HKVTEX

Victor Solano Mora

Bachillerato por madurez

Examen I-2014

Pregunta 1

Uno de los factores de $x^4 - 16y^4$ es

A $x + 2y$
C $x^2 + 8y^2$
B $x^2 + 2y^2$
D $(x - 2y)^2$

Pregunta 2

Uno de los factores de $23x - 12 - 10x^2$ es

A $1 - x$
C $2x + 3$
B $x + 2$
D $4 - 5x$

Pregunta 3

Uno de los factores de $x^2(x - 2) - (x - 2)$ es

A x^2
C $x - 1$
B $x + 2$
D $x^2 - 2$

Pregunta 4

La factorización completa de $3(x^2 - 9) + 6(x + 3)^2$ es

A $9x(x + 3)$
C $9(x + 1)(x + 3)$
B $3(x + 3)(x - 3)$
D $9(x - 1)(x - 3)$

Pregunta 5

La expresión $\dfrac{2x^2+1-3x}{2x^2+x-1}$ es equivalente a

A $\dfrac{x-1}{x+1}$

B $\dfrac{x+1}{x-1}$

C $\dfrac{2x+1}{2x-1}$

D $\dfrac{2x-1}{2x+1}$

Pregunta 6

La expresión $\dfrac{2x}{x-2}+\dfrac{4x-8}{x^2-4x+4}$ es equivalente a

A $2(x+2)$

B $\dfrac{2(x+2)}{x-2}$

C $\dfrac{2(3x-4)}{(x-2)^2}$

D $\dfrac{2(x^2+2x-4)}{(x-2)^2}$

Pregunta 7

La expresión $\dfrac{x-2}{x^2-5x+4}-\dfrac{x}{x^2-2x-8}$ es equivalente a

A x^2+x-2

B $\dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

C $\dfrac{-5x+4}{(x+4)(x+1)(x-2)}$

D $\dfrac{-5}{(x-4)(x-1)(x+2)}$

Pregunta 8

La expresión $\dfrac{45xy^2+18y^2}{4-25x^2}\cdot\dfrac{5x^2+13x-6}{18y^2}$ es equivalente a

A $\dfrac{x-3}{2}$

B $\dfrac{x+3}{3}$

C $\dfrac{-x-3}{2}$

D $\dfrac{-x-3}{3}$

Pregunta 9

El conjunto solución de $6x^2-7x=-2$ es

A $\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right\}$

B $\left\{\dfrac{-1}{2},\dfrac{2}{3}\right\}$

C $\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{-2}{3}\right\}$

D $\left\{\dfrac{-1}{2},\dfrac{-2}{3}\right\}$

Pregunta 10

Una solución de $4x+3=x(2x-1)$ es

A 3

B $\dfrac{1}{2}$

C $\dfrac{3}{2}$

D $\dfrac{-1}{2}$

Pregunta 11

El conjunto solución de $x^2 + 1 = 4x$ es

- A $\left\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right\}$
- B $\left\{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\right\}$
- C $\left\{2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}\right\}$
- D $\left\{4 + \sqrt{3}, 4 - \sqrt{3}\right\}$

Pregunta 12

Si un número positivo excede a otro en 12 y el producto de ellos es 864, entonces el número mayor es

- A 24
- B 36
- C 60
- D 72

Pregunta 13

Si en un triángulo rectángulo la medida de la hipotenusa es 15 y la medida del cateto mayor excede en 3 a la del cateto menor, entonces el perímetro del triángulo es

- A 21
- B 30
- C 36
- D 54

Pregunta 14

Sea f la función dada por $f(x) = \sqrt{x-3}$, la preimagen de $\sqrt{2}$ es

A) 4
B) 5
C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{\sqrt{2}-3}$

Pregunta 15

Considere los siguientes conjuntos:

I. $\{(-2,0),(-1,0)\}$

II. $\{(-3,-1),(-3,1)\}$

¿Cuáles de ellos pueden corresponde al gráfico de una función?

A) Ambos
B) Ninguno
C) Solo el I
D) Solo el II

Pregunta 16

Considere los siguientes criterio de las funciones f y g:

I. $f(x) = x^2 - 4$

II. $g(x) = \sqrt[3]{5-x}$

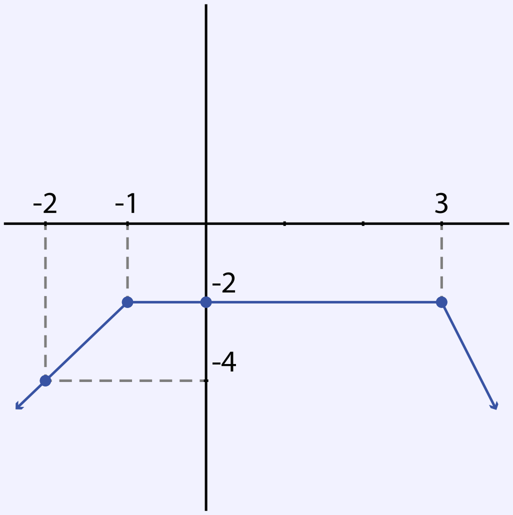
¿Cuáles de ellos corresponde a funciones cuyo dominio máximo es $\mathbb{R}$?

A) Ambos
B) Ninguno
C) Solo el I
D) Solo el II

HKVTEX
Victor Solano Mora

Pregunta 17

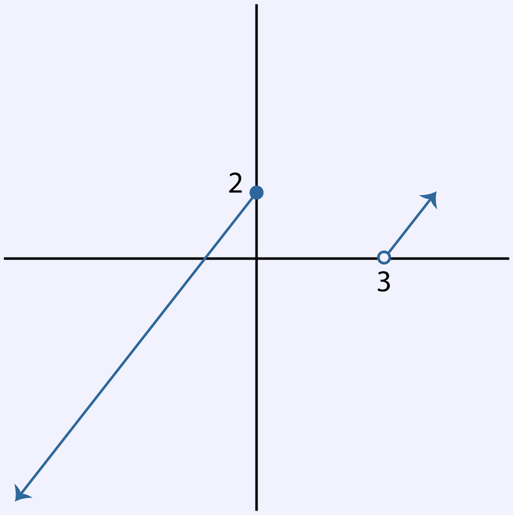
De acuerdo con los datos de la gráfica de la función f, el ámbito de f es



- **A** $\mathbb{R}$
- **B** $[2,3]$
- **C** $[-4,-2]$
- **D** $]-\infty,-2]$

Pregunta 18

De acuerdo con los datos de la gráfica de la función f, el ámbito de f es



- **A** $\mathbb{R}$
- **B** $\mathbb{R}-\{3\}$
- **C** $]-\infty,2]\cup]3,\infty[$
- **D** $]-\infty,0]\cup]3,\infty[$

Pregunta 19

Si $(4, -3)$ y $(-2, -1)$ pertenecen al gráfico de una función lineal f, entonces la pendiente de f es

A) -2

B) -3

C) $\dfrac{-1}{2}$

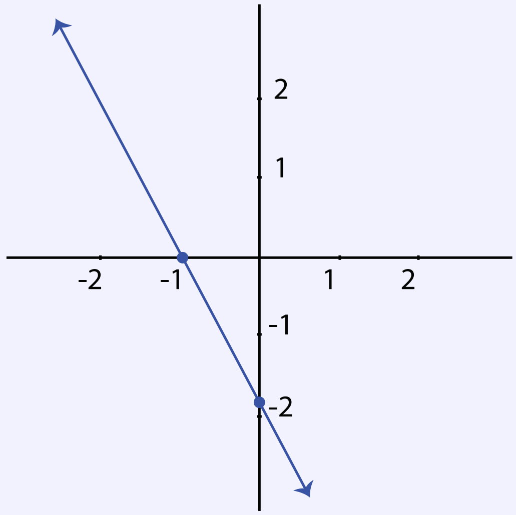
D) $\dfrac{-1}{3}$

Pregunta 20

De acuerdo con los datos de la gráfica de una función lineal f dada por $f(x) = mx + b$, considere las siguientes proposiciones:

I. $m > 0$

II. $b = -1$



¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Pregunta 21

Considere las siguientes proposiciones referidas a las rectas l_1 y l_2 tales que $l_1 \parallel l_2$, donde l_1 está determinada por $y = 3x - 1$ y l_2 pasa por el punto $(-1, -2)$:

I. La pendiente de l_2 es $\dfrac{-1}{3}$.

II. La recta l_2 interseca al $eje\ Y$ en $(0, 1)$.

¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Pregunta 22

La ecuación de una recta perpendicular a la recta dada por $12y - 8x = -15$ corresponde a

A) $4y - 6x = 5$

B) $6y + 4x = -5$

C) $14y + 21x = 6$

D) $15y - 10x = -9$

Pregunta 23

Sea f una función biyectiva con $f : \left[\dfrac{-1}{2}, +\infty\right[\to [0, +\infty[$, dada por $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{2} + x}$. ¿Cuál es el criterio de la función inversa de f?

A) $f^{-1}(x) = x^2 + \dfrac{1}{2}$

B) $f^{-1}(x) = x^2 - \dfrac{1}{2}$

C) $f^{-1}(x) = 2x^2 - 1$

D) $f^{-1}(x) = \dfrac{x^2 - 1}{2}$

Pregunta 24

Si $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ y $\left(-4\frac{2}{3}\right)$ pertenecen al gráfico de una función lineal f, entonces, ¿cuál es el criterio de f^{-1}?

- **A** $f^{-1}(x) = \dfrac{27}{14}x + \dfrac{44}{7}$
- **B** $f^{-1}(x) = \dfrac{27}{14}x - \dfrac{37}{7}$
- **C** $f^{-1}(x) = \dfrac{-27}{22}x + \dfrac{46}{11}$
- **D** $f^{-1}(x) = \dfrac{-27}{22}x - \dfrac{35}{11}$

Pregunta 25

Si f es una función dada por $f(x) = x^2 - x - 12$, entonces la ecuación que corresponde al eje de simetría de la gráfica de f es

- **A** $x = 3$
- **B** $x = \dfrac{1}{2}$
- **C** $x = -12$
- **D** $x = \dfrac{-49}{4}$

Pregunta 26

Sea f una función dada por $f(x) = x^2 - 3$, el ámbito de f es

- **A** $\mathbb{R}$
- **B** $[-3, +\infty[$
- **C** $\left]-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right[$
- **D** $\left[-\sqrt{3}, +\infty\right[$

Pregunta 27

Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo. La altura $h(t)$, en metros, del objeto después de t segundos, está dada por $h(t) = -4,9t^2 + 20t$. Considere las siguientes proposiciones:

I. El objeto alcanza su altura máxima a los $2,04$ segundos aproximadamente.

II. A los 3 segundos el objeto se encuentra a una altura de $15,9$ metros.

¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Pregunta 28

¿Cuál es el punto de intersección de las rectas l_1 y l_2, donde l_1 está dada por $x - (3 - y) = 2x + 1$ y l_2 está dada por $2x - (y + 1) = -3$?

