Elaborado por: Nicole Rodríguez Blanco, estudiante de Enseñanza matemática, Universidad de Costa Rica, 2020. Revisado por: Ronald Jiménez Segura

A continuación, se detalla la solución del Examen de matemáticas / Bachillerato por madurez suficiente-2015

1.Opción correcta C

La respuesta correcta es la opción C, ya que si sacamos los factores en la calculadora con MODE 5-4. Se obtiene que $x_1 = 2$, $x_2 = -3$, y $x_3 = 0$.

2.Opción correcta B

Factorizando por variable tenemos que

$$x^2 + 3y - 3x - y^2$$

$$(3y - 3x) + (x^2 - y^2)$$
$$3(-y + x) + (x - y)(x + y)$$
$$(X - y)[-3 + X + y]$$

3. Opción correcta D

$$\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{(x + 1)^2}$$

$$\frac{(x - 1)^2 - 2(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)(x + 1)^2}$$

$$\frac{(x + 1)\big(x + 1 - 2(x - 1)\big)}{(x - 1)(x + 1)^3}$$

$$\frac{x + 1 - 2x + 2}{(x - 1)(x + 1)^2}$$

$$\frac{-x + 3}{(x - 1)(x + 1)^2}$$

4. Opción correcta B

$$\frac{x + 2}{5x - 15} \div \frac{x - 2}{5x - 15} = \frac{(x + 2) * (5x - 15)}{(x - 2) * (5x - 15)}$$

$$\frac{x + 2}{x - 2}$$

5. Opción correcta C

Ya que 2x2-2x-20 = (x+2)2 se puede ver de la siguiente manera:

$$2x^2-2x-20 = x^2-4x + 4$$
$$= x^2-2x - 24 = 0$$
$$= (x-6)(x+4)$$

Por lo tanto, las soluciones son x1 = 6 y x2 = -4.

6. Opción correcta C

La proposición 1 es verdadera porque $2x^2 + 2x = 98x+2x$ es igual a:

$$2x^2 - 98 = 0$$
$$= (2x - 14)(x+7)$$

Por lo tanto, las soluciones son 7 y -7.
Por otro lado, la proposición 2 es falsa, ya que al simplificar queda:

5x2 + 2x = 0

Por lo tanto, las soluciones son diferentes x1 = $\frac{-2}{5}$y $x^2 = 0$.

7. Opción correcta A

Ya que debido a que "x" es un número positivo, y se dice que este número al cuadrado se le resta 54, y da como resultado el triple de ese número: $x^2 - 54 = 3x$

8. Opción correcta B

Aunque en la segunda proposición pareciera que 2,51 periódico es mayor, en realidad siempre se redondea a 2,52.

9. Opción correcta C

Siendo f(x) = $2\sqrt{x} - 3$, y se quiere saber cual es la preimagen de 5 se hace lo siguiente:

$$5 = 2\sqrt{x} - 3$$

Por lo tanto, despejando x, se obtiene que x = 16.

10. Opción correcta D

Despejando se obtiene

$$\frac{3x - 2}{5} = -3$$

$$3x - 2 = -3 * 5$$

$$3x = -3 * 5 + 2$$

$$x = -13/3$$

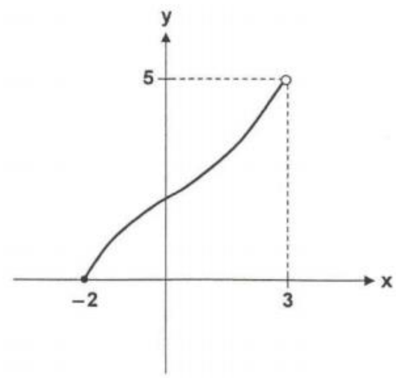
11. Opción correcta D

Al introducir un -1, la función se indefine por lo tanto su dominio máximo es R-(-1).

