

BACHILLERATO DE MADUREZ SUFICIENTE

EXAMEN DE MATEMÁTICA

CONVOCATORIA 01-2013

SOLUCIONARIO

<b>1</b>	C	<b>16</b>	C	<b>31</b>	A	<b>46</b>	C
<b>2</b>	A	<b>17</b>	B	<b>32</b>	B	<b>47</b>	A
<b>3</b>	B	<b>18</b>	A	<b>33</b>	D	<b>48</b>	C
<b>4</b>	D	<b>19</b>	B	<b>34</b>	B	<b>49</b>	B
<b>5</b>	B	<b>20</b>	D	<b>35</b>	B	<b>50</b>	B
<b>6</b>	C	<b>21</b>	A	<b>36</b>	A	<b>51</b>	D
<b>7</b>	D	<b>22</b>	D	<b>37</b>	D	<b>52</b>	B
<b>8</b>	C	<b>23</b>	C	<b>38</b>	C	<b>53</b>	A
<b>9</b>	B	<b>24</b>	A	<b>39</b>	C	<b>54</b>	B
<b>10</b>	C	<b>25</b>	B	<b>40</b>	B	<b>55</b>	C
<b>11</b>	B	<b>26</b>	B	<b>41</b>	B	<b>56</b>	B
<b>12</b>	C	<b>27</b>	C	<b>42</b>	A	<b>57</b>	D
<b>13</b>	D	<b>28</b>	C	<b>43</b>	C	<b>58</b>	D
<b>14</b>	D	<b>29</b>	C	<b>44</b>	D	<b>59</b>	D
<b>15</b>	D	<b>30</b>	D	<b>45</b>	B	<b>60</b>	C

# PROCEDIMIENTO / CONVOCATORIA

01-2013

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 18x^2y^2 - 50x^6 \\
 & = 2x^2(9y^2 - 25x^4) \\
 & = 2x^2[(3y)^2 - (5x^2)^2] \\
 & = 2x^2(3y - 5x^2)(3y + 5x^2)
 \end{aligned}$$

Es un factor del polinomio.

$$5) \quad \frac{9x^3 - 9x}{-18x^3 + 18x} = \frac{\cancel{9}(x^3 - x)}{-\cancel{18}^2(x^3 - x)} = -\frac{1}{2} //$$

$$6) \quad \left( \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x} \right) \left( \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 4} \right)$$

i) Por inspección,

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 7x + 10 \\
 x \quad \times \quad -5 \\
 x \quad \times \quad -2 \\
 \hline
 (x-5)(x-2)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x^2 - 5x + 4 \\
 x \quad \times \quad -4 \\
 x \quad \times \quad -1 \\
 \hline
 (x-4)(x-1)
 \end{array}$$

ii) Continuando,

$$\begin{aligned}
 & \frac{\cancel{x}(x-1)(x-5)(x-2)}{\cancel{x}(x-2)(x-4)(x-1)} \\
 & = \frac{x-5}{x-4} //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 16x^2 - 80x + 100 \\
 & = 4(4x^2 - 20x + 25) \\
 & = 4[(2x)^2 - 2(2x)(5) + (5)^2] \\
 & = 4(2x - 5)^2
 \end{aligned}$$

↳ Factor del polinomio

$$\begin{aligned}
 7) \quad & \frac{x^2 - y^2}{x + 3y} \cdot \frac{x^2 + 3xy}{x^2 - xy} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + 3xy)}{(x + 3y)(x^2 - xy)} \\
 & = \frac{\cancel{x}(x^2 - y^2)(x + 3y)}{\cancel{x}(x + 3y)(x - y)} = \frac{(x^2 - y^2)}{(x - y)} \\
 & = \frac{(x - y)(x + y)}{(x - y)} = x + y //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & y^2x^2 - 3y^2 - yx^2 + 3y \\
 & = y(yx^2 - 3y - x^2 + 3) \\
 & = y[y(x^2 - 3) - (x^2 - 3)] \\
 & = y[(x^2 - 3)(y - 1)]
 \end{aligned}$$

↳ Factor del polinomio

$$\begin{aligned}
 4) \quad & 3x^2 - 27 - 2(x - 3) \\
 & = 3x^2 - 27 - 2x + 6 \\
 & = 3x^2 - 2x - 21
 \end{aligned}$$

