Elaborado por: Ronald Jiménez Segura, estudiante de Enseñanza matemática, Universidad de Costa Rica, 2020. Revisado por: Nicole Rodríguez Blanco

A continuación, se detalla la solución del Examen de matemáticas / Bachillerato por madurez suficiente-2018

1.

B) Debido a que al introducir los puntos (0,3) y cambiar a por 0 y por b por 3 en ecuación de la circunferencia $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ da como circunferencia $x^2 + (y-3)^2 = 4$ da como resultado.

2.

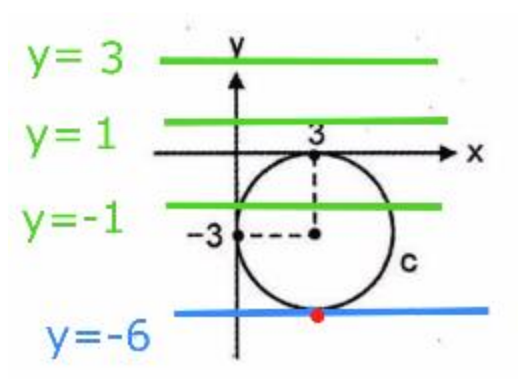
A) Debido a que el centro del circulo está en el punto (0,0), es decir 0 en el eje “x” y 0 en el eje “y”.

3.

C) Al introducir los puntos (0,1) en la ecuación $x^2 + y^2 = 5$ da como resultado $0^2 + 1^2 = 5$, que es lo mismo a 1=5. Y al dar que 1 < 5, quiere decir que está en el interior de la circunferencia, al igual que en el punto (2,0) que da como resultado 2=5. Y al ser menor también está en el interior. En el caso de que el resultado sea mayor a 5 sería exterior, y si es igual quiere decir que está sobre la circunferencia.

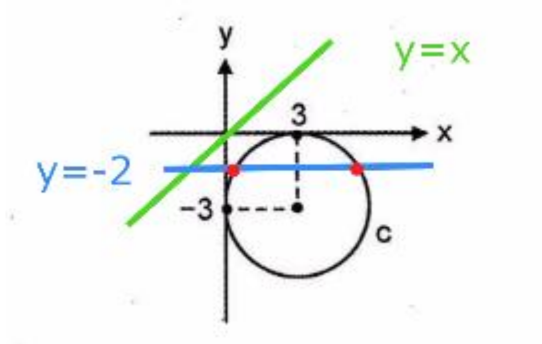
4.

D) Debido a que para ser tangente la recta debe tocar a la circunferencia en un solo punto como se muestra en la imagen:



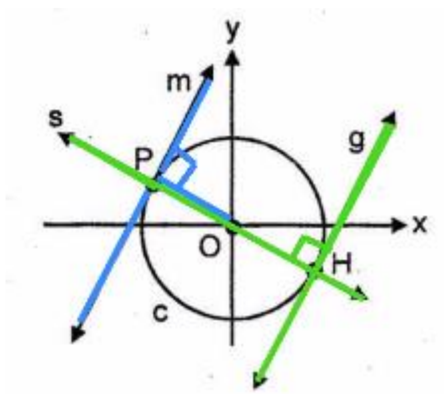
5.

A) Como se muestra en la siguiente imagen la recta y = x esta exterior al círculo, y la recta y = -2 si es secante debido a que toca el circulo el dos puntos.



6.

D) Como se muestra en la siguiente imagen, las rectas s y g son perpendiculares entre sí al formar un ángulo de 90 grados, y en el caso del radio OP y la recta m si son perpendiculares entre sí.



7.

B) En la ejecución de la circunferencia $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$ se obtienen los puntos (-3,1), los cuales son "x" y "y" respectivamente, al aplicar una traslación de 2 unidades hacia arriba (paralelo al eje "Y"), quiere decir que al 1 debo sumarle un 2. Por lo tanto, la respuesta correcta es (-3,3).

8.