12. Opción correcta C

La primera es verdadera, ya que si se sustituye la por la “x” un número real ya sea negativo, positivo o 0, siempre va a dar como resultado un número real.
La proposición 2 es falsa, ya que si se sustituye la “x” por “-10” por ejemplo. Se indefine la función.

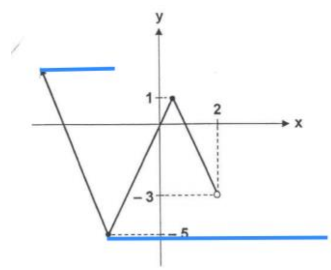
13. Opción correcta A



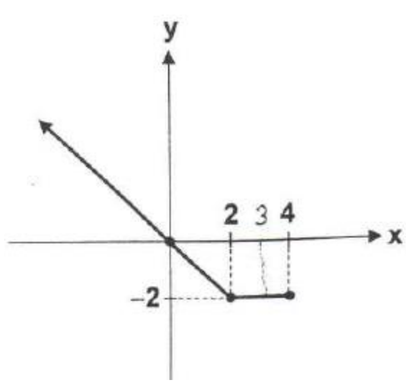
Recordando que el dominio va en el eje “x”, se puede observar que el dominio va desde [-2, 3[. Y el número 3 va abierto ya que el círculo no está relleno en la gráfica.

14. Opción correcta B

Como piden el ámbito, va de -5 a +∞ en eje Y



15. Opción correcta C



Como se puede observar, la imagen de 3 es -2. Al igual que para 2 y 4, cabe resaltar que las imágenes son en “y” y las preimágenes en “x”.
La segunda proposición es falsa ya que la imagen de 0 es -2.

16. Opción correcta C

Pendiente de una recta

$$y = mx + b$$

$$m = -3/2$$

$$b = y + xm$$

$$-b = 0 \pm 2 * -3/2$$

$$y = -\frac{3}{2x} \pm 3$$

17. Opción correcta D

No se puede determinar la pendiente de la recta puesto no tenemos puntos para determinar los valores, en el caso de la opción II al introducir los valores se encuentra la intersección de X

$$-12\left(\frac{7}{4}\right) - 3(0) + 21 = 0$$

$$0 = 0$$

18. Opción correcta D

Si se sabe que la intersección en el eje “y” es en (0, b) y sustituyendo b = 2 m en la ecuación se obtiene:

6 = 4m + 2m

Por lo tanto, si se despeja m se sabe que m = 1, y sabiendo que b = 2m entonces b = 2. Entonces la respuesta correcta es (0, 2).

19. Opción correcta A

Teniendo en cuenta que dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales, y sustituyendo el punto dado en la siguiente ecuación: y = mx + b. Entonces 3 = m (-2) + b, y despejando la “b” da como resultado 9. Por lo tanto, la respuesta correcta es: y = 3x + 9.

20. Opción correcta A

$$2x + 10y - 8 = 0$$

$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$m_{l^*} - \frac{1}{5} = -1$$
$$m_1 = 5$$
$$5 = \frac{y - 10}{x - 1}$$
$$5x + 5 = y$$

21. Opción correcta C

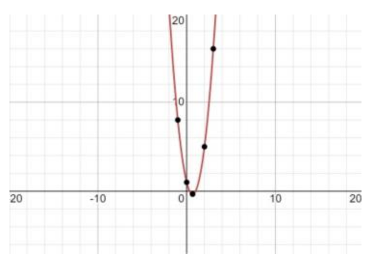
$$0 = 5x - 3$$
$$\frac{3}{5} = x$$

22. Opción correcta D

$$x = 4 - y$$
$$-y = x - 4$$

Al despejar la X genera un +4

23. Opción correcta D



Dibujar la parábola utilizando la dirección, el vértice, el foco y su eje de simetría.