Por inspección,

$$\begin{array}{r}
 3x \quad \times \quad 7 \\
 x \quad \times \quad -3 \\
 \hline
 (3x+7)(x-3) \\
 \text{Factor del polinomio}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x(-3) + 7x \\
 & = -9x + 7x \\
 & = -2x \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8) \quad & \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x-1)^2} \\
 & = \frac{x^2 - 2x + 1 - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x-1)^2} = \frac{-x^2 - 2x + 3}{(x^2-1)(x-1)^2}
 \end{aligned}$$

Por inspección,

$$\begin{aligned}
 & -x^2 - 2x + 3 \\
 & -x \quad +1 \\
 & x \quad +3 \\
 & -3x + 1x = -2x \\
 & \Rightarrow (-x+1)(x+3) \\
 & = \frac{-\cancel{(x-1)}(x+3)}{(x^2-1)(x-1)^2} \\
 & = \frac{-(x+3)}{(x-1)(x+1)(x-1)} \\
 & = -\frac{(x+3)}{(x-1)^2(x+1)} //
 \end{aligned}$$

9)  $6x^2 = x + 2$

$6x^2 - x - 2 = 0$

$3x \begin{matrix} \nearrow -2 \\ \searrow 1 \end{matrix}$

$S = \left\{ \frac{2}{3}, -\frac{1}{2} \right\}$

$(3x-2)(2x+1) = 0$

↓

$x = \frac{2}{3} \quad x = -\frac{1}{2}$

10.)  $(x+3)(x-5) = -x^2 - 3$

$x^2 - 5x + 3x - 15 + x^2 + 3 = 0$

$2x^2 - 2x - 12 = 0$

$x \begin{matrix} \nearrow -3 \\ \searrow 4 \end{matrix}$

$S = \{-2, 3\}$

$(x-3)(2x+4) = 0$

↓

↓

$x = 3 \quad x = -\frac{4}{2} = -2$

11)  $\frac{(x-3)^2}{4} = (x-3)$

$x^2 - 6x + 9 = 4x - 12$

$x^2 - 6x + 9 - 4x + 12 = 0$

$x^2 - 10x + 21 = 0$

$x \begin{matrix} -7 \\ -3 \end{matrix}$

$S = \{3, 7\}$

$(x-7)(x-3) = 0$

$x = 7 \quad x = 3$

12) Escribiendo el problema de en forma de ecuación, tenemos que:

$\left(\frac{x}{3}\right) \cdot \left(\frac{x}{2}\right) = 7x$

$\frac{x^2}{6} = 7x$

$x^2 = 42x$

$x^2 - 42x = 0$

$x(x-42) = 0$

↓  
x=0

↓  
 $x=42$

NO

SÍ

13)  $\square^x$

$A_{\square} = x \cdot x = x^2$

$\square^{l=(x+10)}$

$A_{\square} = 3A_{\square} = 3x^2 = l \cdot a = (x+10)(x+5)$

Por lo tanto,

$3x^2 = (x+10)(x+5)$

$3x^2 = x^2 + 10x + 5x + 50$

$3x^2 - x^2 - 10x - 5x - 50 = 0$

$2x^2 - 15x - 50 = 0 //$

14) Si un par ordenado es de la forma (x, y) y el dominio el conjunto perteneciente al eje x, debemos anotar las coordenadas en x de los puntos dados.

Pto. | Coordenada en X

(-3, 4)

-3

(-1, 2)

-1

(0, 0)

0

(1, 2)

1

(3, 6)

3

} Dominio =  $\{-3, -1, 0, 1, 3\}$

15)  $f(x) = \frac{3x-4}{8}$

Hay q' sustituir  $x = \frac{-1}{2}$  en la función para obtener la imagen.

$f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{3\left(\frac{-1}{2}\right) - 4}{8} = \frac{-\frac{3}{2} - 4}{8} = \frac{-\frac{3-8}{2}}{8} = \frac{-\frac{11}{2}}{8} = \frac{-11}{16}$

$f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-11}{16} //$

16) f se indefine cuando (4-x) sea menor que cero.

Esto sucede en,  $4-x < 0$

$-x < -4$

$x > 4$

Por lo tanto, el  $D_{\max} = ]-\infty, 4[ //$

17) El ámbito es en el eje y, por lo cual  $A_f = ]-1, 2[ //$

18) I. (Verdadero). Endicho intervalo conforme se aumente x la y también aumenta.