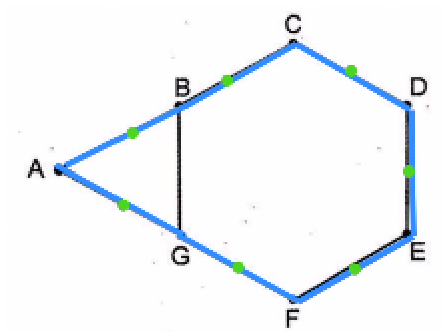
A) Se nos da la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 4$, y que se obtiene $(x)^2 + (y-3)^2 = 4$. Entonces sabemos que en la primera ecuación se tienen los puntos (0,0) (en el que el primer 0 representa "x" y el segundo 0 el "y"), y en la segunda los puntos (0,3). Por lo tanto, se puede observar que la traslación realiza 3 unidades hacia arriba paralelo al eje "y", ya que aumenta el segundo 0 en 3 unidades.

9.

C) Para sacar el área de un triángulo equilátero de debe usar la siguiente ecuación $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$, sabiendo que tanto para el triángulo como el hexágono todos lados miden iguales, entonces se puede deducir que el valor de a = 6. Sustituyendo $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = 9\sqrt{3}$.

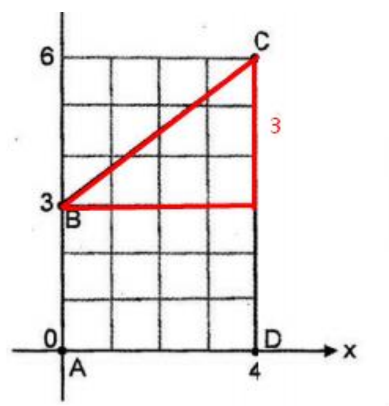
10.

C)



Siguiendo la línea azul y considerando 5 partes del hexágono, y dos del triángulo equilátero, se obtiene 7 partes iguales que miden 6 cada una. Por lo tanto, 6x7 = 42.

11.



A) En este caso para sacar el perímetro, primeramente, se procede a encontrar la hipotenusa del triángulo con la formula $h^2 = c^2 + c^2$, donde h es la hipotenusa y c los catetos. Sabiendo que un cateto mide 3 y el otro 4, se obtiene como resultado una hipotenusa de 5. Y al sumar todos los lados se tiene 4+3+3+3+5 = 18.

12.

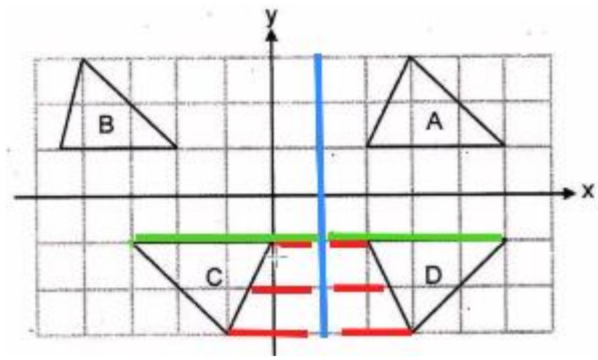
B) En el caso del área, como se puede ver se tiene la de un triángulo y la de un rectángulo que son $\frac{\boldsymbol{base\ x\ altura}}{\mathbf{2}}$ y largo x ancho. Entonces sumando ambas sería $\frac{\mathbf{4\ x\ 3}}{\mathbf{2}}$ + 4 x 3 = 18.

13.

B) Al considerar el eje de simetría para tanto para x como para y, ninguna de las figuras se encuentran sus puntos a la misma distancia que la otra, por lo tanto, ninguna de es verdadera.

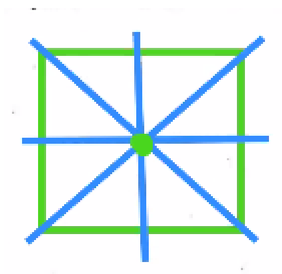
14.

C) Como se observa en la siguiente figura la recta x = 1 las figuras C y D son simétricas en todos sus puntos.



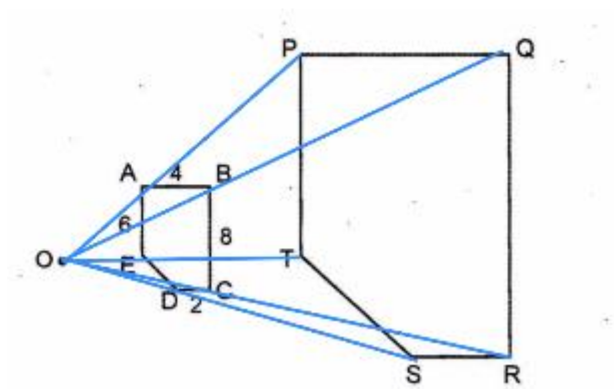
15.