A) $(0,4)$

B) $(2,6)$

C) $(6,10)$

D) $(-2,2)$

Pregunta 29

Sea la función f dada por $f(x) = 2^x$, la preimagen de $\frac{1}{\sqrt{8}}$ es

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{-1}{2}$

C) $\frac{-3}{2}$

D) $2^{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

Pregunta 30

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f(x) = 3^x$:

I. $f\left(\frac{-1}{3}\right) < f(3)$

II. $f(1) \in \left]0, \frac{1}{2}\right[$

¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A. Ambas
B. Ninguna
C. Solo la I
D. Solo la II

Pregunta 31

El conjunto solución de $\left(2^x\right)^{x-1} = 1$ es

A. $\{0\}$
B. $\{1\}$
C. $\{0, 1\}$
D. $\{-1, 1\}$

Pregunta 32

La solución de $(0,04)^{4-x} = 5^{3x-3}$ es

A. $\frac{11}{5}$
B. -1
C. -5
D. $\frac{-11}{5}$

Pregunta 33

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$, tal que $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$:

I. f es creciente.
II. $f(2) > 0$.

¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Pregunta 34

Sea f la función dada por $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$. Si el ámbito de f es $\left[-1, \frac{1}{3}\right[$ entonce el dominio de f es

A) $\left]\frac{1}{2}, 8\right]$

B) $\left[\frac{1}{2}, 8\right[$

C) $\left]\frac{1}{512}, 8\right]$

D) $\left[\frac{1}{512}, 8\right[$

Pregunta 35

El conjunto solución de $2 = \dfrac{\log(1-4x)}{\log(x-1)}$ es

A) $\{\ \ \}$

B) $\{0\}$

C) $\left\{\frac{4}{5}\right\}$

D) $\{-2, 0\}$

Pregunta 36

El conjunto solución de $\log_3(3x-5)-\log_3(2x-3)=0$ es

A $\{\ \ \}$

B $\{2\}$

C $\{8\}$

D $\left\{\frac{8}{5}\right\}$

Pregunta 37

El conjunto solución de $\log_3(2-x)=2+\log_3(3x+4)$ es

A $\left\{\frac{-6}{5}\right\}$

B $\left\{\frac{-1}{14}\right\}$

C $\left\{\frac{-17}{14}\right\}$

D $\left\{\frac{-22}{19}\right\}$

Pregunta 38

La solución de $2^{\frac{x}{2}}=5$ es

A $\ln 5$

B $2\ln 3$

C $2\log_2 5$

D $2\log_5 2$

Pregunta 39

Considere el siguiente enunciado:

Los astrónomos utilizan la fórmula $\log d = 3,7 - 0,2g$ para determinar el diámetro d, en kilómetros, de asteriodes; donde g es una cantidad llamada magnitud absoluta del asteriode.

De acuerdo con el enunciado anterior, ¿cuál será la magnitud absoluta de una asteriode cuya medida del diámetro es de 10 kilómetros?

A) $1,7$

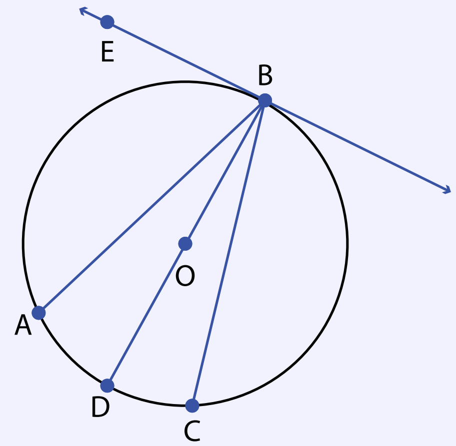
B) $13,5$

C) $18,5$

D) $31,5$

Pregunta 40

De acuerdo con los datos de la figura, si $\overleftrightarrow{EB}$ es tangente en B a la circunferencia de centro O, el $\overline{DB}$ es una diámetro, la $m\widehat{AD} = 20^{\text{o}}$ y $\widehat{AD} \cong \widehat{DC}$, entonces la $m\measuredangle CBE$ es



A) 100^{o}

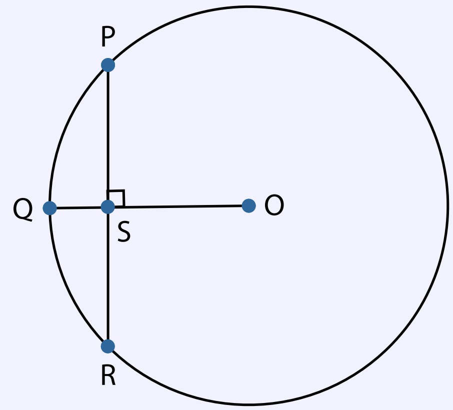
B) 110^{o}

C) 120^{o}

D) 130^{o}

Pregunta 41

De acuerdo con los datos de la circunferencia de centro O, si la $m\measuredangle RPO = 55^o$, entonces la $m\widehat{PR}$ es



A) 35^o

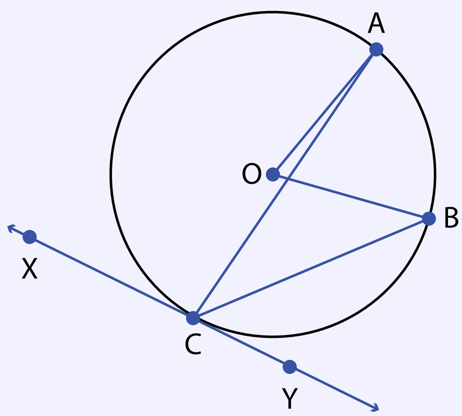
B) 70^o

C) 140^o

D) 220^o

Pregunta 42

De acuerdo con los datos de la figura, si la $m\measuredangle AOB = 50^o$, la $m\measuredangle BCY = 60^o$ y la $\overleftrightarrow{XY}$ es tangente a la circunferencia de centro O, entonces la medida de $\measuredangle ACX$ es



A) 20^o

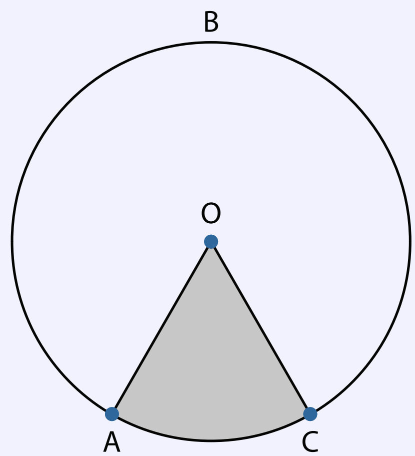
B) 70^o

C) 90^o

D) 95^o

Pregunta 43

De acuerdo con los datos del círculo de centro O, si la longitud de la circunferencia es 18π y la $m\widehat{ABC} = 320^{o}$, entonces el área de la región destacada con gris es



A) 9π

B) 36π

C) 72π

D) 288π

Pregunta 44

Carmen quiere colocar un vitral de 3π m de circunferencia en una sala de estar de un hotel. Si cada metro cuadrado de vidrio cuesta ₡10 000, entonces, ¿cuánto tendrá que pagar Carmen, aproximadamente, por el vitral?

A) ₡70 650

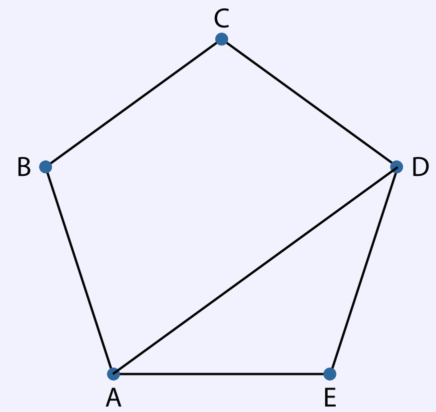
B) ₡108 644

C) ₡188 400

D) ₡282 600

Pregunta 45

De acuerdo con los datos del pentágoto regular $ABCDE$, la medida del $\measuredangle DAE$ es



A 36^{o}

B 54^{o}

C 72^{o}

D 108^{o}

Pregunta 46

Si la medida del radio de un triángulo equilátero es de 8, entonces el perímetro del triángulo es

A $8\sqrt{3}$

B $12\sqrt{3}$

C $24\sqrt{3}$

D $48\sqrt{3}$

Pregunta 47

Si el área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia es $96\sqrt{3}$, entonces, ¿cuál es la longitud de dicha circunferencia?

A 8π

B 16π

C $8\sqrt{3}\pi$

D $16\sqrt{3}\pi$

Pregunta 48

En un cono circular recto el área basal es 576π, si la medida de la altura de dicho cono es 18, entonces su área lateral corresponde a

- A 432π
- B 540π
- C 720π
- D 3456π

Pregunta 49

Si le volumen de una pirámide recta de base cuadrada es 784 y la medida de la altura es 12, entonces el área total es

- A $56 + 7\sqrt{193}$
- B $28 + 28\sqrt{193}$
- C $686 + 7\sqrt{193}$
- D $196 + 28\sqrt{193}$

Pregunta 50

El lado terminal de una ángulo se encuentra en el III cuadrante. Una medida, en radianes, para ese ángulo puede ser

- A $\dfrac{2\pi}{3}$
- B $\dfrac{5\pi}{6}$
- C $\dfrac{4\pi}{3}$
- D $\dfrac{7\pi}{4}$

Pregunta 51

La medida en grados de un ángulo de $\dfrac{5\pi}{9}$ es

- A 50^{o}
- B 100^{o}
- C 150^{o}
- D 300^{o}

Pregunta 52

La expresión $\dfrac{1-\cos^2 x}{1-\operatorname{sen}^2 x}$ es equivalente a

- **A** $\tan x$
- **B** $\cot x$
- **C** $\tan^2 x$
- **D** $\cot^2 x$

Pregunta 53

La expresión $\dfrac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \cot x$ es equivalente a

- **A** $\operatorname{sen} x$
- **B** $\csc x$
- **C** $\sec x$
- **D** $1-\cot x$

Pregunta 54

La expresión $\cot(90^{\circ}-x)\cdot\csc x\cdot\operatorname{sen}(90^{\circ}-x)$ es equivalente a

- **A** 0
- **B** 1
- **C** $\cot x$
- **D** $\tan x$

Pregunta 55

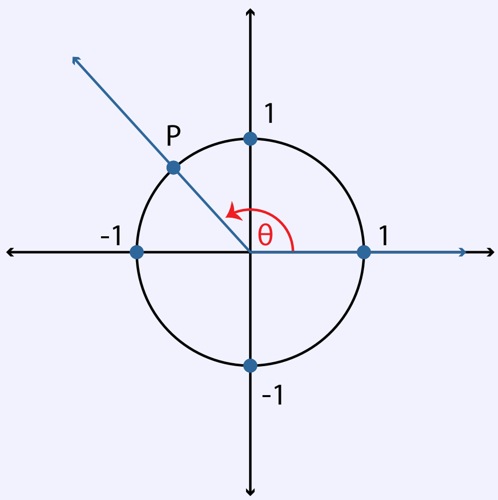
Sea β la medida de un ángulo en posición normal, con el lado terminal en el tercer cuadrante que determina un ángulo de referencia de 30°. ¿Cuál es el valor de $\cos\beta$?

- **A** $\dfrac{1}{2}$
- **B** $\dfrac{-1}{2}$
- **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
- **D** $\dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

HKVTEX
Victor Solano Mora

Pregunta 56

De acuerdo con los datos de la figura, las coordenadas de P son $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, entonces el valor de $\tan\theta$ es



A 2

B $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D $-\sqrt{3}$

Pregunta 57

Sea f la función dada por $f(x) = \operatorname{sen} x$, con dominio $]2\pi, 4\pi[$. Un intervalo en el que f es estrictamente decreciente corresponde a

A $]2\pi, 3\pi[$

B $]3\pi, 4\pi[$

C $\left]\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right[$

D $\left]3\pi, \frac{7\pi}{2}\right[$

Pregunta 58

Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f(x) = \cos x$:

I. La gráfica de f interseca el $eje\ X$ en $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

II. El ámbito de f es $[-1, 1]$.

¿Cuáles de ellas son **verdaderas**?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Pregunta 59

El conjunto solución de $\sqrt{3}\csc x - 2 = 0$ en $[0, 2\pi[$ es

A) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

C) $\left\{0, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

D) $\left\{0, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

Pregunta 60

El conjunto solución de $2\operatorname{sen} x = 2\sqrt{3}\cos x$ en $[0, 2\pi[$ es

A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

D) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

Examen de matemática de bachillerato por madurez I-2014

1) Opción A

$$x^4 - 16y^4$$

Por diferencia de cuadrados:

$$= (x^2 + 4y^2)\underbrace{(x^2 - 4y^2)}$$

este también se puede expresar por diferencia de cuadrados:

$$= (x^2 + 4y^2) \cdot \underbrace{(x + 2y)} \cdot (x - 2y)$$

Este es uno de los factores.