II. (Verdadero). El pto descrito es (0, -2) donde 0 es preimagen y -2 imagen.

19) A(-4, 1)  $y = mx + b$   
B( $\frac{1}{2}$ , -2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-2) - 1}{(\frac{1}{2}) - (-4)} = \frac{-3}{\frac{9}{2}} = -\frac{2}{3}$

En A,  $1 = -\frac{2}{3}(-4) + b$

$b = 1 + \frac{2}{3}(-4)$

$b = -\frac{5}{3}$

$\therefore y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} //$

20) I. (Falso)

$x + 4y + 12 = 0$

$\Rightarrow y = -\frac{x}{4} - 3 \rightarrow \begin{matrix} m < 0 \\ \text{Decreciente} \end{matrix}$

II. (Verdadero)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - -2}{-3 - 5} = 0$  (constante) //

21) Si dos rectas son  $\perp$  se cumple que

$$m_{L_1} \cdot m_{L_2} = -1$$

$$m_{L_2} = \frac{-1}{m_{L_1}}$$

Por lo tanto,

$$m_{L_2} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})} = 2 //$$

La pendiente de  $L_1$  se obtiene con los puntos

$$1) (0, 2) \text{ y } m_{L_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{L_1} = \frac{0 - 2}{4 - 0}$$

$$m_{L_1} = -\frac{1}{2}$$

22) Dos rectas son  $\parallel$  si tienen la misma pendiente y distintas intersecciones en  $Y$ .  
Por lo tanto,

$$\text{Sea } L_2 \rightarrow 4x + 3y = -5$$

$$y = \frac{-4x - 5}{3}$$

$$m_{L_2} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{Entonces, } m_{L_1} = -\frac{4}{3}$$

En el punto  $(2, -1)$

$$y, b = y - mx$$

$$b = (-1) - (-\frac{4}{3})(2)$$

$$b = \frac{5}{3}$$

Finalmente,

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$23) f(x) = 2x - 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$x = 2y - 1 \text{ (Cambio de variables)}$$

$$2y = x + 1$$

$$f(x)^{-1} = y = \frac{x+1}{2} //$$
 (Despeje de  $y$ )

24) El ámbito de  $f(x)^{-1}$  es igual al dominio de  $f(x)$ , por lo que hay q' calcular las preimágenes de  $-9$  y  $3$

$$-9 = 2x + 1$$

$$3 = -2x + 1$$

$$x = \frac{-9-1}{2} = 5$$

$$x = \frac{3-1}{-2} = -1$$

$$R / D_{f^{-1}} = A_{f^{-1}} = [-1, 5[ //$$

25) I. (Falso) El eje de simetría se encuentra en el vértice  $V$ .  
Para la coordenada en  $X$  sería:

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2(-2)} = \frac{-1}{4} \neq \frac{1}{4}$$

II. (Falso) Como  $a = -2$  la función es  $\hookrightarrow (a < 0)$  concava hacia abajo

26) Hay que determinar el vértice en  $X$ , ya que es el punto de inflexión.

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2(-4)} = 0$$

Como  $a < 0$ ,  $f$  es concavo hacia abajo por lo que  $f$  crece hasta llegar a  $x = 0$

Entonces,  $R / ]-\infty, 0[$

27) Como la función es concava hacia abajo el ingreso máximo se obtiene en el vértice. Para determinar las unidades se calcula la coordenada en  $X$ .

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3450}{2(-\frac{1}{4})} = 6900 \text{ unid.} //$$

28) ①  $2(x-3y) = 4 + 6x$

$$2x - 6y = 4 + 6x$$

$$-6y = 4 + 6x - 2x$$

$$y = \frac{4x + 4}{-6}$$

$$y = -\frac{2}{3}(x+1)$$

② Sustituyo ① en

$$\frac{3x}{2} - 5 = \frac{y}{4}$$

$$\frac{3}{2}x - 5 = -\frac{2}{3}(x+1)$$

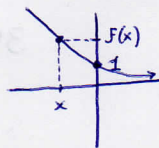
$$6x - 20 = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$6x + \frac{2}{3}x = 20 - \frac{2}{3}$$

$$\frac{20}{3}x = \frac{58}{3}$$

$$x = \frac{58}{20} = \frac{29}{10} //$$

29) El escenario descrito es un punto como el siguiente



Además, como  $a^0 = 1$ , o sea  $f(x)$  tiene el punto  $(0, 1)$ , la función sería decreciente y  $0 < a < 1$   $R / a$  podría ser  $\frac{5}{6} //$