D)



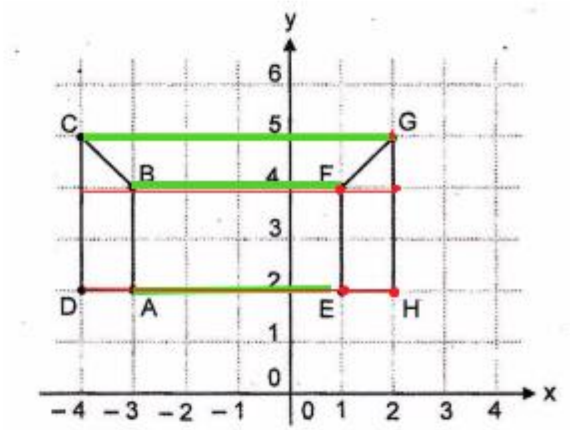
Como se puede observar el cuadrado tiene 4 ejes de simetría diferentes.

16.



A) Como dice que la relación es del polígono pequeño con respecto al grande es de $\frac{5}{2}$, entonces si se sabe que AB mide 4, entonces se multiplica 4 x $\frac{5}{2}$ y da como resultado 10.

17.



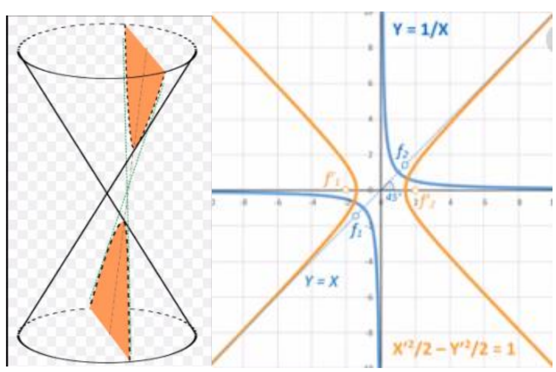
Es reflexión, ya que se refleja cada punto de la figura al otro lado del eje “y”, como si fuera un espejo.

18.

C) El punto A es homologo al punto E, ya que en ambos lados es el mismo punto, sin embargo, AB no es homólogo con HG, debido a que el homólogo con AB sería EF.

19.

C)



Como se puede observar si el plano es perpendicular a la base del cono se forma una hipérbola.

20.

B) Como se puede observar en la siguiente imagen se debe hacer uso del teorema de Thales:

Uso del Teorema de Thales

Notación:

$\boldsymbol{H = h' + h}$: altura total

$\boldsymbol{h}$: altura donde se realiza el corte al cono circular recto

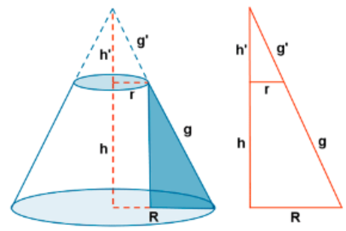
$\boldsymbol{h'}$: altura superior o altura que se elimina al cortarse el cono circular.

$\boldsymbol{R}$: radio mayor

$\boldsymbol{r}$: radio menor

$$\frac{\boldsymbol{Altura\ menor}}{\boldsymbol{Radio\ menor}} = \frac{\boldsymbol{Altura\ total}}{\boldsymbol{Radio\ mayor}}$$

$$\frac{\boldsymbol{h'}}{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{H}}{\boldsymbol{R}}$$



Entonces en este caso él se necesita saber cuánto mide el radio mayor de la siguiente manera:

$\frac{6}{4} = \frac{3}{r}$, en el que despejando la r se obtiene un resultado que la longitud del radio de la sección plana es 2.

21.

B) Al hacer este tipo de corte se genera una circunferencia, y como se pide en centímetros cuadrados se debe calcular el área que es πr^2. Entonces sustituyendo $\pi 30^2$=2826.

22.

B) Debido a que el diámetro es 8, entonces cualquier línea que tire desde el centro va a ser igual al radio que es 4.

23.

