TCU-487 Apoyo al PEA

Resolución de exámenes

Examen de Matemáticas Térraba/Tercer ciclo de la EGBA/Convocatoria 02-2016

1	C	**12**	A	**23**	B	**34**	C	**45**	D
2	D	**13**	D	**24**	C	**35**	C	**46**	A
3	A	**14**	A	**25**	A	**36**	B	**47**	C
4	D	**15**	C	**26**	B	**37**	D	**48**	C
5	D	**16**	C	**27**	C	**38**	C	**49**	A
6	C	**17**	D	**28**	C	**39**	A	**50**	D
7	A	**18**	D	**29**	A	**40**	B	**51**	D
8	D	**19**	A	**30**	A	**41**	C	**52**	A
9	C	**20**	B	**31**	C	**42**	D	**53**	A
10	A	**21**	C	**32**	C	**43**	D	**54**	D
11	C	**22**	B	**33**	B	**44**	B	**55**	D

1) Una expresión equivalente a 4^5 es

Respuesta: C)

Procedimiento:

Recordando la teoría de potencia se tiene que el número que se encuentra abajo, el que se esta multiplicando se llama BASE, en este caso el 4. Mientras que el número que está arriba más pequeño corresponde al EXPONENTE, en este caso el 5.

Las potencias es una forma abreviada o reducida de escribir varias multiplicaciones del mismo número. Por lo que, se tiene que la BASE es el número que se repite y se multiplica varias veces por él mismo. La cantidad de veces que la BASE se repite corresponde al EXPONENTE.

En este caso tenemos que el 4 corresponde a la BASE y se multiplica 5 veces porque es el EXPONENTE. Por eso tenemos que la expresión equivalente de 4^5 es de:

$$4 * 4 * 4 * 4 * 4$$

2) El resultado de $3^2(12 \div 2 + 4)$ es:

Respuesta: D)

Procedimiento:

Para resolver este ejercicio se debe recordar que las operaciones matemáticas tienen un orden de prioridad. Esto significa que hay operaciones que deben realizarse antes que otras para obtener los resultados correctos. Para comenzar, la primera operación matemática que se debe realizar es aquella que esta adentro de los signos de PARENTESIS ().

Después se debe seguir la siguiente lista:

1. Potencias y raíces cuadradas
2. Multiplicaciones y las divisiones
3. Sumas y las restas.

No importa el orden en el que se realizan las operaciones si corresponde a la misma línea, por ejemplo, se puede realizar una suma antes que una resta o una división antes que una multiplicación.

En este caso el primer paso que se debe tomar es realizar las operaciones que están ADENTRO del PARENTESIS (). Y siguiendo la lista anterior vemos que primero se debe realizar la división y después la suma. Por eso tenemos que:

$$3^2(12 \div 2 + 4) = 3^2(12 \div 2 + 4)$$

$12 \div 2 = 6$

$$3^2(6 + 4)$$

6 + 4= 10

$$3^2(10)$$

**NOTA*: Cuando se encuentra un número a la par de un paréntesis significa que hay una multiplicación entre ambos factores. En este caso el producto de 3^2 multiplicado por lo que esta adentro del paréntesis, el 10. La expresión $3^2(10)$ es equivalente a $3^2 * (10)$*

$3^2 = 3 * 3 = 9$

$$9 * (10) = 90$$

3) Considera las siguientes proposiciones:

I. $4(2+3)^2 = 100$
II. $2^3(7 - 3 * 2) = 8$

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: A)
Procedimiento:

Tomando en consideración lo presentado anteriormente se deben utilizar tanto el concepto de potencias, como el orden para realizar las operaciones matemáticas. Se tiene que en este caso ambas proposiciones presentan ecuaciones donde lo que se encuentra al lado izquierdo debe ser igual a lo que esta al lado derecho.

I. Para la proposición I. $4(2+3)^2 = 100$, se tiene que la primera operación ha realizar es la suma (2+3), debido a que se encuentra dentro del paréntesis. Posteriormente se realiza la potencia tomando como base, el resultado de la suma. Y por último se realiza una multiplicación.

Tenemos entonces:

$$4(2+3)^2 = 100$$

2 + 3= 5

$$4(5)^2 = 100$$ *5^2=5*5 = 25*
$$4 * (25) = 100$$ 4* 25 =100
$$100 = 100$$

Por lo que se comprueba que la proposición I. es **verdadera**

II. Para la proposición II. $2^3(7-3*2) = 8$, se tiene que: Primero se debe realizar la multiplicación adentro del paréntesis. Posteriormente restarle el resultado obtenido al 7 y por último realizar la potencia de 2^3 para multiplicarla por el resultado de lo que esta adentro del paréntesis.

$$2^3(7-3*2) = 8$$ 3*2= 6
$$2^3(7-6) = 8$$ 7-6= 1
$$2^3(1) = 8$$ 23=2*2*2= 8
$$8*(1) = 8$$ 3*2= 6
$$8 = 8$$

Por lo que se comprueba que la proposición II. es **verdadera**

4) Considere las siguientes proposiciones:

I. Al descomponer completamente el número 276, se obtienen 4 factores primos distintos.
II. Al descomponer completamente el número 388, se obtienen 2 factores primos distintos.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: D)

Procedimiento:

Se debe recordar que los números PRIMOS son aquellos que solo son divisibles entre ellos mismos y el número 1. Esto significa que no pueden ser divididos de manera entera por otro número, como es el caso de los números COMPUESTOS.

I. Para la primera proposición vemos que el numero 276 es par, por lo que es divisible por el número 2. Y así se obtiene el primer número primo. Con esto obtenemos el número 138, que también es par, obteniendo de nuevo el número dos. Posteriormente tenemos el número 69 que es divisible por el número 3, otro número primo. Al realizar esta división obtenemos el número 23, nuestro último número primo.

$$276 \div 2 = 138$$
$$138 \div 2 = 69$$
$$69 \div 3 = 23$$
$$23 \div 1 = 23$$

Esto nos daría que los factores primos distintos son el: 2, 3 y 23. Por lo que la proposición es **falsa** ya que tiene 3 factores primos distintos.

II. Para la segunda proposición se tiene lo siguiente:

$$388 \div 2 = 194$$

$$194 \div 2 = 97$$

$$97 \div 1 = 97$$

Esto nos daría que los factores primos distintos son el: 2 y 97. Por lo que la proposición es **verdadera**.

5) Considere las siguientes proposiciones:

I.	Los siguientes números: 21 y 45 corresponden a números primos.
II.	Los siguientes números: 16 y 42 corresponden a números compuestos.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

Respuesta: D)

Procedimiento:

Para la proposición 1 se tiene que el 21 y 45 no son números primos ya que pueden ser divididos por el 3 y el 5 respectivamente.

Mientras que para la segunda proposición se tiene que los números 16 y 42 son números compuestos ya que al ser números pares tiene al dos como divisor.

Por lo que únicamente la II es una propuesta verdadera.

6) Considere el siguiente contexto

Parada de autobuses

Por una parada pasan tres autobuses a las 7 a. m. con la siguiente frecuencia: el autobus A pasa cada 50 minutos, el autobus B pasa cada 75 minutos y el autobus C pasa cada 60 minutos.

¿Cada cuántos minutos coinciden en esa parada los tres buses?

Respuesta: C)

Procedimiento:

Se sabe que el bus C pasa cada 60 minutos, lo que significa que pasa cada hora, por lo que se puede usar como referencia para calcular cuando vuelven a coincidir los buses.

El bus A pasa cada 50 minutos, por lo que se atrasa 10 minutos cada bus para lograr llegar a la hora en punto. Y el bus B se adelanta 15 minutos, ya que dura 75 minutos, para llegar a la hora en punto.

Esto quiere decir que para que el bus A vuelva a coincidir con una hora en punto deben pasar 6 buses, para que esos 10 minutos de atraso se acumulen y se vuelvan una hora de atraso. Si tenemos que pasan 6 buses cada 50 minutos esto serian 300 minutos y el bus pasaría a las 12:00 medio día.

$$6\ buses\ * 50\ minutos = 300\ minutos$$

En cuanto al bus A, llega 15 minutos adelantados de la hora. Por lo que, deben pasar 4 buses para volver a coincidir con una hora en punto. Si pasan 4 buses cada 75 minutos tenemos que esto serian 300 minutos y el bus pasaría a las 12:00 medio día.

$$4\ buses\ * 75\ minutos = 300\ minutos$$

El bus C pasa cada hora por lo que para que este llegue a medio día, deben de pasar 5 buses. Si cada bus pasa cada 60 minutos, tenemos que esto serian 300 minutos.

$$6\ buses\ * 50\ minutos = 300\ minutos$$

7) Si 2x representa un número de 2 cifras divisibles por 2 y 5, simultáneamente, entonces, el segundo digito (x) de la expresión corresponde a:

Respuesta: A)

Procedimiento:

Debemos recordar que para que un número sea DIVISIBLE por un número, significa que al dividirlo por otro numero el resultado es un número entero, exacto, con resto cero. Cabe destacar que todo número es divisible por uno y por el mismo.