30) I. (Falso).  $f(-1) = (\frac{1}{4})^{-1} = 4 //$

II. (Verdadero)  $f(-2) = (\frac{1}{4})^{-2} = (4)^2 = 16 //$

$$31) (\frac{3}{4})^{2x+1} = (\frac{4}{3})^{x-1}$$

$$(\frac{3}{4})^{2x+1} = (\frac{3}{4})^{1-x}$$

$$\log_{\frac{3}{4}} [(\frac{3}{4})^{2x+1}] = \log_{\frac{3}{4}} [(\frac{3}{4})^{1-x}]$$

$$2x+1 = 1-x$$

$$2x+x = 1-1$$

$$3x = 0$$

$$x = 0 //$$

$$32) \sqrt{2} \cdot 8^{2x-3} = \frac{1}{\sqrt[4]{4^x}}$$

$$\left(2^{\frac{1}{2}}\right) \left(2^{3(2x-3)}\right) = \frac{1}{4^{\frac{x}{4}}}$$

$$\left(2^{\frac{2 \cdot x}{4}}\right) \left(2^{\frac{1}{2}}\right) \left(2^{6x-9}\right) = 1$$

$$2^{\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + 6x - 9} = 1$$

$$2^{\frac{13x}{2} - \frac{17}{2}} = 1$$

$$\log_2 \left(2^{\frac{13x}{2} - \frac{17}{2}}\right) = \log_2 (1)$$

$$\frac{13x}{2} - \frac{17}{2} = 0$$

$$x = \frac{17}{13} //$$

$$36) \log_5 (2x+1) + \log_5 (3x-1) = 2$$

$$\log_5 [(2x+1)(3x-1)] = 2$$

$$5^2 = (2x+1)(3x-1)$$

$$25 = 6x^2 - 2x + 3x - 1$$

$$25 = 6x^2 + x - 1$$

$$6x^2 + x - 1 - 25 = 0$$

$$6x^2 + x - 26 = 0$$

Por inspección,  
 $(x-2)(6x+13) = 0$   
 se define

$$x = 2 \quad x = -\frac{13}{6} \uparrow$$

$$S = \{2\} //$$

$$37) \log_5 (x-2) - \log_5 (5-x) = 2$$

$$\log_5 \left[\frac{(x-2)}{(5-x)}\right] = 2$$

$$5^2 = \frac{(x-2)}{(5-x)} \Rightarrow 25(5-x) = (x-2)$$

$$125 - 25x - x + 2 = 0$$

$$-26x + 127 = 0$$

$$x = \frac{127}{26} //$$

$$38) \log_2 (x-\sqrt{3}) + \log_2 (x+\sqrt{3}) = 3$$

$$\log_2 [(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})] = 3$$

$$2^3 = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$

$$8 = (x^2 - 3)$$

$$x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm \sqrt{11} //$$

$$S = \{\sqrt{11}\} //$$

33) I. (Falso) En  $x=0$  se define la función.

II. (Verdadero)  $\log_{\frac{9}{8}} \left(\frac{\sqrt[3]{9}}{2}\right) = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{2} //$$

$$34) f(1) = \log_{\sqrt{2}} (1) = 0 \quad x$$

$$f(2) = \log_{\sqrt{2}} (2) = 2 \quad \checkmark$$

$$f(0) = \log_{\sqrt{2}} (0) = \phi \quad x$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2}\right) = -2 \quad x$$

$$39) g(x) = 2$$

$$\log \left(10 + \frac{x}{2}\right) = 2$$

$$10^2 = 10 + \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2} = 100 - 10$$

$$x = 90 \cdot 2 = 180 //$$

$$35) 2 \cdot \log_3 (3x-4) = 2$$

$$\log_3 (3x-4) = 1$$

$$3^1 = 3x-4$$

$$3x = 3+4$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$40) m \widehat{ED} = 360^\circ - m \widehat{DB} - m \widehat{BE}$$

$$m \widehat{ED} = 360^\circ - 2(m \angle DBC) - 2(m \angle BDE)$$

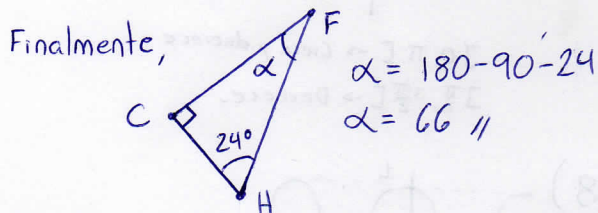
$$m \widehat{ED} = 360^\circ - 2(86^\circ) - 2(54^\circ)$$

$$m \widehat{ED} = 360^\circ - 172^\circ - 108$$

$$m \widehat{ED} = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ //$$

41) El  $\angle CHG$  es un ángulo central, por lo que  
 $m\angle CHG = m\widehat{CG} = 156^\circ$

