -1 \cdot (-2) + n \qquad n = -1$

$y = -x - 1$

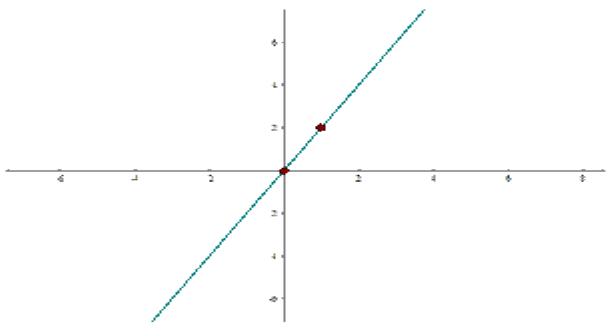
x	$y = -x - 1$
0	-1
1	-2



Representar la función lineal

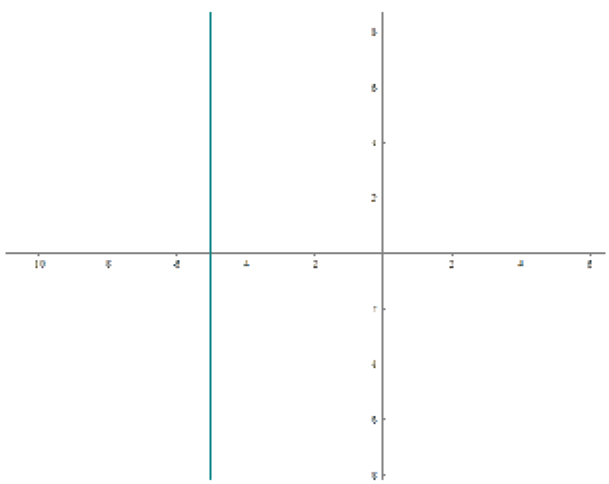
$$y = 2x$$

x	**f(x)=2x**
0	**0**
1	**2**



Representar la recta vertical

$$x = -5$$



Direcciones en línea para que practiquen:

http://www.x.edu.uy/lineal.htm

http://amolasmates.es/pdf/Temas/3_ESO/Funcion%20lineal.pdf

http://www.matematica1.com/2012/05/la-funcion-lineal-ejercicios-resueltos.html

http://amolasmates.es/pdf/ejercicios/3_ESO/Ejercicios%20de%20Funcion%20Lineal.pdf

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/solucionlibro/unidad11.pdf