Las reglas de divisibilidad son criterios que sirven para determinar si un numero es divisible entre otro sin tener que realizar la división, son como pistas que permiten identificar la divisibilidad de maneta más rápida.

En la siguiente tabla se pueden observar las reglas de divisibilidad más utilizadas.

UN NÚMERO ES DIVISIBLE POR:	**CRITERIO DE DIVISIBILIDAD:**
2	Si es un número par o termina en 0.
3	Si al sumar sus dígitos se obtiene un múltiplo de tres.
4	Si los últimos dos dígitos son un número divisible por 4.
5	Si el número termina en 0 o en 5.
6	Si el número es tanto divisible por 2 y por 3
7	Si se multiplica el último digito por dos y se le resta los demás dígitos del número, y el resultado es igual o divisible por 7.
8	Si los tres últimos dígitos son un número divisible por 8.
9	Si la suma de todos los dígitos es divisible por 9.
10	El número termina en 0.

Por lo que, tenemos que el último digito debe ser un 0, para que pueda ser un número par y ser divisible por 5.

8) ¿Cuáles de los siguientes pares de números son divisibles por 4?
Respuesta: D)
Procedimiento:
La opción correcta es la D, debido a que el 16 es divisible por 4, ya que: $4 * 4 = 16$ y esto es lo mismo a decir que:

$$16 \div 4 = 4$$

La regla de divisibilidad se puede aplicar de manera que se conozca cuáles son los múltiplos del número. Si el valor se puede obtener al multiplicar un número entero por el número que se busca la divisibilidad, en este caso el 4. Entonces este número es divisible por ese valor.

Además, tenemos que el número 40 es divisible por 4 ya que: $4 * 10 = 40$ y por lo tanto;

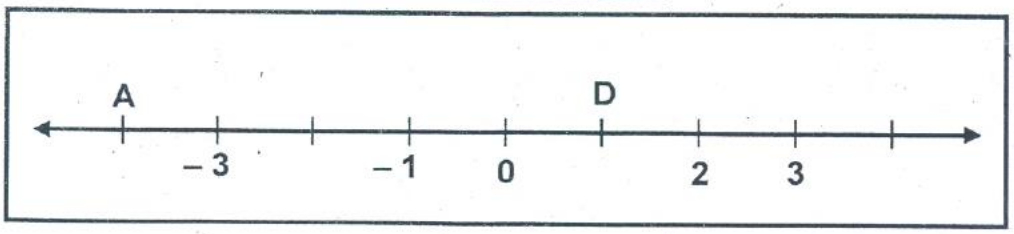
$$40 \div 4 = 10$$

9) Dos tubos de 24 m y 30 m van a ser cortados en pedazos de igual medida y de la mayor cantidad posible, sin que sobre nada de tubo. ¿Cuál debe ser la longitud, en metros, de cada pedazo de tubo?
Respuesta: C)
Procedimiento:
En este caso, sirve aplicar las reglas de divisibilidad, ya que nos indican que no debe sobrar nada de tubo. Esto significa que si tomamos el tubo como un numero entero, en este caso el 24 y 30, se debe buscar por cuales números es divisible para que no quede un resto de la división.

Tenemos que ambos números son divisibles por 6. Si recordamos los criterios de divisibilidad, vemos que para ser divisible entre 6, el número debe ser divisible tanto por 2 como por 3.
Tenemos que el 24 es un número divisible por 2 ya que es par, y por 3 ya que la suma de sus dígitos es igual a 6, que es un múltiplo de 3. Lo mismo sucede con 30, ya que termina en 0 y es par, así como la suma de sus dígitos da 3 que es múltiplo de 3.

10) Considere la siguiente información.

Recta numérica



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. Un posible valor de A es – 4.

II. Un posible valor para D es 1.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: A)

Procedimiento:

La respuesta correcta es la A, ya que ambas proposiciones son verdades. Si observamos la recta numérica se puede observar que cada espacio representa una unidad. Esto se confirma al ver que antes del 0 se encuentra el -1, así como después del 2 se encuentra el 3.

Debido a esto tenemos que el valor de A debe ser -4 ya que se encuentra antes del -3. Y un valor para D es 1 ya que se encuentra después del 0 y antes del 2.

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 11 y 12:

Temperaturas

A continuación se muestran las temperaturas en grados Celsius (se tomó la menor de cada día), para la primera semana del mes de diciembre de 2015, en el Cerro de la Muerte:

Día	Temperatura / °C
Lunes	2
Martes	0
Miércoles	– 3
Jueves	1
Viernes	– 2
Sábado	0
Domingo	– 4

11) La temperatura más baja se registró el día.

Respuesta: C)

Procedimiento:

Se debe recordar que lo número negativo se vuelven menores al moverse hacia la izquierda, con eso se refiere a que el -2 es un numero menor que el -1, pero asimismo el -4 es un valor menor que el -2. Conforme vaya aumentando el valor del número, este se vuelve menor, ya que es un valor más negativo.

Debido a esto tenemos que el -4 registrado el domingo es la temperatura más baja.

12) La temperatura más alta se registró el día.

Respuesta: A)

Procedimiento:

Podemos observar que el número más alto es el 2, debido a que el -4 es un valor negativo y esta al otro extremo de la recta numérica. Por lo que el día que se registro la temperatura más alta fue el lunes.

13) Considere las siguientes proposiciones:

I. $|-2| = -2$

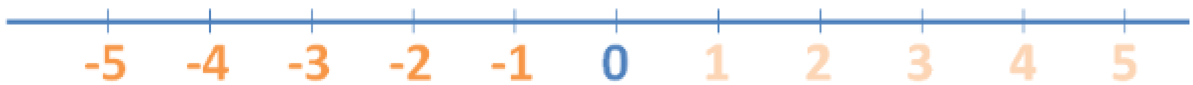
II. El opuesto de – 7 es 7

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: D)

Procedimiento

El símbolo | | se utiliza para obtener el VALOR ABSOLUTO de un número. Este representa el valor numérico sin tomar en cuenta si este es positivo o negativo. Es por eso que la expresión |-2| es igual a 2, ya que no se toma en cuenta el valor negativo de este. Por lo que la primera proposición es falsa. En cuanto la segunda proposición tenemos que es verdadera, ya que el -7 se encuentra en la posición opuesta en la tabla numérica con respecto al 7. Esto por que el 7 se encuentra del lado derecho donde están los números positivos y el -7 al lado izquierda con los lados negativos.



14) Considere las siguientes proposiciones

I. $\sqrt[2]{36} = 6$

II. $\sqrt[3]{27} = 3$

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: A)

Procedimiento:

En este caso tenemos que se solicita obtener los resultados de realizar las RAIZES de los siguientes números. Para calcular la raíz de un número se debe saber que esta operación matemática es el inverso a las POTENCIAS. Esto pensando en el signo $\sqrt{x}$ se utiliza para obtener la RAÍZ CUADRADA de un número. Esto es equivalente a determinar que número multiplicado dos veces por el mismo da como resulta la x. Esto debido a que ese símbolo es equivalente a este $\sqrt[2]{x}$.

En este caso tenemos que el INDICE corresponde al número 2 sobre el símbolo de la raíz, mientras que la x, corresponde al RADICANDO. La raíz corresponde a obtener el número que multiplicado por si mismo las veces que el INDICE lo indica se obtiene el RADICANDO

Para la proposición I. tenemos que se solicita obtener la raíz cuadrada de 36, esto significa que se debe buscar un número que multiplicado dos veces por si mismo se obtiene el 36. En ese caso se obtiene que: $\sqrt[2]{36}$ = 6 esto debido a que 6*6 = 36. Por lo que, la proposición es correcta.

Para la proposición II. Tenemos que en este caso el índice es un 3, lo que significa que se debe obtener un número que multiplicado 3 veces por si mismo de 27. Entonces tenemos que: $\sqrt[3]{27} = 3$ Ya que, 3*3= 9 y 9*3 = 27.