2) opción D

$$23x - 12 - 10x^2$$

$$= -(10x^2 - 23x + 12)$$

$$= -(10x^2 - 15x - 8x + 12)$$

Ahora agrupo los términos y les saco factor común:

$$= -[5x(2x-3) - 4(2x-3)]$$

Sacando factor común:

$$= -[(2x-3)(5x-4)]$$

$$= (2x-3)\underbrace{(4-5x)}$$

Este es uno de los factores

3) opción C

$$x^2(x-2) - (x-2)$$ Por factor común:

$$= (x-2)\underbrace{(x^2-1)}$$

Por diferencia de cuadrados:

$$= (x-2)(x+1)\underbrace{(x-1)}$$

Este es uno de los factores

4) opción C

$$3\underbrace{(x^2-9)} + 6(x+3)^2$$

Por diferencia de cuadrados:

$$= 3(x+3)(x-3) + 6(x+3)^2$$

Por factor común:

$$= (x+3)[3(x-3) + 6(x+3)]$$

$$= (x+3)[3x - 9 + 6x + 18]$$

$= (x+3)\,[9x+9]$

Por factor común:

$= 9(x+3)(x+1)$

5) opción A

$$\frac{2x^2+1-3x}{2x^2+x-1}$$

Primero factorizo el numerador:

$2x^2-3x+1 = \overbrace{2x^2-2x}\underbrace{-x+1}$

Agrupando y $= 2x(x-1)-(x-1)$

por factor común: $= (x-1)(2x-1)$

Ahora factorizo el denominador:

$2x^2+x-1 = \overbrace{2x^2-x}+\underbrace{2x-1}$

Agrupando y $= x(2x-1)+(2x-1)$

por factor común: $= (2x-1)(x+1)$

Sustituyendo: $\dfrac{(x-1)\cancel{(2x-1)}}{\cancel{(2x-1)}(x+1)} = \dfrac{(x-1)}{(x+1)}$

6) opción B

$$\frac{2x}{x-2} + \underbrace{\frac{4x-8}{x^2-4x+4}}$$

Primero simplifico este término:

$= \dfrac{4(x-2)}{(x-2)^2}$ ← Acá saqué factor común / ← Acá use la fórmula notable.

$= \dfrac{4}{(x-2)}$

Entonces: $\dfrac{2x}{x-2} + \dfrac{4}{(x-2)} = \dfrac{2x+4}{(x-2)}$

Por factor común: $= \dfrac{2(x+2)}{x-2}$

7) opción B

$$\underbrace{\frac{(x-2)}{x^2-5x+4}} - \frac{x}{x^2-2x-8}$$

Primero simplifico este denominador:

$$x^2-5x+4 = \overbrace{x^2-4x}\underbrace{-x+4}$$

Agrupando y $\quad = x(x-4)-(x-4)$

por factor común: $\quad = (x-4)(x-1)$

Ahora simplifico el denominador del segundo término:

$$x^2-2x-8 = x^2-4x+2x-8$$

Agrupando y $\quad = x(x-4)+2(x-4)$

por factor común: $\quad = (x-4)(x+2)$

Sustituyendo en la original:

$$\frac{(x-2)}{(x-4)(x-1)} - \frac{x}{(x-4)(x+2)}$$

Homogenizando:

$$\frac{(x-2)(x+2) - x(x-1)}{(x-4)(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{\cancel{x^2}+\cancel{2x}-\cancel{2x}-4-\cancel{x^2}+x}{(x-4)(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x-1)(x+2)} = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$$

8) Opción C

$$\underbrace{\frac{45xy^2+18y^2}{4-25x^2}} \cdot \frac{5x^2+13x-6}{18y^2}$$

Primero simplifico este término:

→ Numerador: $45xy^2+18y^2$

Por factor común: $= 9y^2(5x+2)$

→ Denominador: $4-25x^2$

Por diferencia de cuadrados: $= (2+5x)(2-5x)$

Ahora para el numerador del segundo término:

$$5x^2 + 13x - 6$$

$$= 5x^2 - 2x + 15x - 6$$

Agrupando y por factor común:

$$= x(5x-2) + 3(5x-2)$$

$$= (5x-2)(x+3)$$

Sustituyendo en la expresión original:

$$\frac{\cancel{9x^2}\cancel{(5x+2)}}{\cancel{(5x+2)}(2-5x)} \cdot \frac{(5x-2)(x+3)}{\cancel{18x^2}}$$

$$= \frac{(5x-2)(x+3)}{(2-5x)\cdot 2} = -\frac{\cancel{(2-5x)}(x+3)}{\cancel{(2-5x)}\cdot 2}$$

$$= \frac{-x-3}{2}$$

9) opción A

$$6x^2 - 7x = -2$$

Igualando a cero: $6x^2 - 7x + 2 = 0$

Metiéndolo a la calculadora con MODE → 5 → 3:

$$\begin{cases} x = 2/3 \\ x = 1/2 \end{cases}$$

10) opción A y D

$$4x + 3 = x(2x-1)$$

$$4x + 3 = 2x^2 - x$$

Igualando a cero: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Metiéndolo a la calculadora con MODE → 5 → 3:

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

11) opción B

$$x^2 + 1 = 4x$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

Metiéndolo en la calculadora (MODE → 5 → 3)

$$\begin{cases} x = 2+\sqrt{3} \\ x = 2-\sqrt{3} \end{cases}$$

12) opción B

$$\begin{cases} x = y + 12 & (1)\ (x > 0) \\ x \cdot y = 864 & (2) \end{cases} \qquad x = ?\ (\text{número mayor})$$

Despejo y de la ecuación (2):

$$y = \frac{864}{x}$$

Sustituyo "y" en (1):

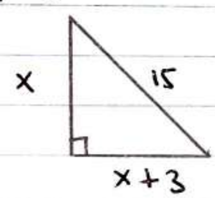
$$x = \frac{864}{x} + 12$$

$$x - 12 = \frac{864}{x} \longrightarrow x(x-12) = 864$$

$$x^2 - 12x - 864 = 0$$

$$\begin{cases} x = 36 \\ x = -24 \end{cases}$$ ← Se descarta porque dicen que x es positivo

13) opción C



Por pitágoras:

$$15^2 = x^2 + (x+3)^2$$

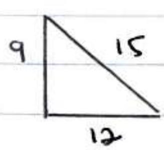
$$225 = x^2 + x^2 + 6x + 9$$

$$0 = 2x^2 + 6x - 216$$

Metiéndolo en la calculadora (MODE → 5 → 3)

$x = 9$

$x = -12$ ← se descarta porque una medida no puede ser negativa



$$\therefore P = 9 + 15 + 12 = 36$$

14) opción B

$$f(x) = \sqrt{x-3} \qquad f(x) = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{x-3}$$

$$2 = x - 3$$

$$x = 5$$

15) opción C

Para que sea una función, una preimagen (x) debe tener una sola imagen (y).

I. Si es función, ya que apesar de que las "y" son iguales, correspon-
den a "x" distintas.

II. No es función porque para una misma "x" hay 2 "y" distintas

16) opción A

I. $f(x) = x^2 - 4$ su dominio máximo si es $\mathbb{R}$

II. $g(x) = \sqrt[3]{5-x}$ su dominio máximo si es $\mathbb{R}$ ya que ningún número real indefine la raíz cúbica

17) opción D

Según la gráfica el ámbito es de $]-\infty, -2]$

18) opción A

Según la gráfica el ámbito es de $\mathbb{R}$

19) opción D

$(4, -3) \quad (-2, -1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-3)}{-2-4} = \frac{-1}{3}$$

20) opción B

I. Falso, porque la gráfica es decreciente entonces $m < 0$

II. Falso, b es la intersección con el eje "y", y como se observa en la gráfica $b = -2$

21) Opción D

$l_1 \parallel l_2$: ambas tienen la misma pendiente

Para l_1 $y = 3x - 1$

$m_1 = 3 \quad \therefore m_2 = 3$

I. Falso, la pendiente de l_2 tiene que ser igual a la de l_1, que es 3.

II. Para l_2: $(-1, -2)$

$y = 3x + b$

Sustituyo el punto $(-1, -2)$ para encontrar b

$-2 = 3 \cdot (-1) + b$

$1 = b =$ intersección con Y $\therefore$ II es verdadera

22) Opción C

$$12y - 8x = -15$$
$$12y = 8x - 15$$
$$y = \frac{8x}{12} - \frac{15}{12}$$

NOTA: Para que 2 rectas sean perpendiculares, la pendiente de una es el recíproco negativo de la pendiente de la otra

$$m_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \therefore \; m_2 = \frac{-3}{2}$$

Viendo las opciones, se busca una en donde la pendiente sea $-3/2$

- Para la A: $4y - 6x = 5$
$$4y = 6x + 5$$
$$y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} \quad \times \quad m > 0$$

- Para la B: $6y + 4x = -5$
$$6y = -4x - 5$$
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} \quad \times \quad m \neq -3/2$$

- Para la C: $14y + 21x = 6$
$$14y = -21x + 6$$
$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{7} \quad \checkmark \quad m = -3/2$$

23) opción B

$$f(x) = \sqrt{\tfrac{1}{2} + x} \longrightarrow y = \sqrt{\tfrac{1}{2} + x}$$

Intercambio las letras (cambio la "y" por "x", y la "x" por "y")

$$x = \sqrt{\frac{1}{2} + y}$$

Ahora despejo y: $x^2 = \frac{1}{2} + y$

$$x^2 - \frac{1}{2} = y = f^{-1}(x)$$

24) opción D

$\left(\frac{1}{2}, -3\right) \quad \left(-4, \frac{2}{3}\right)$

Primero encuentro la ecuación de $f(x)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{2}{3} - (-3)}{-4 - \frac{1}{2}} = -\frac{22}{27}$$

$$y = \frac{-22}{27}x + b$$

Ahora sustituyo el punto $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ para encontrar b:

$$-3 = \frac{-22}{27} \cdot \frac{1}{2} + b \longrightarrow b = \frac{-70}{27}$$

Entonces, $y = f(x) = \frac{-22}{27}x - \frac{70}{27}$

Para la inversa, intercambio las letras:

$$x = -\frac{22}{27}y - \frac{70}{27}$$

$$x + \frac{70}{27} = -\frac{22}{27}y$$

$$-\frac{27}{22}\left(x + \frac{70}{27}\right) = y$$

$$-\frac{27}{22}x - \frac{35}{11} = y = f^{-1}(x)$$

25) Opción B

$f(x) = x^2 - x - 12$

El eje de simetría corresponde a la coordenada en x del vértice, que está dada por:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -12 \end{cases} \qquad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

26) opción B

$f(x) = x^2 - 3$

$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$ $a = 1 \rightarrow$ es cóncava hacia arriba, entonces el ámbito va a ir de la coordenada en "y" del vértice a $+\infty$.