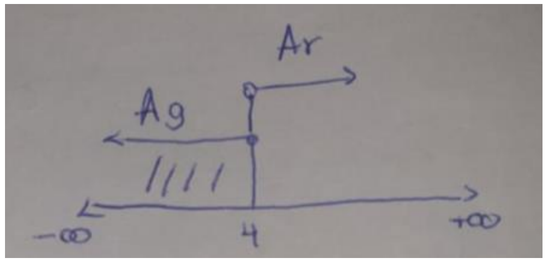
A) El ámbito es de [-1,0 [U]0,1], ya que el mismo se cálculo en el eje y. Entonces como se puede observar empezando del eje negativo "y". Y los paréntesis van abiertos ya que no se incluye el 0.

24.

C) Por otro lado el dominio es] -∞, -1] U [1, + ∞ [, ya que este se mide en el eje "x". Y como se observa los paréntesis de 1 y -1 van cerrados ya que se incluyen, y los puntos que los representan están cerrados. Además, los paréntesis para infinito siempre van abiertos.

25.

B) Como se puede observar el ámbito de g(x) = -] -∞, 4], por lo tanto, su complemento como se muestra en la imagen va, de] 4, + ∞ [, entonces x > 4.



26.

D) Para la proposición I, f (1) = 2(1) +1 = 3 y f (4) = 2(4) +1 = 9, como se observa no se cumple ya que f (4) no está.

Para la proposición II, f (0) = 0^2-1 = -1 y f (0) = 3^2-1 = 8, por lo cual es verdadero ya que en ambos casos se cumple.

27.

A) En este caso la opción correcta es 0, ya que en ese punto de la función cuando f (2) se puede observar que su imagen es 0.

28.

A) Para que haya inversa la cantidad de elementos que tiene el dominio tiene que ser la misma que la del condominio y cada preimagen debe de tener una única imagen. Entonces en el intervalo que esto se cumple es] -1, 0 [, ya que estos tienen una única imagen.

29.

C) Para la proposición I, si sustituyo f(x) en la "x" de g(x) da lo siguiente: $(2x-1)^2+1$. Lo cual una vez desarrollado da $4x^2-4x+2$, por lo que es verdadera.

Para la proposición II se tiene por ejemplo que si g (1) = 1^2 +1 =2, y el 2 no está en el dominio de f(x). Entonces es falso.

30.

A) En este caso se proceden a sacar las imágenes de la función f, que sería: f (-2) = $\sqrt{-2+3}$ +1 =3, y si se sustituye por infinito, en este caso siempre va a ir hasta infinito positivo. Entonces el resultado sería [3, + ∞ [.

31.

B) En este caso la intersección con el eje "y" es (0, b), el cual se despeja de y = -2x + b sustituyendo el punto (1,5) en la ecuación siendo x= 1 y y=5 da como resultado que el valor de b = 3. Entonces la intersección con el eje "y "es en el punto (0,3).

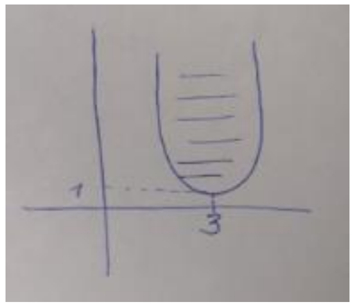
32.

D) Para la proposición I, la pendiente de la recta es el número que acompaña a la "x". Entonces en este caso es -4 y no 4, por lo que es falsa.

Para la proposición II, la intersección con el eje “x” es (x, 0). Y para sacar el valor de “x” despejando de la ecuación se hace con $x = \frac{-b}{m} = \frac{-8}{-4}$ =2. Por lo tanto, es (2,0), entonces es verdadera.

33.

C) En este caso se sabe que es cóncavo hacia abajo porque me dice que es mínimo. y ubico los puntos en la grafica como se muestra a continuación:



Y el ámbito de una cuadrática se debe ubicar en el mínimo y se nota que va de [1, + ∞ [-

34.

C) Se debe saber que en una exponencial f(x) = ax. Entonces según la ecuación dada y sustituyendo $\frac{1}{8} = b^3$, por lo que despejando b = $\frac{1}{2}$.

35.