15) El resultado de $2(6 - 4 \div 2) + (\sqrt{4} + 6 \div 2)$ es

Respuesta: C)

Procedimiento:

Debemos recordar el orden las operaciones matemáticas indicadas anteriormente. Debido a que hay dos pares de paréntesis se pueden realizar las operaciones al mismo tiempo adentro de los paréntesis, sin alterar las operaciones del otro.

Al seguir este se obtiene el siguiente resultado.

$$2(6-4\div 2)+\left(\sqrt{4}+6\div 2\right)=$$
$$2(6-2)+(2+6\div 2)=$$
$$2*(4)+(2+3)=$$
$$8+(5)=$$
$$13$$

16) Considere las siguientes proposiciones:

I. La mitad de 2^{2016} es 2^{2015}

II. $7^{15}\bullet 7^{5}=7^{10}$

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: C)

Procedimiento:

Recordando las propiedades de las potencias tenemos que corresponde a un número que es la BASE, elevado a un EXPONENTE. El número que corresponde a la base se multiplica por el mismo la cantidad de veces que lo indica su exponente.

Tomando esto en consideración tenemos que 2^{2016} es igual a decir $2^{2015}*2$, ya que es la base multiplicada 2015 veces por el mismo y añadiéndole una multiplicación más. Debido a esto tenemos que la primera proposición es **verdadera**.

Además, entre las propiedades de las potencias tenemos que si se están multiplicando dos potencias que tienen la misma BASE, los EXPONENTE se puede sumar. Siguiendo el mismo principio mencionado anteriormente. Ya que es este mismo número, multiplicado más veces por el mismo, los exponentes se pueden sumar. Debido a esto la proposición es **falsa**. Ya que, $7^{15}*7^{5}=7^{20}$ puesto a que se suman, no se restan.

17) Considere las siguientes proposiciones.

I. $\sqrt[3]{-8}=2$

II. $\sqrt[5]{1}=1$

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: D)

Procedimiento:

Entre las propiedades de las raíces tenemos que recordar que el RADICANDO es un valor obtenido por la multiplicación de un número por si mismo, la cantidad de veces que lo indique el INDICE.

Para la proposición I. tenemos que nos piden la solución de $\sqrt[3]{-8}$, en este caso se sabe que ocupamos de un número que multiplicado tres veces por si mismo de un valor de -8. En este caso tenemos que el RADICANDO es negativo, esto es de suma importancia ya que si el INDICE es par no se puede obtener la raíz de un RADICANDO negativo. Pero si el INDICE es impar, si se puede obtener un resultado, esto considerando que un (-) multiplicado por otro (-) se vuelve un (+), pero si el número se multiplica por un valor impar, siempre vuelve a quedar negativa, siguiendo que (+) multiplicado por un (-) es un (-). Debido a esto tenemos que:
$\sqrt[3]{-8} = -2$, ya que -2*-2*-2 = -8. Por esta razón, esta propoción es **falsa**.

Para la proposición II. Tenemos otra de las propiedades de las raíces que nos dice que toda raíz que tiene al número 1 como RADICANDO tiene como solución el número 1. Esto debido a que 1 multiplicado las veces que sea por sí mismo, sigue siendo 1. Por lo que, esta proposición es **verdadera**.

18) Considere las siguientes proposiciones.

I.	El triple de 3^{200} es 3^{600}
II.	Una quinta parte de 5^{85} es 5^{84}

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?
Respuesta: D)
Procedimiento:
Para la proposición I. tenemos que es **falsa**, esto debido a que el triple de 3^{200} es igual a decir $3^{200} * 3$, que es igual a 3^{201} no a 3^{600}.

Mientras que para la proposición II, tenemos que es **verdadera**. Esto debido a que una quinta parte de 5^{85} es equivalente a dividir este valor entre 5. Lo que viendo siendo equivalente a quitar una multiplicación por 5 que es la base de la potencia. Esto se comprueba debido a que $5^{85} = 5^{84} * 5$.

19) Karla compra un helado que cuesta ₡1250 y un paquete de galletas que cuesta ₡555. ¿Cuánto dinero le sobra a Karla si paga con ₡5000?
Respuesta: A)
Procedimiento:
Se debe realizar una suma de cuanto gasto Karla en total, debido a esto tenemos que corresponder a: ₡1250 + ₡555 = ₡1805.
Entonces, se debe realizar una resta del dinero total que tiene Karla menos lo que gasto en sus compras, debido a esto tenemos que ₡5000 − ₡1805 = ₡3195.

20) Un niño que se encuentra en el primer piso de un edificio decide subir en el ascensor 15 pisos, luego baja 7 pisos, después sube 11 pisos y por último baja 4 pisos. ¿En cuál piso quedo el niño?
Respuesta: B)

*Procedimient*o:

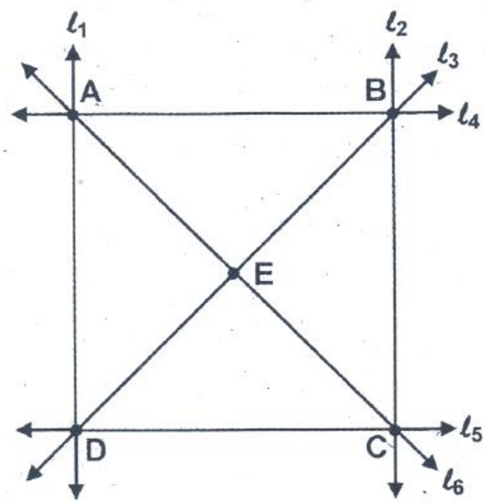
Tenemos que el niño decide subir y bajar de pisos en el ascensor y que debemos determinar donde se encuentra al final. Para esto se puede realizar una operación tomando como los pisos que sube como valores positivos y sumarlos, mientras que se restan los pisos que baja. Debido a esto tenemos que:

$$+15-7+11-4=15$$

Esto se comprueba debido a que dice que el niño sube al piso 15, y los movimientos que hace después es que sube 11 pisos, pero baja otros 11 (-7-4=-11).

Considere la siguiente información para responder las preguntas 21 y 22:

En la siguiente figura se presenta el cuadrado ABCD y las rectas ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3, ℓ_4, ℓ_5 y ℓ_6:



21) De acuerdo con la información anterior, considera las siguientes proposiciones:

I.	**$\overrightarrow{DA}$ y $\overrightarrow{DC}$ son semirectas.**
II.	**A, E, D son puntos colineales.**

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: C)

*Procedimient*o:

Tenemos que $\overrightarrow{DA}$ y $\overrightarrow{DC}$ corresponde a la notación de semirrectas. Las semirrectas son aquellas que se forman al dividir una recta, donde tiene un punto de inició, pero no tiene un final. Esto se puede observar en la figura anterior, ya que se cuenta con el punto D como punto de inicio, y la recta ℓ_1 y la recta ℓ_5 continuan indefinidamente pasando por el A y el C respectivamente. Por lo que la proposición I. es **verdadera**.

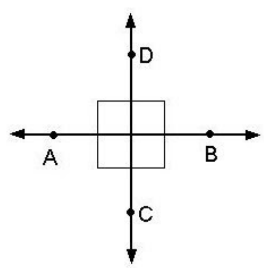
En cuanto a la proposición II: tenemos que puntos colineales son aquellos que si al trazar una sola línea se puede pasar por todo ellos. Debido a esto tenemos que los puntos A, E, D no son colineales, ya que no es posible trazar una única línea que pasa todos ellos al mismo tiempo. No como en el caso de los puntos A, E, C que si son colineales. Debido a esto la proposición es **falsa**.

22) De acuerdo con la información anterior, considera las siguientes proposiciones:

I. $\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{DC}$.

II. $\overleftrightarrow{BD}$ es paralela a $\overleftrightarrow{AC}$.

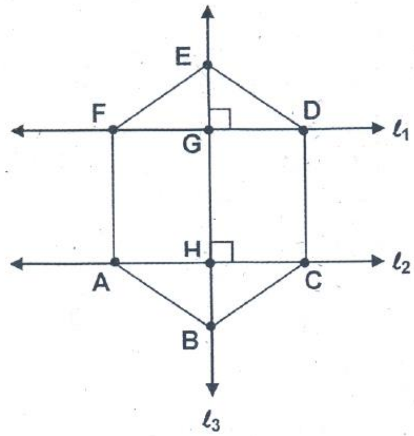
De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?
Respuesta: B)
Procedimiento:
Tenemos que por definición una recta es perpendicular a otra cuando la cruza en un ángulo de 90°. Esto genera dos ángulos rectos a cada lado de la recta. En la siguiente imagen podemos observar cómo se ven dos rectas que se intersecan de manera perpendicular.