Entonces encuentro el vértice:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot 1} = 0$$

$y = 0^2 - 3 = -3$ (Para y evalúo el x en la función dada)

$\therefore$ El ámbito va de $[-3, +\infty[$

27) opción A

$$h(t) = -4{,}9t^2 + 20t$$

I. $t = 2{,}04$ s $\quad h = -4{,}9 \cdot (2{,}04)^2 + 20 \cdot 2{,}04$

$h = ?$ $\quad h = 20{,}41$ m

Para saber la altura máxima se ocupa encontrar el vértice

$\begin{cases} a = -4{,}9 \rightarrow \text{cóncava hacia abajo, por eso el vértice es la altura máxima} \\ b = 20 \\ c = 0 \end{cases}$

Encuentro el vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \cdot -4{,}9} = \frac{100}{49}$

$$y = -4{,}9 \cdot \left(\frac{100}{49}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{100}{49}\right) = 20{,}41 \text{ m}$$

Entonces I es verdadera ya que a 2,04 s si alcanza la altura máxima de 20,41 m.

II. $t = 3$ s $\quad h = -4{,}9 \cdot 3^2 + 20 \cdot 3$

$h = ?$ $\quad h = 15{,}9$ m $\therefore$ II es verdadera

28) Opción B

Para encontrar el punto de intersección entre 2 rectas, primero se despeja la "y" en cada una y luego se igualan, ya cuando se encuentra el "x" de la intersección, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones para encontrar "y". Entonces:

l_1:	l_2:
$x - (3 - y) = 2x + 1$	$2x - (y + 1) = -3$
$-(3 - y) = x + 1$	$-(y + 1) = -2x - 3$
$-3 + y = x + 1$	$y + 1 = 2x + 3$
$y = x + 4$	$y = 2x + 2$

Igualándolas:

$$x+4 = 2x+2$$
$$-x = -2$$
$$\boxed{x=2}$$

Ahora sustituyo $x=2$ en la ecuación de l_1:

$$y = x+4$$
$$y = 2+4 = 6$$

$\therefore$ la intersección se da en el punto $(2,6)$

29) opción C

$$f(x) = 2^x \qquad f(x) = \frac{1}{\sqrt{8}}, \; x = ?$$

$\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^x$ Metiéndolo en la calculadora $x = -\frac{3}{2}$

O también se puede resolver manualmente como:

$$2^{3 \cdot -\frac{1}{2}} = 2^x$$

Utilizando la propiedad de que si $a^n = a^m$ entonces $n=m$:

$$3 \cdot \frac{-1}{2} = x$$
$$-\frac{3}{2} = x$$

30) opción C

$$f(x) = 3^x$$

I. $f\left(\frac{-1}{3}\right) = 3^{-\frac{1}{3}} \approx 0{,}69$

$f(3) = 3^3 = 27$

$\therefore$ I es verdadera ya que $0{,}69 < 27$.

II. $f(1) = 3^1 = 3$, II es falsa ya que 3 no está en el intervalo $]0, \frac{1}{2}[$.

31) opción C

$$(2^x)^{x-1} = 1$$
$$(2^x)^{x-1} = 2^0$$

Utilizando la propiedad de que si $a^n = a^m$ entonces $n = m$:

$$x(x-1) = 0$$
$$x^2 - x = 0$$

Metiéndolo en la calculadora con MODE $\rightarrow$ 5-3

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$ $\therefore$ El conjunto solución es $\{0, 1\}$

32) opción C

$$(0{,}04)^{4-x} = 5^{3x-3}$$

$$\left(5^{-2}\right)^{4-x} = 5^{3x-3}$$

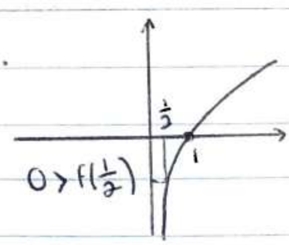
Por la propiedad de $a^n = a^m \rightarrow n = m$:

$$-2(4-x) = 3x - 3$$
$$-8 + 2x = 3x - 3$$
$$-x = 5$$
$$x = -5$$

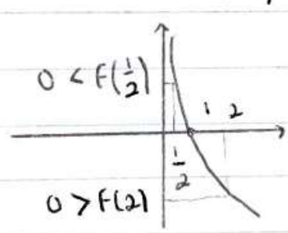
33) opción B

$f(x) = \log_a x$ $\qquad f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

I.



creciente



decreciente.

Viendo esas 2 gráficas, la función tiene que ser decreciente para que $f(\frac{1}{2}) > 0$, $\therefore$ I es falsa.

II. Falso, como ya se sabe que la gráfica es decreciente, entonces $f(2) < 0$

34) Opción A

$f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$ $\qquad$ Ámbito: $[-1, \frac{1}{3}[$

Entonces busco la preimagen para -1 y $\frac{1}{3}$

(cerrado) $-1 = \log_{\frac{1}{8}} x \rightarrow (\ )^{-1} = x = 8$

(abierto) $\frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} x \rightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = x = \frac{1}{2}$

$\therefore$ El dominio es de $]\frac{1}{2}, 8]$

35) opción A

$$2 = \frac{\log(1-4x)}{\log(x-1)}$$

$$2\log(x-1) = \log(1-4x)$$

$$\log(x-1)^2 = \log(1-4x)$$

$$(x-1)^2 = (1-4x)$$

$$x^2 - 2x + \cancel{1} = \cancel{1} - 4x$$

$$x^2 + 2x = 0$$

Resolviéndolo en la calculadora (MODE → 5 → 3): $x = -2$, $x = 0$ } Estas opciones se descartan ya que indefinen el $\log(x-1)$, ya que el dominio es de $]0,+\infty[$

∴ El conjunto solución es $\{\}$.

36) Opción B

$$\log_3(3x-5) - \log_3(2x-3) = 0$$

$$\log_3(3x-5) = \log_3(2x-3)$$

Como tienen la misma base:

$$3x - 5 = 2x - 3$$

$x = 2$ → Esta opción si sirve ya que no indefine ninguno de los 2 logaritmos

∴ El conjunto solución es $\{2\}$.

37) opción C

$$\log_3(2-x) = 2 + \log_3(3x+4)$$

$$\log_3(2-x) - \log_3(3x+4) = 2$$

$$\log_3\left(\frac{2-x}{3x+4}\right) = 2$$

Pasándolo a exponencial (Recordar que: $a^x = y \rightarrow x = \log_a y$)

$$\frac{2-x}{3x+4} = 3^2$$

$$2 - x = 9(3x+4)$$

$$2 - x = 27x + 36$$

$$-34 = 28x$$

$$\frac{-17}{14} = x$$

38) opción C

$$2^{\frac{x}{2}} = 5$$

Pasándolo a logaritmo (Recordar que $a^x = y \rightarrow x = \log_a y$

$$\log_2 (5) = \frac{x}{2}$$

$$2 \cdot \log_2 (5) = x$$

39) Opción B

$$\log d = 3{,}7 - 0{,}2\,g$$

d: diámetro, km

g: magnitud absoluta

$d = 10$ km

$g = ?$

$$\log 10 = 3{,}7 - 0{,}2\,g$$

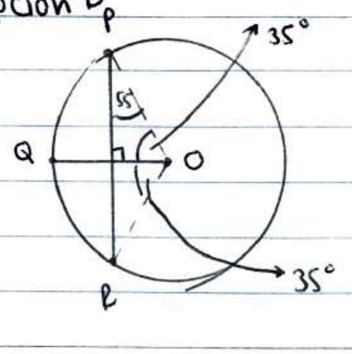
$$0{,}2\,g = 3{,}7 - \log 10$$

$$g = \frac{3{,}7 - \log 10}{0{,}2} = 13{,}5$$

40) opción B

como $\overleftrightarrow{EB}$ es tangente a la circunferencia, quiere decir que $\measuredangle DBE = 90°$, además como $\widehat{AD} \cong \widehat{DC}$ implica que $m\widehat{AD} = m\widehat{DC} = 20°$, por lo tanto $\measuredangle CBE$ sería $90° + 20° = 110°$

41) Opción B



$\therefore\ m\widehat{PR} = 35 + 35 = 70°$

42) opción D

como $\measuredangle BCY$ es un ángulo semiinscrito, ese ángulo es la mitad del arco que intercepta, que corresponde a $\widehat{CB}$, entonces $m\widehat{CB}$ es $2 \cdot 60 = 120°$. Además, como $m\measuredangle AOB = 50°$, el arco $\widehat{AB} = 50°$. Por lo tanto, el arco $\widehat{AC} = 360 - 50 - 120 = 190°$, entonces como el $\measuredangle ACX$ es semiinscrito con ese arco, la medida de $\measuredangle ACX = \frac{190}{2} = 95°$.

43) opción C

$C = 18\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} r \rightarrow r = \frac{18}{2} = 9$

$m\ \widehat{ABC} = 320° \quad \therefore \quad m\ \widehat{AC} = 360 - 320 = 40°$

Según el formulario, para calcular el área de un sector circular se usa

$$A = \frac{\pi r^2 n°}{360} \longrightarrow \text{medida del arco en grados}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 40}{360} = 9\pi$$

Ahora calculo el área de todo el círculo:

$$A_0 = \pi r^2 = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$$

Entonces el área gris es:

$$\text{Área gris} = 81\pi - 9\pi = 72\pi$$

44) Opción A

$C = 3\pi$

1 m^2 cuesta ₡10.000

$C = 2\pi r$

$3\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} r$

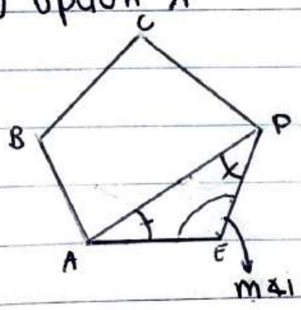
$\frac{3}{2} = r$

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9\pi}{4}\ m^2$$

Deberá pagar $\frac{9\pi}{4} \cdot$ ₡10000 $= 22500\pi \approx$ ₡70650

(usando $\pi = 3{,}14$)

45) opción A



como es un pentágono, $n = 5$

según el formulario: $m\measuredangle 1 = \frac{180(n-2)}{n}$

$$m\measuredangle 1 = \frac{180(5-2)}{5} = 108°$$

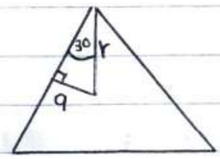
$\measuredangle DAE = \measuredangle ADE$, entonces $\measuredangle DAE = \frac{180 - 108}{2} = 36°$

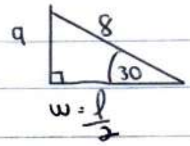
46) opción C

Triángulo equilátero

$r = 8$

$P = ?$





$\cos(30) = \frac{w}{8} \longrightarrow w = 8 \cdot \cos(30) = 4\sqrt{3} = \frac{l}{2} \longrightarrow l = 8\sqrt{3}$

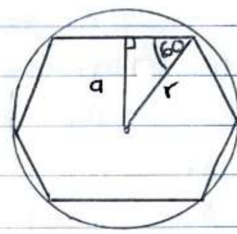
$\therefore P = 3 \cdot l = 3 \cdot 8\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

47) opción B

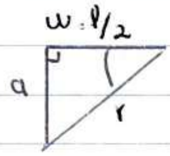
Hexágono inscrito en una circunferencia

$\hookrightarrow A = 96\sqrt{3}$

longitud de la circunferencia $c = ?$



El radio del hexágono es igual al radio de la circunferencia.