Dirección: Hacia arriba

Vértice: $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

Foco: $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}\right)$

Eje de simetría: $x = \frac{2}{3}$

Directriz: $y = -\frac{5}{12}$

x	y
-1	8
0	1
$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
2	5
3	16

Como se puede apreciar la gráfica es cóncava hacia arriba por lo tanto es falso. La II proposición intersecan dichos puntos.

24. Opción correcta A

Debido a que si se sustituye $\frac{1}{4}$ en f(x) da un resultado positivo como se puede observar: f $(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$ -2$(\frac{1}{4})^2$ =$\frac{1}{8}$, por lo tanto, estrictamente creciente.

25. Opción correcta C

Ya que al despejar la "x" en términos de "y" queda de la siguiente manera:

$$\sqrt{\boldsymbol{y+1}} = \boldsymbol{x}$$

Por lo tanto, los valores de "y" pueden ir desde -1 hasta infinito sin que se indefina la función.

26. Opción correcta A

Al hacer la función lineal que describe el problema se obtiene lo siguiente:

510000 + 15000x = 630000

Luego, se procede a despejar la "x" que representa el número de años laborados que da x = 8.

27. Opción correcta A

La primera proposición es verdadera, ya que si se sustituye la "x" en la ecuación se obtiene lo siguiente: g (170) = $(170)^2$ – 40(170) –6000 = 16100.

La segunda proposición también es verdadera ya que al sustituir la "x" por 100 en la ecuación da 0, es decir no hay ganancias ni pérdidas: g (100) = $(100)^2$ – 40(100) –6000 = 0.

28. Opción correcta A

Se procede a meter los valores en la calculadora en MODE-5-1, pero se recomienda primero desarrollar las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{cases} 2x + 5y = -2 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$$

Por lo tanto, el valor de "x" es $\frac{59}{11}$.

29. Opción correcta A

Lo que se debe hacer es despejar una variable y meterla en la otra ecuación, en este caso despejando x de la primera queda que x = 2y.Y sustituyendo en la segunda queda que: 2y -2*2y = y. Y despejando "y" da que y = 0. Entonces si sustituyo "y" por 0 en x = 2y, da como resultado que x = 0. Por lo tanto, la intersección es en (0,0).

30. Opción correcta D

La primera proposición es falsa, ya que al sustituir “x” por cualquier valor el resultado siempre va a dar un número positivo. Además, que $\sqrt{3}$ es mayor a 0.

La segunda hay que recordar que para que una función sea inyectiva todos los números deben tener imágenes diferentes, en este caso, todos los números tienen imágenes diferentes. Por lo tanto, es inyectiva.

31. Opción correcta A

Primeramente, se saca el valor de “a” de la siguiente manera: $\frac{1}{9}$ = a^2, por lo tanto, a = $\frac{1}{3}$. Entonces f (0) = $\left(\frac{1}{3}\right)^0$ = 1, y f (+ ∞) = $\left(\frac{1}{3}\right)^{+\infty}$ = 0. Por lo tanto, la respuesta es] 0, 1]

32. Opción correcta C

En este caso se tiene $49^{x-3} - 343^{2x-1} = 0$. Luego se puede sacar el valor de “x” con Shift – Solve en la calculadora. Cabe resaltar siempre reiniciar la calculadora antes de cada cálculo con Shift – 9 -3 ==. Por lo tanto, x = $\frac{-3}{4}$.
Para la proposición II, la intersección con el eje “x” es (x, 0). Y para sacar el valor de “x” despejando de la ecuación se hace con $\mathrm{x} = \frac{-\mathrm{b}}{\mathrm{m}}$ = $\frac{-8}{-4}$ =2. Por lo tanto, es (2,0), entonces es verdadera.

33. Opción correcta C

Primeramente, se desarrolla un poco la ecuación que queda de la siguiente manera:

$$2x\log(4) - 5\log(4) = \log(2)$$

Luego se procede a despejar la “x” que da como resultado $\frac{11}{4}$.