Debido a esto tenemos que la proposición I es **falsa**, ya que las rectas mencionadas son paralelas entre ellas.

En cuanto a la proposición II. Tenemos que pregunta acerca de si las rectas mencionadas son paralelas. Por definición tenemos que las rectas paralelas son aquellas que se encuentran en un mismo plano y no se intersecan. Estas se pueden extender de manera indefinida, pero para cumplir con el criterio de rectas paralelas, nunca deben de tocarse. Tomando esto en consideración la proposición II es **falsa**, ya que estas rectas se intersecan de manera perpendicular.

Considere la siguiente figura para responder las preguntas 23 y 24:



23) Tres puntos **<u>no</u>** colineales son

<u>Respuesta</u>: B)

*<u>Procedimient</u>*o:

Podemos observar que la respuesta correcta es la B, esto debido que la única combinación de puntos que no se encuentran sobre una misma recta es la de A, H, B. Ya que el punto A pertenece a la recta $\ell_{2,}$ mientras que el punto B pertenece a la recta $\ell_{3.}$

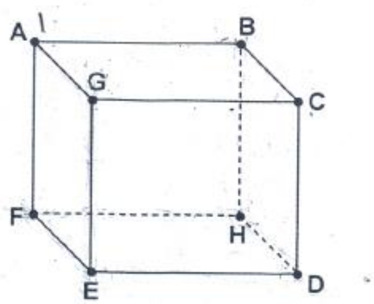
24) Con certeza dos rectas paralelas son

<u>Respuesta</u>: C)

*<u>Procedimient</u>*o:

Se puede observar que la respuesta correcta es la C, debido a que las demás combinaciones de rectas se intersecan en un punto. Mientras que las rectas $\overleftrightarrow{FD}$ y $\overleftrightarrow{AC}$ no se tocan.

Considere los datos de la siguiente figura referida a un cubo, para responder las preguntas 25 y 26:



25) . Considere las siguientes proposiciones.

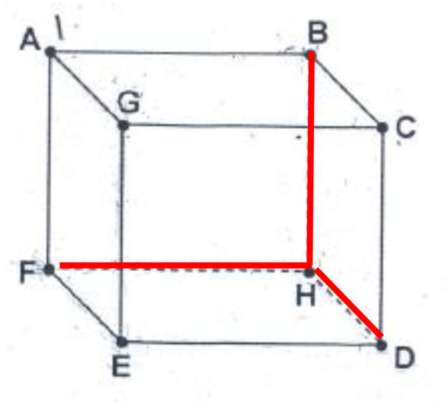
I.	**El cubo tiene 6 caras.**
II.	**Hay 3 aristas que contienen al punto H.**

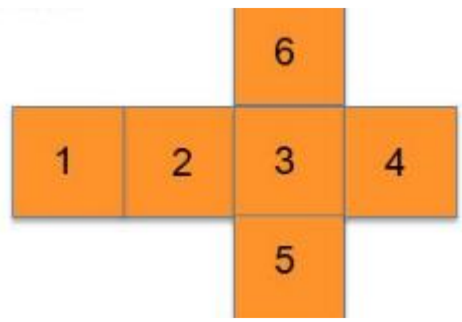
De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

<u>Respuesta</u>: A)

*<u>Procedimient</u>*o:

Tenemos que la figura representada anteriormente corresponde a un cubo. Este tiene como propiedades que contiene 6 caras igual formadas por cuadrados del mismo tamaño. Además, se sabe que una arista representa los segmentos de recta que unen las caras de los cuadrados. Tomando esto en consideración se observa en la siguiente figura como hay 3 aristas (rojo) que contienen el punto H. Por lo que se concluye que ambas proposiciones son **verdaderas**.





26) Considere las siguientes proposiciones

I. Los planos AGEF y FHDE son paralelos.

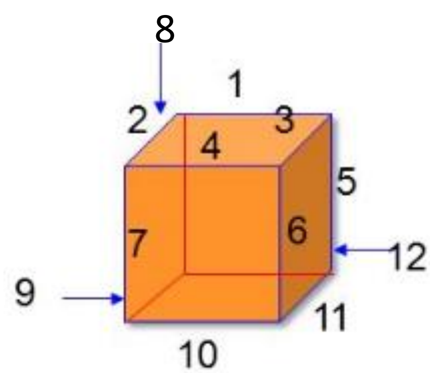
II. El cubo contiene 5 aristas en total.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

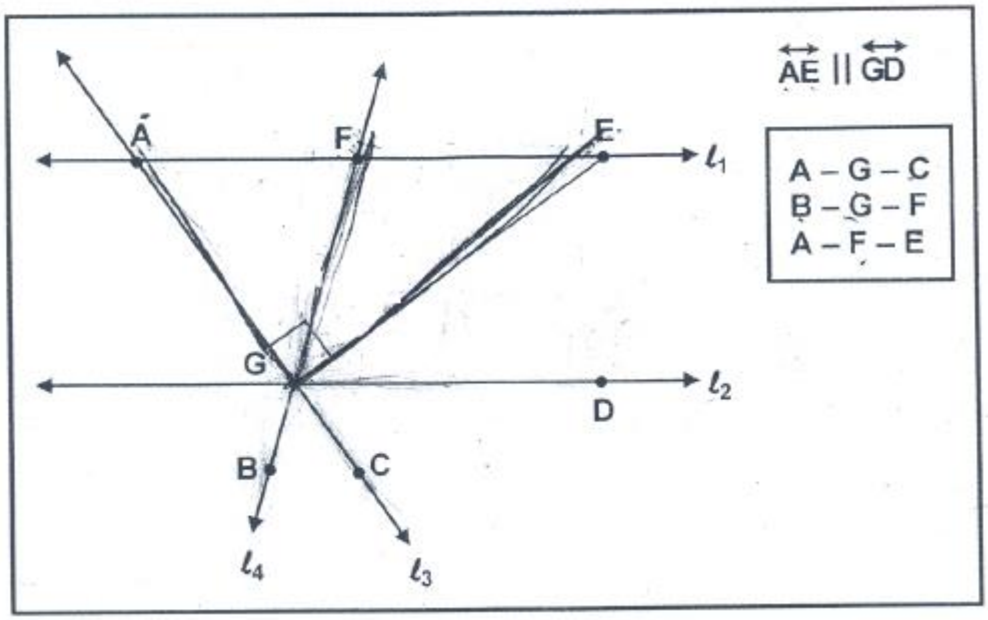
Respuesta: B)

Procedimiento:

Para la proposición I, tenemos que esta es **falsa**. Esto debido a que los planos AGEF y el FHDE se intersecan en la arista FE. Y en cuanto a la proposición II, tenemos que esta también es **falsa**. Esto debido a que un cubo tiene 12 aristas en total, como se puede observar en la siguiente figura.



Considere la siguiente figura para responder las preguntas 27, 28 y 29:



27) Considere las siguientes proposiciones.

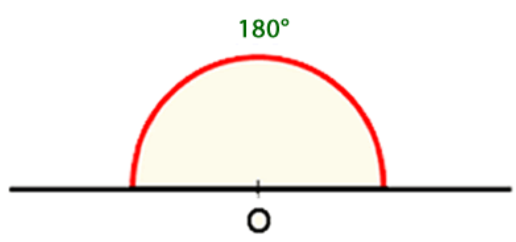
I.	El $\measuredangle$FGB es un ángulo llano.
II.	$\measuredangle$AGE y $\measuredangle$BGC son ángulos opuestos por el vértice.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: C)

Procedimiento:

Para la proposición I. se tiene que el $\measuredangle$FGB es un ángulo llano. Se tiene que un ángulo de este tipo tiene que tener 180°. Por lo que se puede interpretar con una recta que contiene los puntos F, G, B. En este caso se tiene que la proposición es **verdadera**.



Para la proposición II. Se dice que los ángulos $\measuredangle AGE\ y \measuredangle\ BGC\ son\ opuestos\ al\ vertice$. No obstante, en la figura se puede observar que estos ángulos únicamente comparten el mismo origen y esta es **falsa**. Los ángulos opuestos por el vértice, son ocasionados cuando dos rectas distintas se cruzan e intersecan en un punto. Un ejemplo de esto, son las rectas ℓ_4 y $\ell_{3.}$ se puede apreciar que los $\measuredangle AGF\ y\ \measuredangle BGC$ son opuestos por el vértice ya que los puntos A y C pertenecen a la recta $\ell_{3.}$ Mientras que los puntos F y B, pertenecen a la recta ℓ_4

28) . Considere las siguientes proposiciones.