$\cos(60) = \frac{w}{r}$

$w = r \cdot \cos(60) = \frac{l}{2} \longrightarrow l = 2 \cdot r \cdot \cos(60)$

Según el formulario:

$A = \frac{P \cdot a}{2}$ y para un hexágono $a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$

Entonces: $A = \frac{6 \cdot l \cdot a}{2} = \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{2} \cdot r \cdot \cos(60) \cdot r\sqrt{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}}$

$96\cancel{\sqrt{3}} = 3r^2 \cos(60) \cancel{\sqrt{3}}$

$r = \sqrt{\frac{96}{3 \cdot \cos(60)}} = 8$

$C = 2\pi r$

$C = 2\pi \cdot 8 = \boxed{16\pi}$

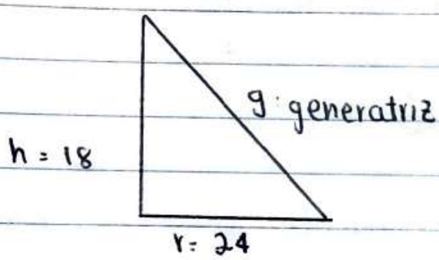
48) Opción C

Cono circular recto

Área basal $= 576\pi \longrightarrow A = \pi r^2$

$h = 18$ $\qquad 576 \cancel{\pi} = \cancel{\pi} r^2$

Área lateral $= ?$ $\qquad r = 24$



Por pitágoras:

$g = \sqrt{18^2 + 24^2}$

$g = 30$

Según el formulario, el área total se calcula como

$A_T = \pi r (r + g)$

Área lateral $\leftarrow A_L = A_T - A_{basal}$

$A_L = \pi \cdot 24(24 + 30) - 576\pi = 720\pi$

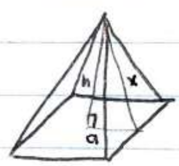
49) opción D

Pirámide recta de base cuadrada

$\hookrightarrow V = 784$

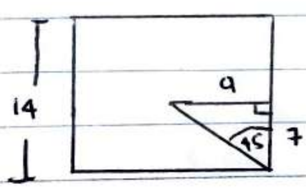
$h = 12$

$A_T = ?$

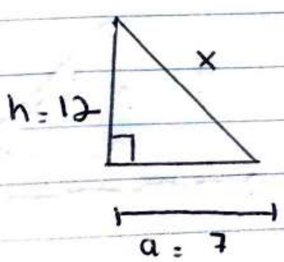


$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \longrightarrow 784 = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot 12 \longrightarrow A_b = 196 \leftarrow$ área de un cuadrado

$A_{\square} = l^2 \longrightarrow 196 = l^2 \longrightarrow l = 14$



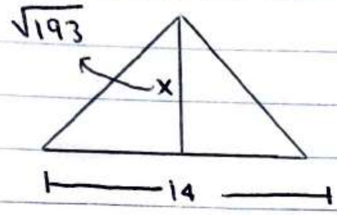
$\tan(45) = \frac{a}{7} \rightarrow a = 7 \cdot \tan(45) = 7$



Por pitágoras:

$x = \sqrt{7^2 + 12^2} = \sqrt{193}$

Entonces para una cara de la pirámide:



$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot \sqrt{193}}{2} = 7\sqrt{193}$

como la pirámide tiene 4 caras: $A_L = 4 \cdot 7\sqrt{193} = 28\sqrt{193}$

Entonces para el área total:

$A_T = A_L + A = 196 + 28\sqrt{193}$

50) opción C

Ángulo terminal en el III cuadrante, entonces tiene que estar en un intervalo entre π y $\frac{3\pi}{2}$ según el círculo trigonométrico. Entonces se va viendo cada una de las opciones

→ Opción A: $\frac{2\pi}{3} < \pi$ ⟶ está en el II cuadrante.

→ Opción B: $\frac{5\pi}{6} < \pi$ ⟶ está en el II cuadrante

→ Opción C: $\frac{4\pi}{3}$ si está entre π y $\frac{3\pi}{2}$ entonces si está en el III cuadrante.

51) opción B

$$\text{grados} = \frac{\text{rad} \cdot 180}{\pi}$$

$$\text{grados} = \frac{5\cancel{\pi}}{9} \cdot \frac{180}{\cancel{\pi}} = 100°$$

52) opción C

$$\frac{1-\cos^2 x}{1-\text{sen}^2 x}$$

Por la identidad pitagórica

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

Entonces: $1-\cos^2 x = \text{sen}^2 x$

y $1 - \text{sen}^2 x = \cos^2 x$

Sustituyendo:

$$= \frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$$

53) Opción B

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \cot x$$

$$= \frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$$

Homogenizando:

$$= \frac{\operatorname{sen}^2 x - \cos x\,(1-\cos x)}{(1-\cos x)\operatorname{sen} x}$$

Por la identidad pitagórica ($\operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$)

$$= \frac{1 - \cancel{\cos^2 x} - \cos x + \cancel{\cos^2 x}}{(1-\cos x)\operatorname{sen} x}$$

$$= \frac{\cancel{(1-\cos x)}}{\cancel{(1-\cos x)}\cdot \operatorname{sen} x} = \frac{1}{\operatorname{sen} x} = \csc x$$

54) opción B

$$\cot(90^\circ - x)\cdot \csc x \cdot \operatorname{sen}(90^\circ - x)$$

$$= \frac{\cos(90^\circ - x)}{\cancel{\operatorname{sen}(90^\circ - x)}} \cdot \csc x \cdot \cancel{\operatorname{sen}(90^\circ - x)}$$

$$= \cos(90^\circ - x)\cdot \csc x$$

Por la identidad trigonométrica complementaria de que $\cos(\overset{90^\circ}{\frac{\pi}{2}} - \theta) = \sin\theta$

entonces:

$$= \operatorname{sen} x \cdot \csc x$$

$$= \cancel{\operatorname{sen} x} \cdot \frac{1}{\cancel{\operatorname{sen} x}} = 1$$

55) opción

$\beta = 30^\circ$

$\cos\beta = ?$ Si está en el tercer cuadrante

$$\cos(30) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

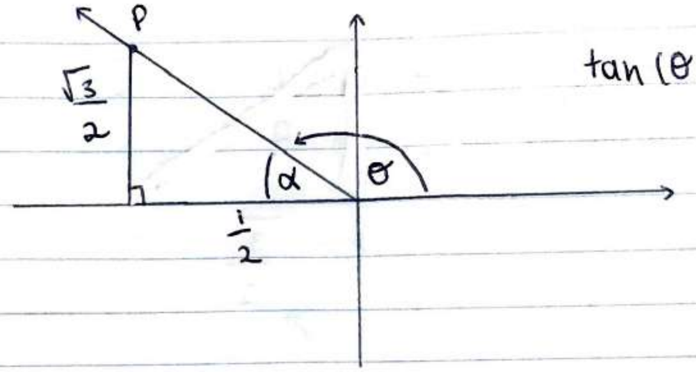
Es negativo porque en el tercer cuadrante el coseno es negativo

Recordar que:

II cuadrante	I cuadrante
sen (+)	Todas (+)
csc (+)	
tan (+)	cos (+)
cot (+)	sec (+)
III cuadrante	IV cuadrante

56) opción D

Punto $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



$\tan(\theta) = ?$

$\tan\alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)$

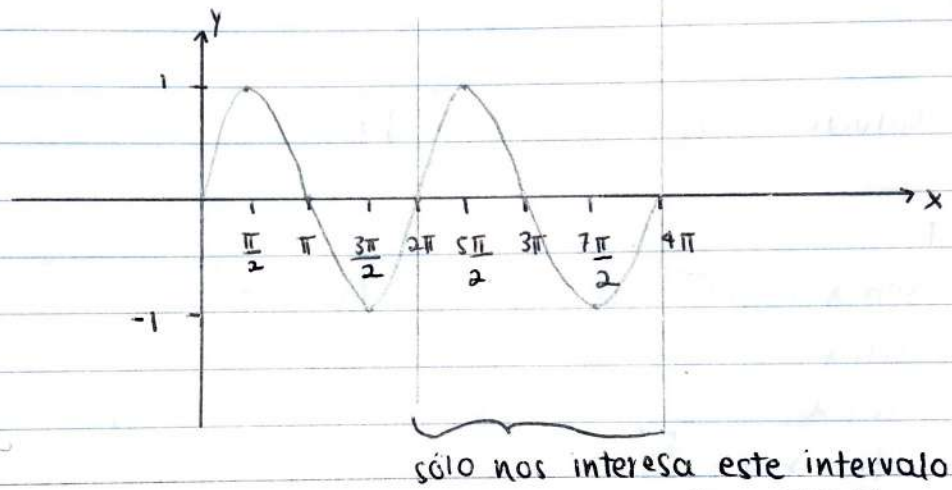
$\alpha = 60°$ $\quad \therefore \theta = 180 - \alpha = 180 - 60 = 120°$

Entonces: $\tan(120) = \boxed{-\sqrt{3}}$

57) opción D

$f(x) = \text{sen } x$, dominio: $]2\pi, 4\pi[$

Es mejor hacer un bosquejo de la gráfica de sen x.



De la gráfica se observa que es decreciente de $]\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}[$, según las opciones de la pregunta el intervalo sería de $]3\pi, \frac{7\pi}{2}[$.

58) Opción D

$f(x) = \cos x$

I. Falso, según la gráfica de cos x, interseca al eje x en $(\frac{\pi}{2}, 0)$.

II. verdadero, el ámbito para sen x y cos x es de $[-1, 1]$

59) opción B

$$\sqrt{3}\csc x - 2 = 0 \quad , \quad [0, 2\pi[$$

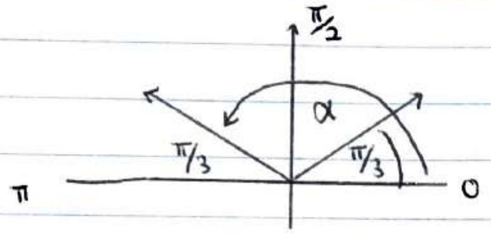
$$\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}x} = 2$$

$$\operatorname{sen}x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x = \frac{\pi}{3}$$

este es el del I cuadrante.

como es un número positivo, entonces debe haber un ángulo en el I y II cuadrante

Para encontrar el del II cuadrante (α):



$$\alpha = \pi - \pi/3 = \frac{2\pi}{3}$$

$\therefore$ la solución sería $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

60) Opción B

$$2\operatorname{sen}x = 2\sqrt{3}\cos x \quad , \quad [0, 2\pi[$$

$$\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

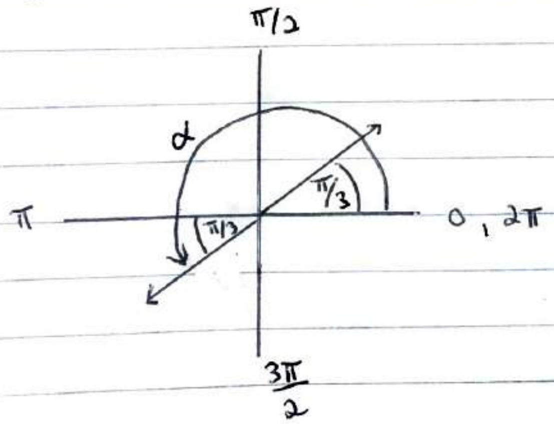
$$\tan x = \sqrt{3}$$

como es un número positivo entonces debe haber un ángulo en el I y III cuadrante.

$$\tan^{-1}(\sqrt{3}) = x = \frac{\pi}{3}$$

este es el del I cuadrante.