Posteriormente,  $m\angle CHG + m\angle CHF = 180^\circ$   
 $m\angle CHF = 180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$



45)  $\angle_{ext} + \angle_{int} = 180^\circ \Leftrightarrow \angle_{int} = 180^\circ - 30^\circ$   
 $\angle_{int} = 150^\circ$

$$m\angle_{int} = \frac{180(n-2)}{n} \quad \# \text{ Diagonales}$$

$$150^\circ = \frac{180(n-2)}{n} \quad \hookrightarrow \frac{n(n-3)}{2}$$

$$150n - 180n = -360$$

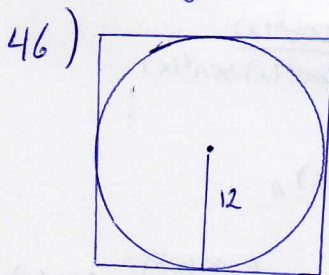
$$-30n = -360$$

$$n = \frac{360}{30} = 12$$

Polígono de 12 lados

$$= \frac{12(12-3)}{2}$$

$$= 54 \parallel$$



Apotema =  $r = 12$

$$A_0 = \pi r^2 = \pi (12)^2$$

$$A_0 = 144\pi \parallel$$

47) I. (Verdadero)

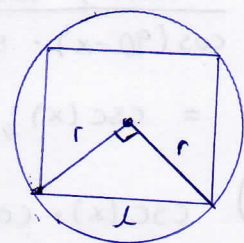
$$\text{diagonal} = 2r = 2(9) = 18 \parallel$$

II. (Verdadero)

Pitágoras,  $d = \sqrt{r^2 + r^2}$   
 $d = \sqrt{9^2 + 9^2}$   
 $d = 9\sqrt{2}$

$$\text{Perímetro} = d \cdot n$$

$$= 9\sqrt{2} \cdot 4 = 36\sqrt{2} \parallel$$



$r = 9$

48)  $A_{\text{piramide}} = \frac{h}{3} \cdot A_{\Delta \text{base}}$

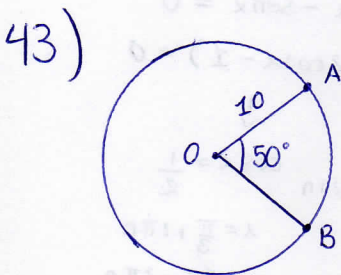
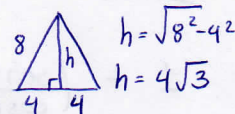
i)  $A_{\Delta \text{base}} = \frac{b \cdot h}{2}$

$$= \frac{8 \cdot 4\sqrt{3}}{2}$$

$$= 16\sqrt{3}$$

$$A_p = \frac{20}{3} \cdot 16\sqrt{3}$$

$$A_p = \frac{320\sqrt{3}}{3} \parallel$$

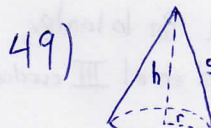


$$\widehat{AB} = 50^\circ \quad \theta = 50^\circ$$

$$r = 10$$

$$A = \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

$$A = \frac{\pi (10)^2 50^\circ}{360^\circ} = \frac{125\pi}{9} \parallel$$



$$A_{\text{cono}} = 108\pi$$

$$A_{\text{base}} = 36\pi$$

$$r = \sqrt{36} = 6$$

II. (Falso)

$$h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3} \parallel$$

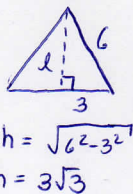
I. (Falso)

$$g = \frac{A_{\text{cono}} - A_{\text{base}}}{\pi r}$$

$$g = \frac{108\pi - 36\pi}{6\pi} = 12 \parallel$$

44)  $r = \frac{d}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Altura  $\Delta$



$$A = A_{\Delta} - 2 \cdot A_{\Delta}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2} - 2 \left( \frac{b \cdot h}{2} \right)$$

$$A = \frac{\pi (6)^2}{2} - 6 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$A = \frac{36\pi}{2} - 18\sqrt{3} \Rightarrow A = 18\pi - 18\sqrt{3} \parallel$$