I. ∡BGC y ∡CGD son ángulos adyacentes.

II. Si m∡FEG = 35°, entonces, m∡AGE = 55°.

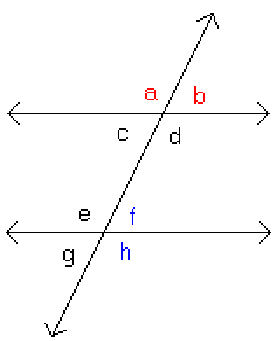
De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

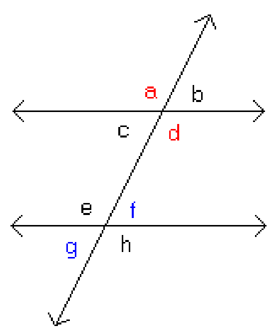
<u>*Respuesta*</u>: C)

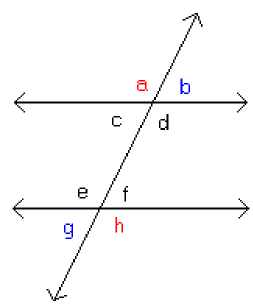
<u>*Procedimiento*</u>:

Para la proposición I. hay que recordar que los ángulos adyacentes son aquellos que están inmediatamente a la par y que comparten vértice. Por lo que podemos concluir que esta proposición es **verdadera**.

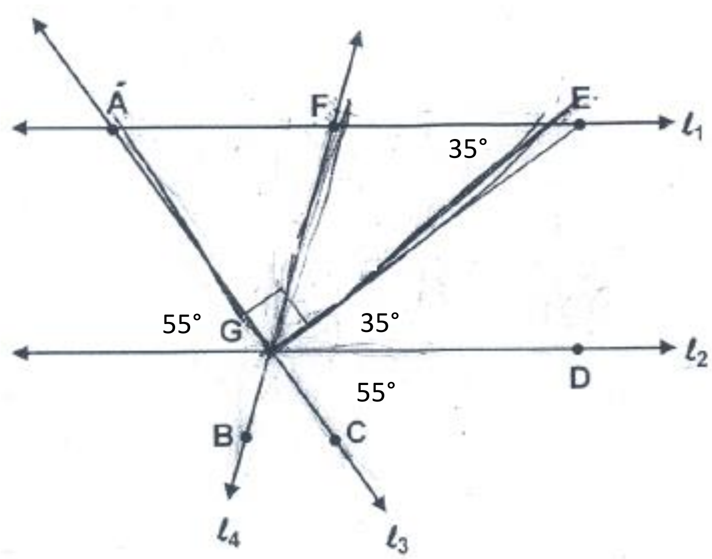
Para la proposición II. Tenemos que recordar que cuando se tienen dos rectas paralelas como es el caso de las rectas AE y GD, y se traza una recta que interseca a ambas se genera una serie de relacionadas a los ángulos opuestos al vértice y los ángulos alternos. En las siguientes imágenes podemos observar que los ángulos descritos por la letra a y la letra b, deben sumar 180°. Mientras que los ángulos de con la letra a y d deben ser iguales. Asi como a y h son equivalentes.







Entonces tenemos que si el ∡FEG mide 35°, entonces el ∡AGE debe medir 90°, ya que ∡AGC mide 180° y ∡EGC mide 90° Esto puesto a que los ángulos son complementarios y tenemos que esta proposición es **falsa**.



29) Considere las siguientes proposiciones.

I. $\measuredangle BGC$ y $\measuredangle AGF$ son congruentes.

II. $\measuredangle BGE$ y $\measuredangle FGE$ forman un par lineal.

De ellas, ¿Cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: A)

Procedimiento:

Tomando en consideración lo explicado anteriormente tenemos que la proposición I. es **verdadera** ya que al ser los $\measuredangle BGC\ y\ \measuredangle AGF$ opuestos por su vértice G tiene el mismo valor y son congruentes.

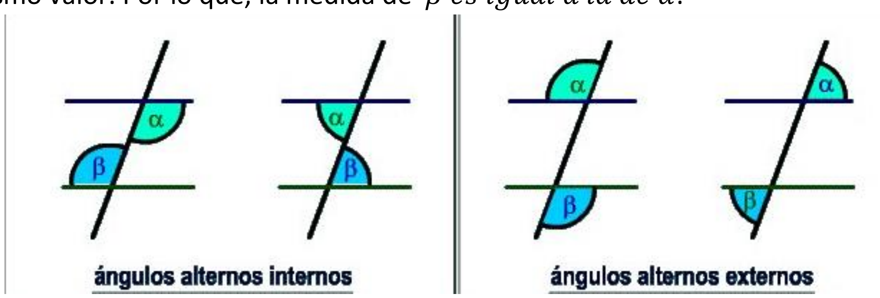
En cuanto a la proposición II. Hace referencia a formar un par lineal. Esto significa que la suma de sus ángulos debe ser igual a 180°. Y si observamos estos dos ángulos forman un ángulo llano, y abarcan el espacio de la ℓ_4. Tomando esto en consideración se sabe que la proposición II es **verdadera**.

30) Sean $\alpha\ y\ \beta$ dos ángulos alternos internos entre rectas paralelas y una transversal a ella. Si la medida $\alpha\ es$ 30°, entonces, la medida de $\beta\ es$

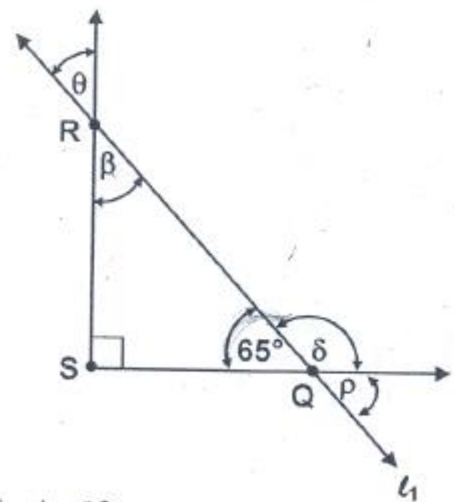
Respuesta: A)

Procedimiento:

En la siguiente figura podemos observar un ejemplo similar, cabe destacar que estos ángulos tienen el mismo valor. Por lo que, la medida de $\beta\ es\ igual\ a\ la\ de\ \alpha$.



Considere los datos de la siguiente figura para responder las preguntas 31 y 32:



31) ¿Cuál es la medida de δ?

31) ¿Cuál es la medida de δ?

Respuesta: C)

Procedimiento:

Tenemos que el ángulo δ es adyacente a un ángulo de 65°. Podemos observar que este es complementario a ese ángulo, así como al ángulo ρ. Por lo tanto, la suma de δ con el ángulo adyacente debe ser de 180°. Entonces tenemos que: $180° - 65° = 115°$.

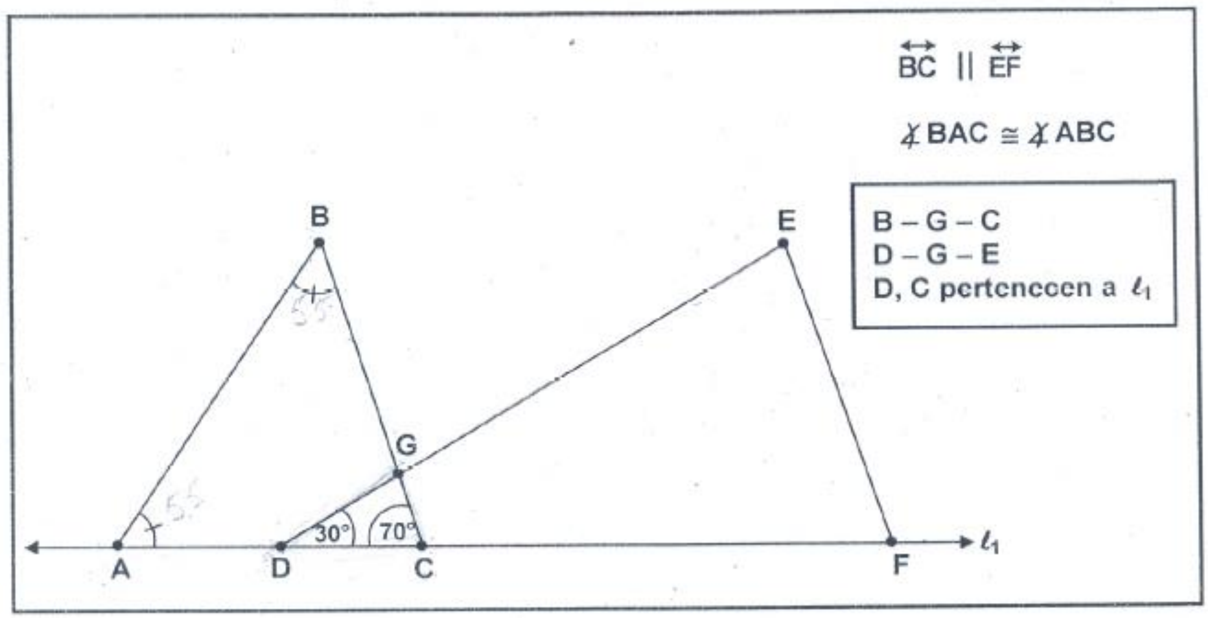
32) Un par de ángulos opuestos por el vértice son

Respuesta: C)

Procedimiento:

Se puede observar en la figura que los únicos ángulos que son opuestos al mismo vértice son el $\theta\ y\ \beta$. Ya que los ángulos $\delta\ y\ \rho$ son adyacentes y no opuestos.