Para encontrar el del III cuadrante:



$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$\therefore$ la solución sería $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

Examen de matemática de bachillerato por madurez I-2014

1) Opción A

$x^4 - 16y^4$

Por diferencia de cuadrados:

$= (x^2 + 4y^2)\underbrace{(x^2 - 4y^2)}$

este también se puede expresar por diferencia de cuadrados:

$= (x^2 + 4y^2) \cdot \underbrace{(x + 2y)} \cdot (x - 2y)$

Este es uno de los factores.

2) opción D

$23x - 12 - 10x^2$

$= -(10x^2 - 23x + 12)$

$= -(\underbrace{10x^2 - 15x} - 8x + 12)$

Ahora agrupo los términos y les saco factor común:

$= -[5x(2x-3) - 4(2x-3)]$

Sacando factor común:

$= -[(2x-3)(5x-4)]$

$= (2x-3)\underbrace{(4-5x)}$

Este es uno de los factores

3) opción C

$x^2(x-2) - (x-2)$ Por factor común:

$= (x-2)\underbrace{(x^2-1)}$

Por diferencia de cuadrados:

$= (x-2)(x+1)\underbrace{(x-1)}$

Este es uno de los factores

4) opción C

$3\underbrace{(x^2-9)} + 6(x+3)^2$

Por diferencia de cuadrados:

$= 3(x+3)(x-3) + 6(x+3)^2$

Por factor común:

$= (x+3)[3(x-3) + 6(x+3)]$

$= (x+3)[3x - 9 + 6x + 18]$

$$= (x+3)\,[\,9x+9\,]$$

Por factor común:

$$= 9\,(x+3)(x+1)$$

5) opción A

$$\frac{2x^2+1-3x}{2x^2+x-1}$$

Primero factorizo el numerador:

$$2x^2-3x+1 = \overbrace{2x^2-2x}\underbrace{-x+1}$$

Agrupando y por factor común:

$$= 2x(x-1)-(x-1)$$

$$= (x-1)(2x-1)$$

Ahora factorizo el denominador:

$$2x^2+x-1 = \overbrace{2x^2-x}+\underbrace{2x-1}$$

Agrupando y por factor común:

$$= x\,(2x-1)+(2x-1)$$

$$= (2x-1)(x+1)$$

Sustituyendo: $\dfrac{(x-1)\cancel{(2x-1)}}{\cancel{(2x-1)}(x+1)} = \dfrac{(x-1)}{(x+1)}$

6) opción B

$$\frac{2x}{x-2}+\underbrace{\frac{4x-8}{x^2-4x+4}}$$

Primero simplifico este término:

$$= \frac{4(x-2)}{(x-2)^2}$$ ← Acá saqué factor común (numerador) ← Acá use la fórmula notable. (denominador)

$$= \frac{4}{(x-2)}$$

Entonces: $\dfrac{2x}{x-2}+\dfrac{4}{(x-2)} = \dfrac{2x+4}{(x-2)}$

Por factor común: $= \dfrac{2(x+2)}{x-2}$

7) opción B

$$\underbrace{\frac{(x-2)}{x^2-5x+4}} - \frac{x}{x^2-2x-8}$$

Primero simplifico este denominador:

$$x^2-5x+4 = \overbrace{x^2-4x}\underbrace{-x+4}$$

Agrupando y $= x(x-4)-(x-4)$

por factor común: $= (x-4)(x-1)$

Ahora simplifico el denominador del segundo término:

$$x^2-2x-8 = x^2-4x+2x-8$$

Agrupando y $= x(x-4)+2(x-4)$

por factor común: $= (x-4)(x+2)$

Sustituyendo en la original:

$$\frac{(x-2)}{(x-4)(x-1)} - \frac{x}{(x-4)(x+2)}$$

Homogenizando:

$$\frac{(x-2)(x+2) - x(x-1)}{(x-4)(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{\cancel{x^2}+\cancel{2x}-\cancel{2x}-4-\cancel{x^2}+x}{(x-4)(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x-1)(x+2)} = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$$

8) Opción C

$$\underbrace{\frac{45xy^2+18y^2}{4-25x^2}} \cdot \frac{5x^2+13x-6}{18y^2}$$

Primero simplifico este término:

→Numerador: $45xy^2+18y^2$

Por factor común: $= 9y^2(5x+2)$

→ Denominador: $4-25x^2$

Por diferencia de cuadrados: $= (2+5x)(2-5x)$

Ahora para el numerador del segundo término:

$$5x^2 + 13x - 6$$
$$= 5x^2 - 2x + 15x - 6$$

Agrupando y por factor común:

$$= x(5x-2) + 3(5x-2)$$
$$= (5x-2)(x+3)$$

Sustituyendo en la expresión original:

$$\frac{\cancel{9x^2}\cancel{(5x+2)}}{\cancel{(5x+2)}(2-5x)} \cdot \frac{(5x-2)(x+3)}{\cancel{18x^2}}$$

$$= \frac{(5x-2)(x+3)}{(2-5x)\cdot 2} = -\frac{\cancel{(2-5x)}(x+3)}{\cancel{(2-5x)}\cdot 2}$$

$$= \frac{-x-3}{2}$$

9) opción A

$$6x^2 - 7x = -2$$

Igualando a cero: $6x^2 - 7x + 2 = 0$

Metiéndolo a la calculadora con MODE → 5 → 3:

$$\begin{cases} x = 2/3 \\ x = 1/2 \end{cases}$$

10) opción A y D

$$4x + 3 = x(2x-1)$$
$$4x + 3 = 2x^2 - x$$

Igualando a cero: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Metiéndolo a la calculadora con MODE → 5 → 3:

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

11) opción B

$$x^2 + 1 = 4x$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

Metiéndolo en la calculadora (MODE → 5 → 3)

$$\begin{cases} x = 2+\sqrt{3} \\ x = 2-\sqrt{3} \end{cases}$$

12) opción B

$$\begin{cases} x = y + 12 & (1)\ (x > 0) \\ x \cdot y = 864 & (2) \end{cases} \qquad x = ?\ \text{(número mayor)}$$

Despejo y de la ecuación (2):

$$y = \frac{864}{x}$$

Sustituyo "y" en (1):

$$x = \frac{864}{x} + 12$$

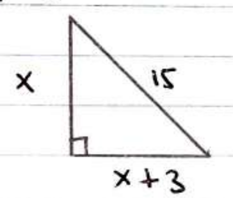
$$x - 12 = \frac{864}{x} \longrightarrow x(x-12) = 864$$

$$x^2 - 12x - 864 = 0$$

$$\begin{cases} x = 36 \\ x = -24 \end{cases}$$

$x = -24$ ← Se descarta porque dicen que x es positivo

13) opción C



Por pitágoras:

$$15^2 = x^2 + (x+3)^2$$

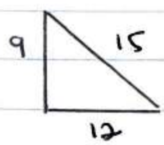
$$225 = x^2 + x^2 + 6x + 9$$

$$0 = 2x^2 + 6x - 216$$

Metiéndolo en la calculadora (MODE → 5 → 3)

$x = 9$

$x = -12$ ← se descarta porque una medida no puede ser negativa



$\therefore P = 9 + 15 + 12$
$= 36$

14) opción B

$$f(x) = \sqrt{x-3} \qquad f(x) = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{x-3}$$

$$2 = x - 3$$

$$x = 5$$

15) opción C

Para que sea una función, una preimagen (x) debe tener una sola imagen (y).

I. Si es función, ya que apesar de que las "y" son iguales, corresponden a "x" distintas.

II. No es función porque para una misma "x" hay 2 "y" distintas

16) opción A

I. $f(x) = x^2 - 4$ su dominio máximo si es $\mathbb{R}$

II. $g(x) = \sqrt[3]{5-x}$ su dominio máximo si es $\mathbb{R}$ ya que ningún número real indefine la raíz cúbica

17) opción D

Según la gráfica el ámbito es de $]-\infty, -2]$

18) opción A

Según la gráfica el ámbito es de $\mathbb{R}$

19) opción D

$(4, -3) \quad (-2, -1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-3)}{-2-4} = \frac{-1}{3}$$

20) opción B

I. Falso, porque la gráfica es decreciente entonces $m < 0$

II. Falso, b es la intersección con el eje "y", y como se observa en la gráfica $b = -2$

21) Opción D

$l_1 \parallel l_2$: ambas tienen la misma pendiente

Para l_1 $y = 3x - 1$

$m_1 = 3 \quad \therefore m_2 = 3$

I. Falso, la pendiente de l_2 tiene que ser igual a la de l_1, que es 3.

II. Para l_2: $(-1, -2)$

$y = 3x + b$

Sustituyo el punto $(-1, -2)$ para encontrar b

$-2 = 3 \cdot (-1) + b$

$1 = b =$ intersección con Y $\therefore$ II es verdadera

22) Opción C

$$12y - 8x = -15$$
$$12y = 8x - 15$$
$$y = \frac{8}{12}x - \frac{15}{12}$$

NOTA: Para que 2 rectas sean perpendiculares, la pendiente de una es el recíproco negativo de la pendiente de la otra

$$m_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \qquad \therefore\ m_2 = \frac{-3}{2}$$

Viendo las opciones, se busca una en donde la pendiente sea $-3/2$

- Para la A: $4y - 6x = 5$
$$4y = 6x + 5$$
$$y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} \qquad \times \quad m > 0$$

- Para la B: $6y + 4x = -5$
$$6y = -4x - 5$$
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} \qquad \times \quad m \neq -3/2$$

- Para la C: $14y + 21x = 6$
$$14y = -21x + 6$$
$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{7} \qquad \checkmark \quad m = -3/2$$

23) opción B

$$f(x) = \sqrt{\tfrac{1}{2} + x} \longrightarrow y = \sqrt{\tfrac{1}{2} + x}$$

Intercambio las letras (cambio la "y" por "x", y la "x" por "y")

$$x = \sqrt{\frac{1}{2} + y}$$

Ahora despejo y: $x^2 = \frac{1}{2} + y$

$$x^2 - \frac{1}{2} = y = f^{-1}(x)$$

24) opción D

$\left(\frac{1}{2}, -3\right) \quad \left(-4, \frac{2}{3}\right)$

Primero encuentro la ecuación de $f(x)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{2}{3} - (-3)}{-4 - \frac{1}{2}} = -\frac{22}{27}$$

$$y = \frac{-22}{27}x + b$$

Ahora sustituyo el punto $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ para encontrar b:

$$-3 = \frac{-22}{27} \cdot \frac{1}{2} + b \longrightarrow b = \frac{-70}{27}$$

Entonces, $y = f(x) = \frac{-22}{27}x - \frac{70}{27}$

Para la inversa, intercambio las letras:

$$x = -\frac{22}{27}y - \frac{70}{27}$$

$$x + \frac{70}{27} = -\frac{22}{27}y$$

$$-\frac{27}{22}\left(x + \frac{70}{27}\right) = y$$

$$-\frac{27}{22}x - \frac{35}{11} = y = f^{-1}(x)$$

25) Opción B

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

El eje de simetría corresponde a la coordenada en x del vértice, que está dada por:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -12 \end{cases} \qquad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

26) opción B

$$f(x) = x^2 - 3$$

$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$ $a = 1 \rightarrow$ es cóncava hacia arriba, entonces el ámbito va a ir de la coordenada en "y" del vértice a $+\infty$.