B) El resultado es 2, ya que log b(b2) = 2. Porque el número necesario al que tengo que elevar b para que me de b2 es un 2.

36.

C) El precio al momento de ser lanzado al mercado es 400.000, ya que sería en el año 0. Y sustituyendo en la ecuación sería p (0) = 400.000 – 50.000(0) = 400.000.

37.

D) El precio del teléfono una vez transcurridos 2 años es de 300.000. Ya que sustituyendo en la ecuación sería p (2) = 400.000 – 50.000(2) = 300.000.

38.

A) La respuesta correcta son 400 sombreros fabricados y vendidos para alcanzar el punto de equilibrio. Ya que si sustituyo en ambas fórmulas la “x” por 400 los costos e ingresos dan lo mismo, como se muestra a continuación:

Costo = 500(400) +400.000 = 600.000.

Ingresos = 1500(400) = 600.000.

39.

A) La respuesta correcta es 2, ya que si despejo la “p” en la fórmula de la siguiente manera: 32 = P5, entonces p = 2.

40.

C) La respuesta correcta es 27 kilómetros, ya que lo máximo de días que pudo haber corrido en la playa para que se completen los 87 km en 21 días son 9 días. Debido a que 9x3 + 12*5 = 87 km.

41.

B) En este caso la ganancia se saca al restar el costo de producir al precio de venta el cuál sería ₡625 – ₡125 = ₡500. Y si a esos ₡500 se le multiplica la cantidad de pasteles producidos “x”, se obtiene las ganancias por los pasteles que se vendan con la función g (x) = 500x

42.

B) La proposición I es falsa, ya que no es constante el crecimiento. Por ejemplo; f (1) = 2, f (2) 8, f (3) = 18. Entonces varía el crecimiento en la misma.

La proposición II también es falsa, ya que no hay una función cuadrática que se adapte al modelo. Por ejemplo; g (1) = $2(1)^2$ = 2, $2(2)^2$ = 8.

43.

A) La proposición I es verdadera, ya que se adapta al modelo de raíz cuadrada. Como se puede observar: f (0) = $\sqrt{0}$ = 0, f (4) = $\sqrt{4}$ = 2, f (9) = $\sqrt{9}$ = 3, f (16) = $\sqrt{16}$ =4, y, f (25) = $\sqrt{5}$ = 3. Entonces varía el crecimiento en la misma.

La proposición II también es verdadera, ya que si se aplica $\log_2(x)$ se tiene lo siguiente: $\log_2(1) = 0$, $\log_2(2) = 1$, $\log_2(4) = 2$, $\log_2(8) = 3$, y $\log_2(16) = 4$. Y se resuelve diciendo cuantas veces tengo que elevar el número 2 para obtener el resultado.

44.

D) En este tipo de tendencia se observa un comportamiento de secuencia, es decir, con forme pasan los días, la cifra registrada es 6 veces la cantidad del día anterior

6*6= 36

36*6= 216

216*6= 1296

45.

C) La suposición II es incorrecta debido a que el promedio de calificaciones no es superior a 95 es inferior a 95 (94.4); mientras que la suposición I si se cumple debido a que el promedio mostrado si cumple con las notas del 50% de los estudiantes.

46.

D) Debido a que en la primera suposición no es superior a 91 sino, 91 es el valor de la calificación mínima, por otro lado, la suposición II es correcta ya que es la nota que se repite más veces, es decir, la nota más común.

47.

C) Se comprueba sacando el promedio al realizar la multiplicación del valor porcentual * la nota obtenida.

$$30\%*90 + 30\%*80 + 40\%*100 = 91$$

48.