Considere la siguiente figura para responder las preguntas 33, 34 y 35:



33) La medida del ∡BAF corresponde a.

Respuesta: B)

Procedimiento:

Tenemos que $\measuredangle BAC \cong \measuredangle ABC$, por lo tanto, estos ángulos deben ser iguales. Cabe recalcar que la suma de los ángulos internos de un triangulo debe ser igual a 180°. Tomando en consideración el triángulo ABC, podemos ver que el $\measuredangle ACB$ mide 70°. Debido a esto tenemos que $180° - 70°$ = 110°. Al dividir esto entre dos tenemos que $110° \div 2 = 55°$.

34) La medida del $\measuredangle BGD$ corresponde a

Respuesta: C)

Procedimiento.

Siguiendo el mismo principio tenemos que los ángulos internos del triángulo DCG deben sumar 180°. Por eso tenemos que $180° - 70° - 30° = 80°$. El ángulo $\measuredangle BGD\ mide\ 80°$.

35) La medida de $\measuredangle BCF$ corresponde a

Respuesta: C)

Procedimiento

Tenemos que el ángulo $\measuredangle BCF$ es complementario al ángulo $\measuredangle GCD$. Por lo que, la suma de estos debe ser de 180°. Debido a esto tenemos que este debe ser igual a $180° - 70° = 110°$.

36) Considere las siguientes proposiciones:

I. Es posible construir un triángulo si la medida de sus lados son 36 cm, 72 cm y 30 cm.

II. Es posible construir un triángulo si las medidas de sus lados son 20 cm, 20 cm y 40 cm.

De ellas, ¿cuál o cuáles son **verdaderas**?

Respuesta: B)

Procedimiento

Se debe utilizar la desigualdad triangular para probar si es posible o no construir un triángulo con las medidas dadas; este establece que la suma de dos lados es mayor al tercero, para todas las combinaciones posibles, se puede construir un triángulo.

Proposición I:

36 cm + 72 cm > 30 cm → 108 cm > 30 cm (CUMPLE)

36 cm + 30 cm > 72 cm → 66 cm > 72 cm (NO CUMPLE)

30 cm + 72 cm > 36 cm → 102 cm > 36 cm (CUMPLE)

Dado que no se cumplen las tres desigualdades, no se puede construir un triángulo con esos lados y la proposición I es **falsa**.

Proposición II:

20 cm + 20 cm > 40 cm → 40 cm > 40 cm (NO CUMPLE) *Aún es invalido cuando la suma de los lados es igual al tercero (debe ser mayor)

20 cm + 40 cm > 20 cm → 60 cm > 20 cm (CUMPLE)

20 cm + 40 cm > 20 cm → 60 cm > 20 cm (CUMPLE)

Dado que no se cumplen las tres desigualdades, no se puede construir un triángulo con esos lados y la proposición II es **falsa**.

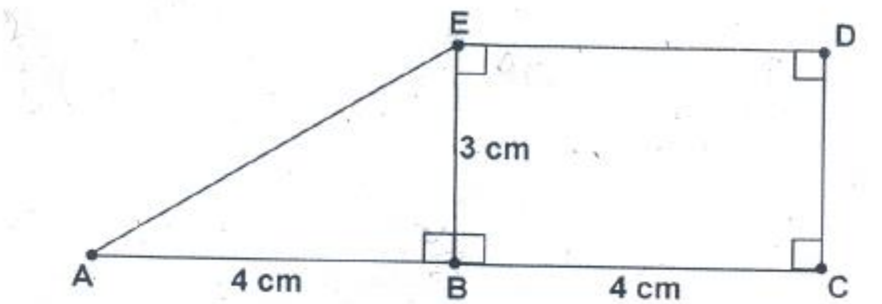
37) Si la medida de un ángulo interno de un cuadrilátero convexo es $30°$, entonces, la suma de las medidas de los otros tres ángulos internos es de

Respuesta: D)

Procedimiento

Se tiene que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero debe ser de $360°$. Y cuando se hace mención de un cuadrilátero convexo, significa que ninguno de sus lados mide más de 180°. Por esto tenemos que $360° - 30° = 330°$.

38) Considere la siguiente figura compuesta por el rectángulo EBCD y el triángulo rectángulo EAB:



¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de la figura anterior?

38)
Respuesta: C)
Procedimiento:

Para determinar el área de la figura anterior se procede a obtener el área respectiva por figura y luego se suman. Se debe recordar que el área de un rectángulo corresponde a la multiplicación de un lado por su altura $l * a = 3cm \ * 4cm = 12 \ cm^2$

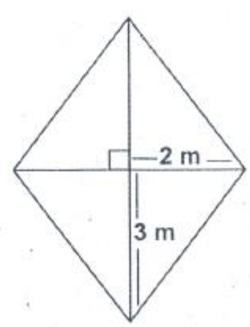
Mientras que para el triangulo tenemos que es base por altura, y esto dividido entre dos. Lo que corresponde a $\frac{b*a}{2} = \frac{4cm*3cm}{2} = 6\text{cm}^2$

Entonces tenemos que el área total corresponde a $12cm^2 + 6cm^2 = \ 18 \ cm^2$

39) Si la suma de las medidas de tres ángulos externos de un cuadrilátero convexo es 324°, entonces la medida del cuarto ángulo externo es
Respuesta: A)
Procedimiento:

La suma de los ángulos externos de un cuadrilátero convexo también debe ser de 360°. Por lo que tenemos que $360° - 324° = 36°$

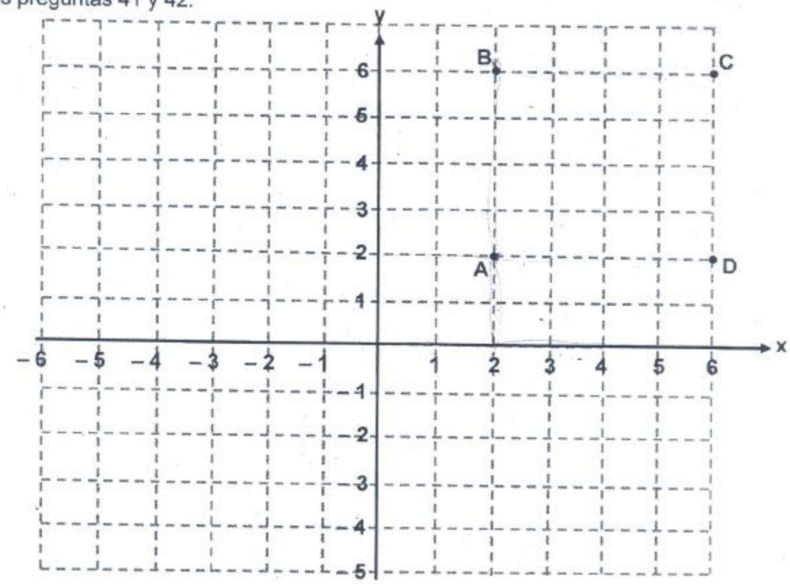
40) Se desea elaborar una alfombra de hule con forma de rombo y con las medidas indicadas como se muestra en la siguiente figura:



¿Cuál es la cantidad de hule, en metros cuadrados, que contiene dicha alfombra?
Respuesta: B)
Procedimiento

Para determinar el área de un rombo se debe multiplicar la diagonal mayor por la diagonal menor, divida entre 2. En este caso solo nos están dando la mitad de la diagonal por lo que se debe duplicar el valor presentado. Por lo tanto, tenemos que: $\frac{D*d}{2} = \frac{(3*2)*(2*2)}{2} = \frac{6*4}{2} = 12$ m^2.