34. Opción correcta B

Despejando “x” en la función, da como resultado x = 1, por lo tanto, interseca al eje “x” en (1,0). Recuerde que al evaluar x = 1 en la función logarítmica su imagen es 0.

35. Opción correcta B

La primera proposición es falta ya que, si sustituyo la “x” por 0, se indefine la función.

La proposición 2 también es falsa, ya que “a” es $\sqrt{\mathbf{2}}$. Entonces al ser mayor a 1 se sabe que es creciente.

36. Opción correcta C

$$log_7(x-3) + log_7(x+3) = 1$$

$$log_7\big((x-3)(x+3)\big) = 1$$

$$x^2 - 9 = 1$$
$$x = \sqrt{10}$$

37. Opción correcta -

$$\ln(5^{x+2}) = \ln(4^{2x-3})$$

$$(x+2)\ln(5) = \ln(4^{2x-3})$$

$$(x+2)\ln(5) = (2x-3)\ln(4)$$

$$(x+2)\ln(5) = (2x-3)\ln(4)$$

$$x = \frac{2\ln(40)}{4\ln(2) - \ln(5)}$$

38. Opción correcta B

Se sustituye la X de la ecuación por 1980, luego al meter la ecuación en la calcudora da un resultado igual a 3.

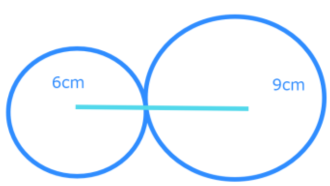
39. Opción correcta C

Se sustituye la C(x) de la ecuación por 1000, luego al meter la ecuación en la calcudora en Shift Calc da un resultado igual a $e\frac{2}{3}$.

40. Opción correcta B

Al determinar que el ángulo total es de 50°, se puede decir que el Angulo BAC mide 25° por lo tanto ACD da 65° complementando el total del ángulo.

41. Opción correcta C



6+9 = 15

La suma de sus radios daría la medida del segmento de recta.

42. Opción correcta –

Según los programas de estudio de matemáticas aprobados en el año 2012, esta pregunta del examen de bachillerato II -2015, no coincide con el mismo.

43. Opción correcta C

Utilizando la regla de 3

$$9\pi \qquad 6\pi$$

$$380 \qquad X$$

$$6\pi * 380° \div 9\pi = 240°$$

44. Opción correcta A

Según los programas de estudio de matemáticas aprobados en el año 2012, esta pregunta del examen de bachillerato II -2015, no coincide con el mismo.

45. Opción correcta A

Se debe usar la siguiente fórmula, siendo N el número de lados o diagonales que en este caso es 5:

Medida de cada ángulo interno = $\frac{180(N^5-2)}{N^5}$ = 108

46. Opción correcta

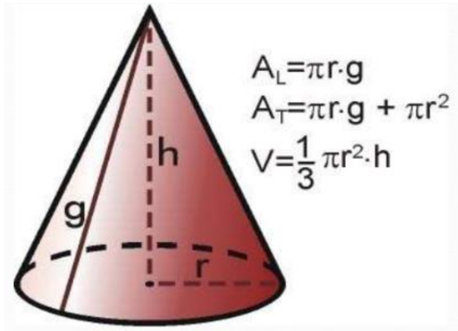
Sabiendo que "L" es la longitud de un lado del hexágono y es 3, ya que es una sexta parte de 18. Y que la fórmula para calcular la apotema del mismo es a = $\frac{\mathrm{L}}{2\tan 30}$, entonces se procede a sustituir valores en la fórmula para calcular el área de un hexágono regular que es la siguiente:

$$3\,L\,a \;=\; 3\;x\;3\;x\;\; \frac{3}{2\tan 30} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

47. Opción correcta D

Sabiendo que la longitud de una circunferencia es: L = 2π x d. Y que el diámetro de esta circunferencia va a ser igual al lado del cuadrado, entonces el área sería 16 x 16 = 256.