Entonces encuentro el vértice:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2\cdot 1} = 0$$

$y = 0^2 - 3 = -3$ (Para y evalúo el x en la función dada)

$\therefore$ El ámbito ya de $[-3, +\infty[$

27) opción A

$$h(t) = -4{,}9t^2 + 20t$$

I. $t = 2{,}04$ s $\qquad h = -4{,}9 \cdot (2{,}04)^2 + 20 \cdot 2{,}04$

$h = ?$ $\qquad h = 20{,}41$ m

Para saber la altura máxima se ocupa encontrar el vértice

$\begin{cases} a = -4{,}9 \to \text{cóncava hacia abajo, por eso el vértice es la altura máxima} \\ b = 20 \\ c = 0 \end{cases}$

Encuentro el vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2\cdot -4{,}9} = \frac{100}{49}$

$$y = -4{,}9 \cdot \left(\frac{100}{49}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{100}{49}\right) = 20{,}41 \text{ m}$$

Entonces I es verdadera ya que a 2,04 s si alcanza la altura máxima de 20,41 m.

II. $t = 3$ s $\qquad h = -4{,}9 \cdot 3^2 + 20 \cdot 3$

$h = ?$ $\qquad h = 15{,}9$ m $\quad \therefore$ II es verdadera

28) Opción B

Para encontrar el punto de intersección entre 2 rectas, primero se despeja la "y" en cada una y luego se igualan, ya cuando se encuentra el "x" de la intersección, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones para encontrar "y". Entonces

l_1:
$$x - (3-y) = 2x + 1$$
$$-(3-y) = x + 1$$
$$-3 + y = x + 1$$
$$y = x + 4$$

l_2:
$$2x - (y+1) = -3$$
$$-(y+1) = -2x - 3$$
$$y + 1 = 2x + 3$$
$$y = 2x + 2$$

Igualándolas:

$$x+4 = 2x+2$$
$$-x = -2$$
$$\boxed{x=2}$$

Ahora sustituyo $x=2$ en la ecuación de l_1:

$$y = x+4$$
$$y = 2+4 = 6$$

∴ la intersección se da en el punto $(2,6)$

29) opción c

$$f(x) = 2^x \qquad f(x) = \frac{1}{\sqrt{8}}, \; x = ?$$

$\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^x$ Metiéndolo en la calculadora $x = -\frac{3}{2}$

O también se puede resolver manualmente como:

$$2^{3 \cdot -\frac{1}{2}} = 2^x$$

Utilizando la propiedad de que si $a^n = a^m$ entonces $n=m$:

$$3 \cdot \frac{-1}{2} = x$$
$$-\frac{3}{2} = x$$

30) opción c

$$f(x) = 3^x$$

I. $f\left(\frac{-1}{3}\right) = 3^{-\frac{1}{3}} \approx 0{,}69$

$f(3) = 3^3 = 27$

∴ I es verdadera ya que $0{,}69 < 27$.

II. $f(1) = 3^1 = 3$, II es falsa ya que 3 no está en el intervalo $]0, \frac{1}{2}[$.

31) opción c

$$(2^x)^{x-1} = 1$$
$$(2^x)^{x-1} = 2^0$$

Utilizando la propiedad de que si $a^n = a^m$ entonces $n = m$:

$$x(x-1) = 0$$

$$x^2 - x = 0$$

Metiéndolo en la calculadora con MODE → 5-3

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

∴ El conjunto solución es $\{0, 1\}$

32) opción C

$$(0{,}04)^{4-x} = 5^{3x-3}$$

$$\left(5^{-2}\right)^{4-x} = 5^{3x-3}$$

Por la propiedad de $a^n = a^m \rightarrow n = m$:

$$-2(4-x) = 3x - 3$$

$$-8 + 2x = 3x - 3$$

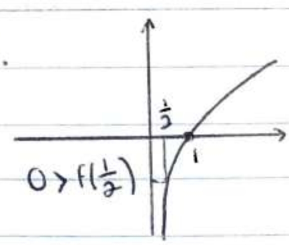
$$-x = 5$$

$$x = -5$$

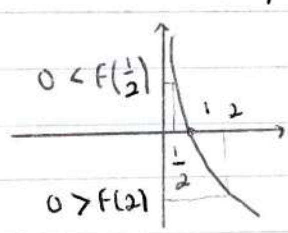
33) opción B

$f(x) = \log_a x$ $\quad f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

I.



creciente



decreciente.

Viendo esas 2 gráficas, la función tiene que ser decreciente para que $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$, ∴ I es falsa.

II. Falso, como ya se sabe que la gráfica es decreciente, entonces $f(2) < 0$

34) Opción A

$f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$ $\quad$ Ámbito: $\left[-1, \frac{1}{3}\right[$

Entonces busco la preimagen para -1 y $\frac{1}{3}$

(cerrado) $-1 = \log_{\frac{1}{8}} x \rightarrow (\quad)^{-1} = x = 8$

(abierto) $\frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} x \rightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = x = \frac{1}{2}$

∴ El dominio es de $\left]\frac{1}{2}, 8\right]$

35) opción A

$$2 = \frac{\log(1-4x)}{\log(x-1)}$$

$$2\log(x-1) = \log(1-4x)$$

$$\log(x-1)^2 = \log(1-4x)$$

$$(x-1)^2 = (1-4x)$$

$$x^2 - 2x + \cancel{1} = \cancel{1} - 4x$$

$$x^2 + 2x = 0$$

Resolviéndolo en la calculadora (MODE $\rightarrow 5 \rightarrow 3$):

$\left.\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \end{array}\right\}$ Estas opciones se descartan ya que indefinen el $\log(x-1)$, ya que el dominio es de $]0,+\infty[$

$\therefore$ El conjunto solución es $\{\}$.

36) Opción B

$$\log_3(3x-5) - \log_3(2x-3) = 0$$

$$\log_3(3x-5) = \log_3(2x-3)$$

Como tienen la misma base:

$$3x - 5 = 2x - 3$$

$x = 2 \longrightarrow$ Esta opción si sirve ya que no indefine ninguno de los 2 logaritmos

$\therefore$ El conjunto solución es $\{2\}$.

37) Opción C

$$\log_3(2-x) = 2 + \log_3(3x+4)$$

$$\log_3(2-x) - \log_3(3x+4) = 2$$

$$\log_3\left(\frac{2-x}{3x+4}\right) = 2$$

Pasándolo a exponencial (Recordar que: $a^x = y \rightarrow x = \log_a y$)

$$\frac{2-x}{3x+4} = 3^2$$

$$2 - x = 9(3x+4)$$

$$2 - x = 27x + 36$$

$$-34 = 28x$$

$$\frac{-17}{14} = x$$

38) opción C

$$2^{\frac{x}{2}} = 5$$

Pasándolo a logaritmo (Recordar que $a^x = y \rightarrow x = \log_a y$

$$\log_2 (5) = \frac{x}{2}$$

$$2 \cdot \log_2 (5) = x$$

39) Opción B

$$\log d = 3{,}7 - 0{,}2\, g$$

d: diámetro, km

g: magnitud absoluta

d = 10 km

g = ?

$$\log 10 = 3{,}7 - 0{,}2\, g$$

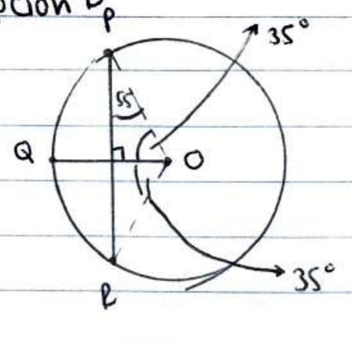
$$0{,}2\, g = 3{,}7 - \log 10$$

$$g = \frac{3{,}7 - \log 10}{0{,}2} = 13{,}5$$

40) opción B

como $\overleftrightarrow{EB}$ es tangente a la circunferencia, quiere decir que $\measuredangle DBE = 90°$, además como $\widehat{AD} \cong \widehat{DC}$ implica que $m\widehat{AD} = m\widehat{DC} = 20°$, por lo tanto $\measuredangle CBE$ sería $90° + 20° = 110°$.

41) Opción B



$$\therefore m\widehat{PR} = 35 + 35 = 70°$$

42) opción D

como $\measuredangle BCY$ es un ángulo semiinscrito, ese ángulo es la mitad del arco que intercepta, que corresponde a $\widehat{CB}$, entonces $m\widehat{CB}$ es $2 \cdot 60 = 120°$. Además, como $m\measuredangle AOB = 50°$, el arco $\widehat{AB} = 50°$. Por lo tanto, el arco $\widehat{AC} = 360 - 50 - 120 = 190°$, entonces como el $\measuredangle ACX$ es semiinscrito con ese arco, la medida de $\measuredangle ACX = \frac{190}{2} = 95°$.

43) opción C

$C = 18\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} r \rightarrow r = \frac{18}{2} = 9$

$m\,\widehat{ABC} = 320° \quad \therefore \quad m\,\widehat{AC} = 360 - 320 = 40°$

Según el formulario, para calcular el área de un sector circular se usa

$A = \frac{\pi r^2 n°}{360}$ → medida del arco en grados

$A = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 40}{360} = 9\pi$

Ahora calculo el área de todo el cículo:

$A_O = \pi r^2 = \pi \cdot 9^2 = 81\pi$

Entonces el área gris es:

$\text{Área gris} = 81\pi - 9\pi = 72\pi$

44) Opción A

$C = 3\pi$

$1\ m^2$ cuesta ₡10.000

$C = 2\pi r$

$3\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} r$

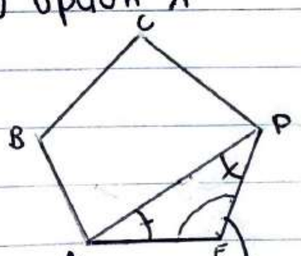
$\frac{3}{2} = r$

$A = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9\pi}{4}\ m^2$

Deberá pagar $\frac{9\pi}{4} \cdot$ ₡10000 $= 22500\pi \approx$ ₡70650

(usando $\pi = 3,14$)

45) opción A



$m\measuredangle 1 = 108$

como es un pentágono, $n = 5$

según el formulario: $m\measuredangle i = \frac{180(n-2)}{n}$

$m\measuredangle i = \frac{180(5-2)}{5} = 108°$

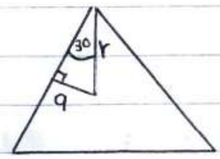
$\measuredangle DAE = \measuredangle ADE$, entonces $\measuredangle DAE = \frac{180 - 108}{2} = 36°$

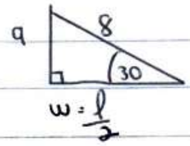
46) opción C

Triángulo equilátero

$r = 8$

$P = ?$





$\cos(30) = \dfrac{w}{8} \longrightarrow w = 8 \cdot \cos(30) = 4\sqrt{3} = \dfrac{l}{2} \longrightarrow l = 8\sqrt{3}$

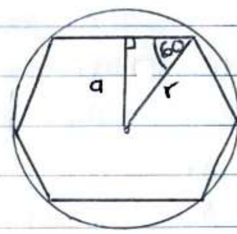
$\therefore P = 3 \cdot l = 3 \cdot 8\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

47) opción B

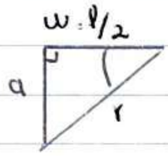
Hexágono inscrito en una circunferencia

$\hookrightarrow A = 96\sqrt{3}$

longitud de la circunferencia $c = ?$



El radio del hexágono es igual al radio de la circunferencia.