Con base en la información del siguiente sistema de ejes cartesianos, responda las preguntas 41 y 42:



41) El punto medio del segmento $\overline{AD}$ corresponde a

Respuesta: C)

Procedimiento

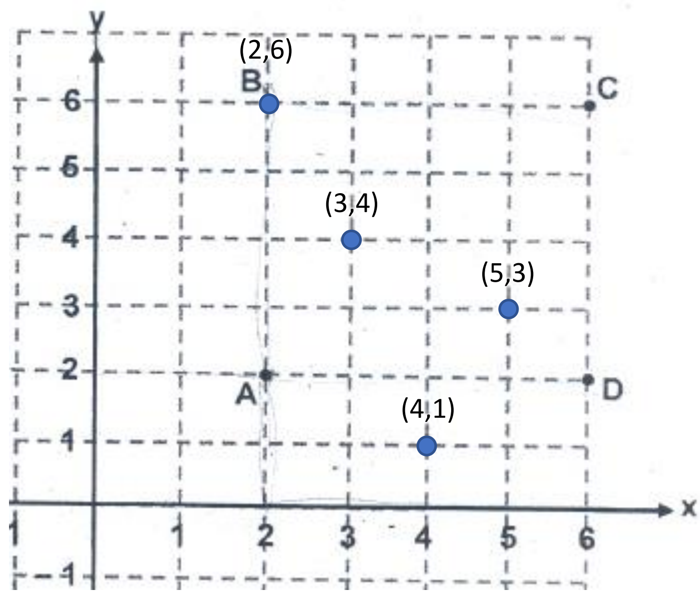
Tomando en consideración que se pide el punto medio del segmento AD, se debe entender que se esta pidiendo por la mitad de este. Por lo tanto, este es igual a decir $\frac{AD}{2}$.

42) Las coordenadas de un punto ubicado en el exterior de la figura que se forma con los puntos A, B, C, D son:

Respuesta: D)

Procedimiento:

Se debe recordar que, al dar las coordenadas de un punto, el primer valor corresponde al eje x y el segundo al eje y. Por lo que, el punto en las coordenadas es de la forma (x,y). En la siguiente figura se puede observar donde están colocados los puntos, y que solamente el punto de la opción D se encuentra en el exterior.



43) Una sucesión de números impares entre 2 y 12 corresponde a

Respuesta: D)

Procedimiento

Para resolver este ejercicio hay que buscar una sucesión o serie de números que sean impares y se encuentren entre el número 2 y el número 12. Para esto tenemos que pueden ser todos los números impares encontrados este estos números. Por lo que la respuesta es 3,5,7,9,11.

44) ¿Qué número ocupa la posición 10 en la siguiente sucesión: 7, 14, 16, 32...?

Respuesta: B)

Procedimiento:

En la sucesión que se presenta podemos observar que hay una única secuencia posible, tenemos que el 14 representa el doble de 7, así como 32 es el doble de 16. Y que la diferencia entre 16 y 14 es de dos. Por lo que, se hace el supuesto de que la sucesión primero multiplica el valor por dos y luego le suma dos al resultado, que posteriormente es multiplicado por el doble y así sucesivamente. Esto nos deja que el número en la posición 10 es el **284**, como se muestra a continuación:

1. 7
2. 7*2 = 14
3. 14+2= 16
4. 16*2=32
5. 32+2=34
6. 34*2=68
7. 68+2=70
8. 70*2=140
9. 140+2=142
10. 142*2=284

45) Considere el siguiente contexto:

> **La fórmula $v = \frac{200}{t}$, modela la rapidez «v» de un atleta que corre los 200 m planos en un tiempo «t», en segundos.**

De acuerdo con el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

> **I. Si el atleta aumenta la rapidez, entonces, el tiempo para recorrer los 200 m, también aumenta.**
>
> **II. Si el atleta disminuye el tiempo en recorrer los 200 m, entonces, aumenta su rapidez.**

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

45)
Respuesta: D)
Procedimiento

El siguiente ejercicio plantea un problema utilizando relaciones matemáticas. En este caso tenemos que la rapidez depende de la distancia recorrida, dividida entre el tiempo en que lo hace.

Para la proposición I. tenemos que, si aumenta la rapidez, la que debe aumentar es la distancia recorrida en ese tiempo, o en cambio disminuye el tiempo que le toma al atleta recorre esa distancia. Esto debido a que el tiempo esta siendo dividido. Se puede observar la diferencia con el siguiente ejemplo: $si\ tenemos\ que\ \frac{6}{3} = 2$ al aumentar el divisor el resultado se hace menor $\frac{6}{6} = 1$. En cambio, si aumentamos el dividendo el resultado se hace mayor $\frac{9}{3} = 3$.

Esta analogía nos permite identificar que si la velocidad aumenta el que aumentaría sería el dividendo, en este caso la distancia que corre, no el tiempo. Por lo que la proposición I. es **falsa**.

En cuanto a la proposición II: tenemos que, si el tiempo disminuye, significa que el divisor se hace menor entonces el resultado debe aumentar. Esto podemos aplicarlo a la analogía anterior donde al disminuir el divisor de 6 a 3 el resultado aumenta de 1 a 2. Por lo que, la proposición II es **verdadera**.

46) Si 10 grifos que vierten agua de forma constante llenan un depósito en 4 horas, entonces, ¿cuántas horas tardarían 20 grifos en llenar ese mismo depósito, sabiendo que la relación es inversamente proporcional.
Respuesta: A)
Procedimiento

El termino inversamente proporcional quiere decir que cuando una variable aumenta, la otra disminuye. En estos términos si tenemos que $\frac{a}{b} = c$, entonces a es directamente proporcional a c, mientras que b es inversamente proporcional.

Si tenemos que 10 grifos duran 4 horas, entonces 20 grifos, que representa el doble, deben durar la mitad del tiempo. Esto demuestra que al aumentar al doble los grifos, el tiempo se corta a la mitad por la relación inversa por que más bien el tiempo se reduce en la mitad. Tenemos que estos 20 grifos demoran 2 horas para llenar el mismo deposito.

Si se expresa en forma de ecuación tendríamos que

$$Tiempo = \frac{constante}{Cantidad\ de\ grifos}$$

$$constante = cantidad\ de\ grifos * tiempo$$

$$constante = 40\ grifos/\ hora$$

Ahora, para 20 grifos,

$$Tiempo = \frac{40\ grifos/hora}{20\ grifos}$$

$$Tiempo = 2\ horas$$

47) Considere la siguiente tabla, sobre una situación hipotética:

Número de vacas	10	30	90
Cantidad de alimento	150	450	x

Si 10 vacas se comen 150 kg de alimento diariamente, entonces, ¿cuántos kilogramos de alimento se comerán en un día 90 vacas?

Respuesta: C)

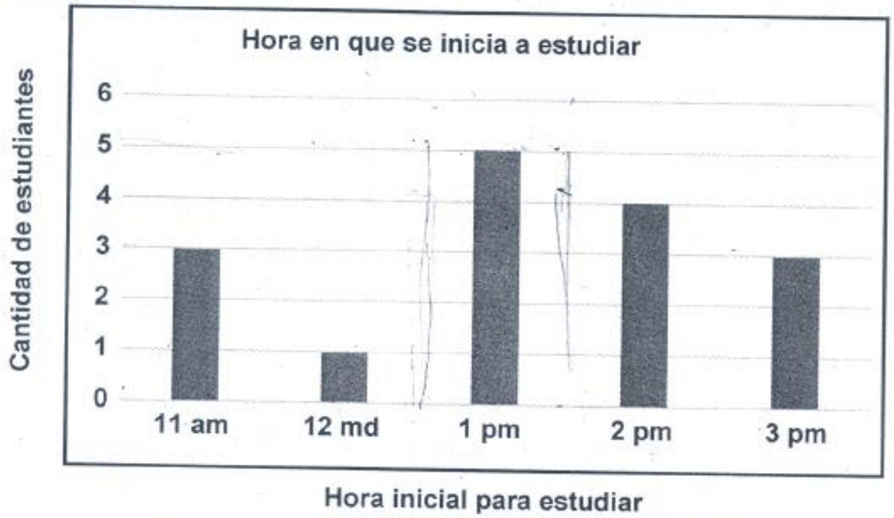
*Procedimient*o

En este caso tenemos una tabla que nos permite observar de mejor manera la relación de las variables. Cabe resaltar que al multiplicar por 3 el numero de vacas y de cantidad de alimento se obtiene los valores que se encuentran en el cuadro del centro. De esta manera podemos observar que la relación es directamente proporcional, y que, al aumentar la cantidad de vacas al triple, aumenta el consumo de las vacas al triple. Por eso si se multiplica por 3 la cantidad de alimento que consumen las 30 vacas se obtiene que las 90 vacas (30*3= 90) consumen 450 kg * 3 = 1350 kg.