50)  $\text{rad} = \alpha \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right)$

$$\text{rad} = 150 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\text{rad} = \frac{5}{6} \pi \parallel$$

$$51) \quad -\frac{\pi}{3} = -60^\circ$$

Coterminal: Misma posición, diferente cantidad de vueltas.

$$-60^\circ + 360^\circ = 300^\circ \quad // \quad (1 \text{ vuelta})$$

$$52) \quad \frac{1 - \csc^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{-\cot^2(x)}{\cos^2(x)}$$

$$= -\frac{\left(\frac{\cos(x)}{\sin(x)}\right)^2}{\cos^2(x)} = \frac{-\cos^2(x)}{\cos^2(x)\sin^2(x)}$$

$$= \frac{-1}{\sin^2(x)} = -\csc^2(x) //$$

$$53) \quad \frac{\tan(x) \cdot \sec(90^\circ - x)}{\cos(90^\circ - x) \cdot \sec(x)} = \frac{\left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)}\right) \cdot \csc(x)}{\sin(x) \cdot \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)}$$

$$= \csc(x) //$$

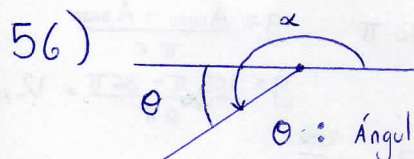
$$54) \quad \csc(x) \cdot \cos(90^\circ - x) + \frac{\tan(x)}{\cot(x)}$$

$$= \csc(x) \cdot \sin(x) + \frac{\left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)}\right)}{\left(\frac{\cos(x)}{\sin(x)}\right)}$$

$$= \frac{1}{\cancel{\sin(x)}} \cdot \cancel{\sin(x)} + \frac{\cancel{\sin(x)}^2}{\cancel{\cos(x)}} = 1 + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$$

$$= 1 + \tan^2(x) = \sec^2(x) //$$

55) La función coseno tiene resultados negativos en los cuadrantes II y III. Tangente es positivo en I y III. Por lo tanto, el lado terminal de  $\alpha$  se ubica en el III cuadrante //



$\theta$ : Ángulo referencia

$$\theta = 60^\circ$$

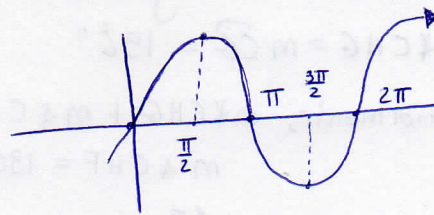
$$\alpha = 180^\circ + \theta$$

$$= 180^\circ + 60^\circ$$

$$\alpha = 240^\circ$$

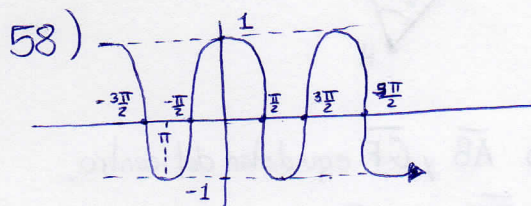
$$\cos(240^\circ) = -\frac{1}{2} //$$

57) I. (Falso) II. (Verdadero)



$]0, \pi[ \rightarrow$  Crecer y decrecer

$]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[ \rightarrow$  Decrece.



$f(x) < 0 \rightarrow ]-\frac{3\pi}{2}, -\pi[$

$$59) \quad \cot^2(x) = 3 \quad \text{en } [0, 2\pi[$$

$$\sqrt{\cot^2(x)} = \sqrt{3}$$

$$\cot^{-1}(\cot(x)) = \sqrt{3}$$

$$x = \cot^{-1}(\sqrt{3})$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\} //$$

$$60) \quad (\sin x + \cos x)^2 = \sin x + 1$$

$$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin x - \cancel{\sin^2 x} - \cancel{\cos^2 x} = 0$$

$$2\sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2\cos x - 1) = 0$$

En  $[0, 2\pi[$ ,

$$\sin x = 0$$

$$x = 2\pi n, x = \pi + 2\pi n$$

$$S = \{0, \pi, \dots\}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$$

$$S = \left\{ 0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\} //$$