$\cos(60) = \dfrac{w}{r}$

$w = r \cdot \cos(60) = \dfrac{l}{2} \longrightarrow l = 2 \cdot r \cdot \cos(60)$

Según el formulario:

$A = \dfrac{P \cdot a}{2}$ y para un hexágono $a = \dfrac{r\sqrt{3}}{2}$

Entonces $A = \dfrac{6 \cdot l \cdot a}{2} = \dfrac{\cancel{6} \cdot \cancel{2} \cdot r \cdot \cos(60) \cdot r\sqrt{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}}$

$96\cancel{\sqrt{3}} = 3r^2 \cos(60) \cancel{\sqrt{3}}$

$r = \sqrt{\dfrac{96}{3 \cdot \cos(60)}} = 8$

$C = 2\pi r$

$C = 2\pi \cdot 8 = \boxed{16\pi}$

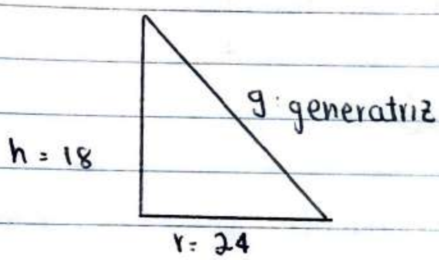
48) Opción C

Cono circular recto

Área basal $= 576\pi \longrightarrow A = \pi r^2$

$h = 18$ $\quad 576 \cancel{\pi} = \cancel{\pi} r^2$

Área lateral $= ?$ $\quad r = 24$



Por pitágoras:

$g = \sqrt{18^2 + 24^2}$

$g = 30$

Según el formulario, el área total se calcula como

$$A_T = \pi r (r + g)$$

Área lateral $\leftarrow A_L = A_T - A_{basal}$

$$A_L = \pi \cdot 24(24 + 30) - 576\pi = 720\pi$$

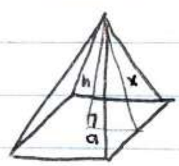
49) opción D

Pirámide recta de base cuadrada

$\hookrightarrow V = 784$

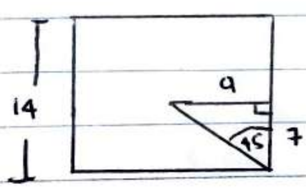
$h = 12$

$A_T = ?$

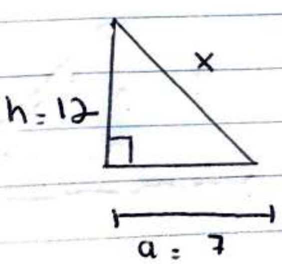


$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \longrightarrow 784 = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot 12 \longrightarrow A_b = 196 \leftarrow$ área de un cuadrado

$A_{\square} = l^2 \longrightarrow 196 = l^2 \longrightarrow l = 14$



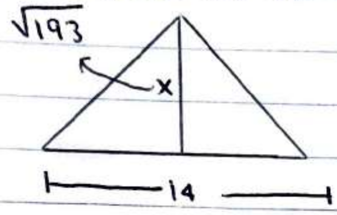
$\tan(45) = \frac{a}{7} \longrightarrow a = 7 \cdot \tan(45) = 7$



Por pitágoras:

$x = \sqrt{7^2 + 12^2} = \sqrt{193}$

Entonces para una cara de la pirámide:



$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot \sqrt{193}}{2} = 7\sqrt{193}$$

como la pirámide tiene 4 caras: $A_L = 4 \cdot 7\sqrt{193} = 28\sqrt{193}$

Entonces para el área total:

$$A_T = A_L + A = 196 + 28\sqrt{193}$$

50) opción C

Ángulo terminal en el III cuadrante, entonces tiene que estar en un intervalo entre π y $\frac{3\pi}{2}$ según el círculo trigonométrico. Entonces se va viendo cada una de las opciones

→ Opción A: $\frac{2\pi}{3} < \pi$ → está en el II cuadrante.

→ Opción B: $\frac{5\pi}{6} < \pi$ → está en el II cuadrante

→ Opción C: $\frac{4\pi}{3}$ si está entre π y $\frac{3\pi}{2}$ entonces si está en el III cuadrante.

51) opción B

$$\text{grados} = \frac{\text{rad} \cdot 180}{\pi}$$

$$\text{grados} = \frac{5\cancel{\pi}}{9} \cdot \frac{180}{\cancel{\pi}} = 100°$$

52) opción C

$$\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \text{sen}^2 x}$$

Por la identidad pitagórica

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

Entonces: $1 - \cos^2 x = \text{sen}^2 x$

y $1 - \text{sen}^2 x = \cos^2 x$

Sustituyendo:

$$= \frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$$

53) Opción B

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \cot x$$

$$= \frac{\operatorname{sen} x}{1-\cos x} - \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$$

Homogenizando:

$$= \frac{\operatorname{sen}^2 x - \cos x\,(1-\cos x)}{(1-\cos x)\operatorname{sen} x}$$

Por la identidad pitagórica ($\operatorname{sen}^2 x = 1-\cos^2 x$)

$$= \frac{1 - \cancel{\cos^2 x} - \cos x + \cancel{\cos^2 x}}{(1-\cos x)\operatorname{sen} x}$$

$$= \frac{\cancel{(1-\cos x)}}{\cancel{(1-\cos x)}\cdot \operatorname{sen} x} = \frac{1}{\operatorname{sen} x} = \csc x$$

54) opción B

$$\cot(90^\circ - x)\cdot \csc x \cdot \operatorname{sen}(90^\circ - x)$$

$$= \frac{\cos(90^\circ - x)}{\cancel{\operatorname{sen}(90^\circ - x)}} \cdot \csc x \cdot \cancel{\operatorname{sen}(90^\circ - x)}$$

$$= \cos(90^\circ - x)\cdot \csc x$$

Por la identidad trigonométrica complementaria de que $\cos(\overset{90^\circ}{\frac{\pi}{2}} - \theta) = \sin\theta$

entonces:

$$= \operatorname{sen} x \cdot \csc x$$

$$= \cancel{\operatorname{sen} x}\cdot \frac{1}{\cancel{\operatorname{sen} x}} = 1$$

55) opción

$\beta = 30^\circ$

$\cos\beta = ?$ Si está en el tercer cuadrante

$$\cos(30) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

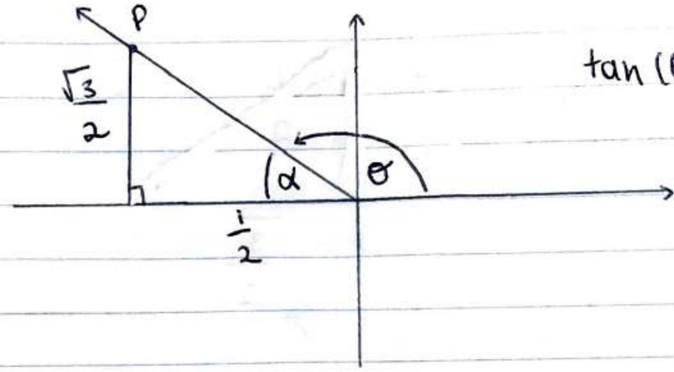
Es negativo porque en el tercer cuadrante el coseno es negativo

Recordar que:

II cuadrante	I cuadrante
sen (+)	Todas (+)
csc (+)	
tan (+)	cos (+)
cot (+)	sec (+)
III cuadrante	IV cuadrante

56) opción D

Punto $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



$\tan(\theta) = ?$

$\tan\alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)$

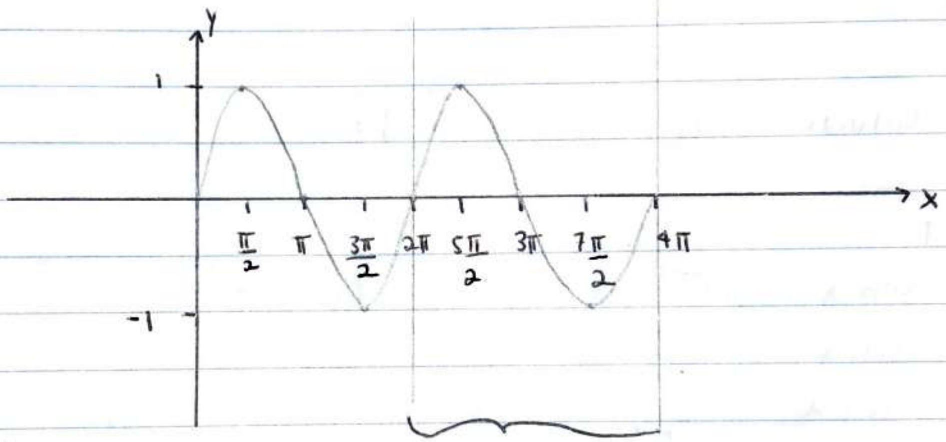
$\alpha = 60°$ $\quad \therefore \theta = 180 - \alpha = 180 - 60 = 120°$

Entonces: $\tan(120) = \boxed{-\sqrt{3}}$

57) opción D

$f(x) = \text{sen } x$, dominio: $]2\pi, 4\pi[$

Es mejor hacer un bosquejo de la gráfica de sen x.



De la gráfica se observa que es decreciente de $]\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}[$, según las opciones de la pregunta el intervalo sería de $]3\pi, \frac{7\pi}{2}[$.

58) Opción D

$f(x) = \cos x$

I. Falso, según la gráfica de cos x, interseca al eje x en $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$.

II. verdadero, el ámbito para sen x y cos x es de $[-1, 1]$

59) opción B

$$\sqrt{3}\,\csc x - 2 = 0 \quad , \quad [0, 2\pi[$$

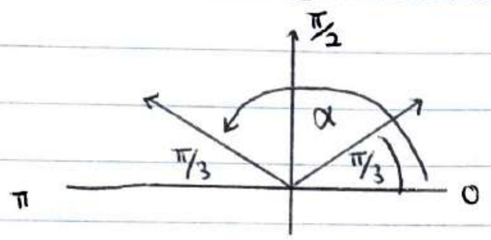
$$\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} x} = 2$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x = \frac{\pi}{3}$$

este es el del I cuadrante.

como es un número positivo, entonces debe haber un ángulo en el I y II cuadrante

Para encontrar el del II cuadrante (α):



$$\alpha = \pi - \pi/3 = \frac{2\pi}{3}$$

∴ la solución sería $\left\{ \frac{\pi}{3} , \frac{2\pi}{3} \right\}$

60) Opción B

$$2 \operatorname{sen} x = 2\sqrt{3} \cos x \quad , \quad [0, 2\pi[$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

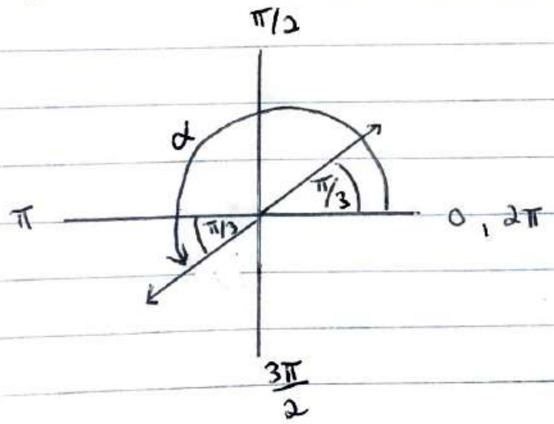
$$\tan x = \sqrt{3}$$

como es un número positivo entonces debe haber un ángulo en el I y III cuadrante.

$$\tan^{-1}(\sqrt{3}) = x = \frac{\pi}{3}$$

este es el del I cuadrante.

Para encontrar el del III cuadrante:



$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

∴ la solución sería $\left\{ \frac{\pi}{3} , \frac{4\pi}{3} \right\}$