Considere la siguiente información para responder las preguntas 48 y 49:

Hora de estudiar

En una clase de 16 estudiantes, el profesor les consulta a sus estudiantes, ¿a qué hora del día suelen empezar a estudiar? El siguiente gráfico ilustra la respuesta de los estudiantes:



48) ¿Cuántos estudiantes suelen iniciar a estudiar antes de la 1:00 p.m.?

Respuesta: C)

Procedimiento

En la figura anterior se tiene un gráfico que contiene la cantidad de estudiantes que estudian según la hora del día en que empiezan. Esto lo podemos ver ordenado de la forma en que en el eje y (vertical) están acomodados la cantidad de estudiantes del 0 al 6. Mientras que en el eje x (horizontal) se encuentra la hora del día en que empiezan a estudiar. Tomando esto en consideración podemos ver que las primeras dos columnas representan las 11:00 am y 12:00 m.d., ambas antes de la 1:00 pm. Si se suma la cantidad de estudiantes que empiezan a las 11, que serían 3 con la cantidad de estudiantes que empiezan a las 12:00 m.d., que es 1. Tenemos que 3+1=4 estudiantes inician a estudiar antes de las 1:00 pm.

49) ¿Cuántos estudiantes suelen empezar a estudiar después de la 1:30 p.m.?

Respuesta: A)

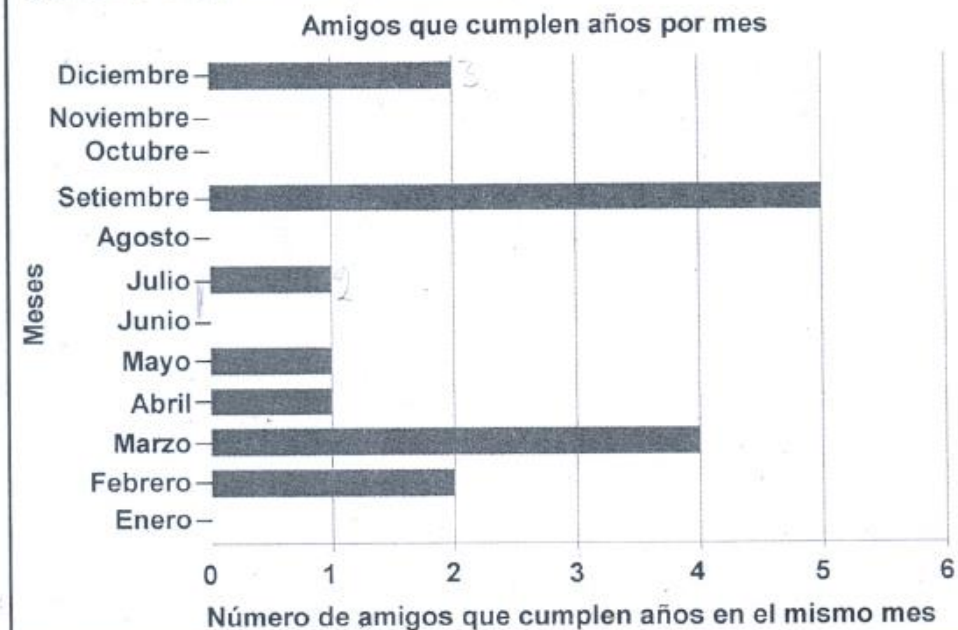
Procedimiento

Tenemos que después de las 1:30 pm, se encuentran las columnas de los estudiantes que empiezan a estudiar a las 2:00 pm y 3:00 pm. Si se suma la cantidad de estudiantes que comienza a estudiar a esta hora tenemos que 4+3=7 estudiantes.

Considere la siguiente información para responder las preguntas 50 y 51:

Tarea de estadística

Un profesor le dijo a un estudiante que debía realizar la siguiente tarea: preguntar a algunos de sus amigos en qué mes cumplen años, y a partir de ello realizar una gráfica que muestre la información. La siguiente gráfica es la que realizó el estudiante:



50) De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. La muestra que utilizó el estudiante para realizar su tarea es de 9 amigos.

II. La variable es cuantitativa.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

Respuesta: D)

Procedimiento

La definición de muestra corresponde a la cantidad de amigos a los cuales el estudiante les realiza la pregunta de en qué mes cumplen años. Por lo que la proposición I. es **falsa** ya que el estudiante le realiza la pregunta a más de 9 amigos.

Mientras que la para la proposición II. Tenemos que si la variable en cuestión es cuantitativa. Esto significa que la variable puede ser medida por números enteros, el resultado es un valor numérico. No como en el caso de las cualitativas que más bien depende de un atributo que no puede ser medido o contado de manera clara, como características o cualidades. Debido a que en este caso la pregunta es la cantidad de amigos que cumple años en el mismo mes, el resultado es un valor numérico, por lo que la proposición es **verdadera**.

51) Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones

I.	El objeto de estudio (unidad estadística) son los años cumplidos.
II.	Entre agosto y octubre hay solo 5 cumpleañeros.

Respuesta: D)

*Procedimient*o

En este caso tenemos que la proposición I. pregunta sobre el objeto de estudio. Tenemos que la pregunta y los datos que son graficados corresponde a la cantidad de amigos que cumplen en el mismo mes, no los años cumplidos o edad. Debido a esto tenemos que la proposición es **falsa**.

Para la proposición II. tenemos que entre agosto y octubre solo hay 5 cumpleañeros, esto es **verdadero**. A pesar de que en estos meses no hay amigos que coincidan en cumpleaños, en el mes de setiembre hay 5 amigos que comparten el mes de su cumpleaños.

52) Considere la siguiente información:

En un colegio hay 1235 estudiantes y se decide aplicar una encuesta al azar, a 200 de ellos, sobre los hábitos de estudio que poseen.

Según la información anterior, los 200 estudiantes del colegio, representa el concepto denominado.

Respuesta: A)

*Procedimient*o

En el apartado anterior se tiene que los 200 estudiantes representan el concepto de muestra. Esto por que la población total de los estudiantes es de 1235, pero para no realizar la encuesta a todos ellos se selecciona un valor representativo de esta población para identificar un comportamiento en específico.

Considere la siguiente información para responder las preguntas 53, 54 y 55:

Edades

Se realiza una encuesta a 25 personas para determinar las preferencias de paseo en vacaciones, según la edad. A continuación se presentan las edades indicadas en la encuesta:

Edades en años cumplidos de 25 personas encuestadas	
Edad	**Frecuencia Absoluta**
15	6
16	3
17	2
18	1
19	1
20	5
21	2
24	1
25	4
Total	25

53) De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la edad más frecuente?

Respuesta: A)

*Procedimient*o

En la figura anterior se tiene que la columna de frecuencia absoluta hace referencia a la cantidad de personas que realizaron la encuesta. Esto significa que la edad más frecuente hace referencia al número mayor que se observa en esa columna. Por lo que se observa que la mayor cantidad es la de 6, que corresponde a la edad de 15 años.

54) ¿Cuál es la diferencia entre las edades de la persona mayor y la persona menos encuestas según la información anterior?

Respuesta: D)

*Procedimient*o

El rango de edades se puede observar en la primera columna, tomando en consideración que todas las filas, que representan una edad en especifico tienen al menos un 1 en la frecuencia absoluta se sabe que hubo personas de 15 y 25 años encuestadas. Debido a esto se tiene que la diferencia entre edades es de 10 años.

55) De acuerdo con la información anterior, la edad promedio (media aritmética) es

Respuesta: D)

Procedimiento

Para obtener el valor de la edad promedio o media aritmética se debe realizar primero una multiplicación entre la edad de la persona por la frecuencia absoluta que significa la cantidad de personas que tienen esta edad. Estos valores deben ser sumados y posteriormente divididos entre la cantidad de personas totales.

Esto significa que se deben realizar al menos tres pasos para obtener el resultado. Para esto se realiza el siguiente cuadro. En este se puede observar el resultado de la multiplicación, así como la suma final de las edades de las 25 personas.

Edad	Frecuencia Absoluta	Resultado de la multiplicación
15	6	90
16	3	48
17	2	34
18	1	18
19	1	19
20	5	100
21	2	42
24	1	24
25	4	100
Total	25	475

Si se divide 475 entre la cantidad de personas se obtiene que: $475 \div 25 = 19$