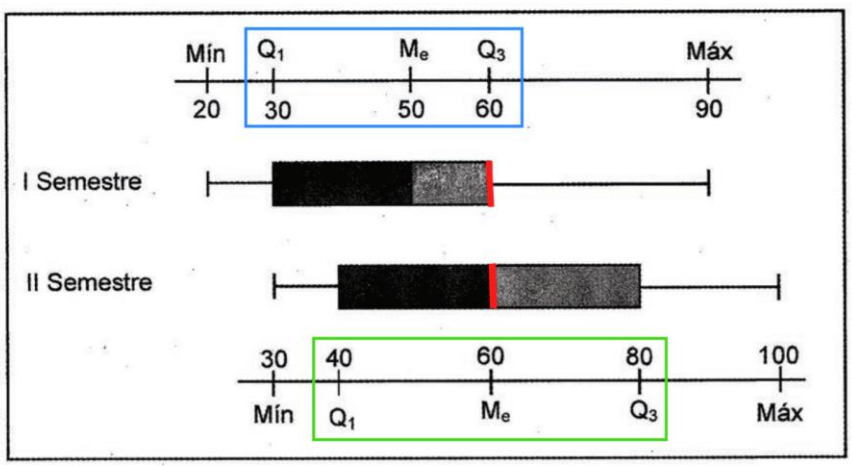
A) La opción correcta corresponde a 10, ya que, el rango intercuartílico de determina restando primer cuartil (Q1) menos el tercer cuartil (Q3). Por lo tanto 36-26 =10

49.

B) Al realizar la I proposición se obtiene que el recorrido de los datos en las mujeres es de 10 mientras que en los hombres es 16, por lo que es incorrecto. En la proposición II, tampoco es correcta ya que como se mencionó anteriormente el resultado del rango intercuartil es 16 no 18.

50.

D) Según la imagen mostrada a continuación, en el I semestre hubo un recorrido de 30 puntos, mientras que en el II semestre es de 40 puntos, por lo tanto, el segundo es mayor el recorrido.



Para la proposición II se tiene que ambos semestres tuvieron al menos 25% de estudiantes que aprobaron el curso.

51.

B) En la proposición I se obtiene que no es correcta ya que en el primer semestre la nota máxima fue 90, y para la II proposición no se puede asegurar según el gráfico, que efectivamente la calificación final es de 60 mientras que en el II semestre se encontraban entre 40 y 80 por lo tanto, no se puede asegurar que exista una nota de 60.

52.

D) Según la fórmula de coeficientes de variación

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100\%$$

Donde:
CV = Coeficiente de variación.
σ = desviación estándar de la población.
μ = media aritmética de la población.

$$CV = \frac{18cm}{164cm}\frac{-16cm}{176cm} * 100 = 1.88\%$$

53.

D) Se determina que la opción correcta corresponde a solo la II ya que en la proposición I la persona que se encuentra mejor posicionada de los 3 grupos es Jose y no Raquel. Para la proposición II Rita mide 178cm mientras que el grupo 10B tiene como altura promedio de 164cm, por tanto, hay una diferencia de 12cm mientras que la diferencia de Jose con respecto a la altura promedio del grupo 10A es de 10cm.

54.

C) Primeramente es necesario recordar este tipo de simbología,

∩ región compartida

U todo lo que no comparten

A^c todo lo que no pertenece

La opción correcta corresponde a solo la I, ya que en la proposición I indica que debe de tomar todo lo que sea A y todo lo que no pertenece a A, por tanto, la probabilidad corresponde a 1. La proposición II debería de ser 0.83 y no 0.92 ya que es lo que comparten A y B (1 - 0.17)

55.

D) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$\mathrm{P(s)} = \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$\mathrm{P(s)} = \frac{2\ fútbol + 6\ atletismo + 8\ baloncesto}{total\ de\ personas\ (23)}$$

56.

B) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$P(s) = \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$P(s) = \frac{5\ eventos\ que\ no\ sea\ par\ y\ sea\ mayor\ o\ igual\ que\ 9}{total\ en\ el\ espacio\ muestral\ (13)}$$

57.

C) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$P(s) = \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$P(s) = \frac{3\ bolas\ diferentes\ al\ color\ azul}{total\ (7)}$$

58.

C) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$P(s) = \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$P(s) = \frac{4\ bolas\ azules + 1\ bolas\ blancas}{total\ (7)}$$

59.

C) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$P(s) = \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$P(s) = \frac{11\ mujeres\ en\ informática + 22\ hombres\ en\ cualquier\ especialidad}{total\ (51)}$$

60.

C) Debido a que al utilizar la fórmula de probabilidad mostrada posteriormente se obtiene:

$$\text{P(s)}= \frac{casos\ favorables\ (deseado)}{casos\ posibles}$$

$$\text{P(s)}= \frac{18\ mujeres\ en\ turismo+10\ hombres\ en\ informática}{total\ (51)}$$