48. Opción correcta C



Como se puede ver en la imagen la fórmula para el área total se puede usar la siguiente fórmula:

$$A_T = \pi r(r + g)$$

Entonces lo primero que se hace es despejar el valor de “h” sabiendo que el radio es 5 ya que el área de la base es πr^2, con la fórmula del volumen que se observa en la imagen dando como resultado h = 12. Y luego se procede a sacar el valor de “g” aplicando Pitágoras de la siguiente manera:

$$g = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

Por lo tanto, sustituyendo en la fórmula:

$$A_T = \pi 5(5 + 13) = 90\pi$$

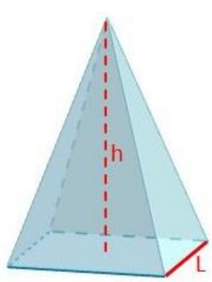
49. Opción correcta C

Sabiendo que el área total de un cilindro se calcula de la siguiente manera se tiene:

$$A_T = 2\pi r(r + h) \text{ , entonces}$$

$$A_T = 2\pi 3(3 + 7) = 60\pi$$

50. Opción correcta C



$$Volumen = \frac{1}{3} \cdot L^2 \cdot h$$

donde L es una arista de la base y h la altura de la pirámide

Si el área de la base es cuadrada se sabe que si el área de la base se divide entre 4 da 80, y se iguala a la fórmula del área del triángulo para despejar h y da h = 10. Por último, se sustituye en la fórmula de volumen:

$\frac{1}{3}(16)^2(10)$ = $\frac{2560}{3}$.

51. Opción correcta C

Para pasar de grados a radianes se debe multiplicar el ángulo por $\frac{\pi}{180}$, entonces en este caso:

$$100x\frac{\pi}{80} = \frac{5\pi}{9}$$

52. Opción correcta C

En la proposición I es verdadera debido a que 3π cae sobre el cuadrante, mientras que la proposición II, dichos valores no son coterminales entre ellos ya que no comparten el mismo lado terminal.

53. Opción correcta D

$$sen(90^0 - x) + \cos x - \frac{sen^2 x}{\cos^2 x}$$

$$sen(90)\cos(x) + \mathrm{sen(x)cos(}\ 90) + \frac{sen^2 x}{cos\ x}$$

$$\cos(x) + \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)} = \frac{\cos^2(x) + sen^2(x)}{\cos(x)}$$

1/cos(x)= sec(x)

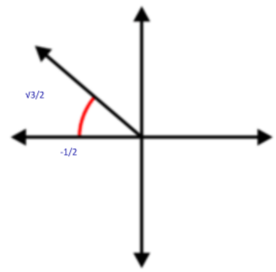
54. Opción correcta B

$$\tan^2(x) - \frac{1}{csc^2(x)}$$

$$\frac{sen^2(x)}{cos^2(x)} - sen^2(x) = \frac{sen^2(x) - sen^2(x)\,cos^2(x)}{cos^2(x)}$$

$$\frac{sen^2(x) - sen^2(x) * (1 + sen^2(x))}{cos^2(x)} = \frac{sen^4(x)}{cos^2(x)}$$

55. Opción correcta C



$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{-1^2}{2}} = 1$$

$$\cos(\beta) = \frac{0,5}{1}$$

$$\beta = 120$$

$$\tan(120) = \sqrt{3}$$

56. Opción correcta A

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \frac{-2^2}{3}} = 1$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{1}$$

$$\alpha = 131.81$$

$$\cos(131.81) = -\frac{2}{3}$$

57. Opción correcta D

La proposición I no puede ser verdadera ya que la función tangente es periódica en π, no es acotada por lo tanto les restan a los números reales. La proposición II es verdadera al ser una función tangente, ya que se considera creciente en todos los intervalos continuos de su dominio.

58. Opción correcta D

El ámbito siempre se lee de abajo hacia arriba en el eje “Y”, y al dibujar el dominio en el eje X se observa el valor en la gráfica.