Matemática Ujarrás Práctica 2018

1. **El número $0,\overline{2}$ en su notación de fracción corresponde a**
   - Para escribir $0,\overline{2}$ en su notación fraccionaria se sigue la siguiente fórmula:

$$\frac{Número\ que\ queremos\ transformar\ (\sin coma) - Números\ delante\ de\ la\ coma}{9^{cantidad\ de\ decimales\ en\ parte\ periodica}}$$

   - En este caso el número que queremos transformar es $0,\overline{2}$ por lo que al escribirlo sin coma sería 02 o simplemente 2.
   - Los números delante de la coma de $0,\overline{2}$ sería únicamente 0.
   - En este caso para $0,\overline{2}$ los números periódicos son solamente 1 el para $\overline{2}$ por lo que sería 9^1.
   - Por lo que se procede a sustituir los valores

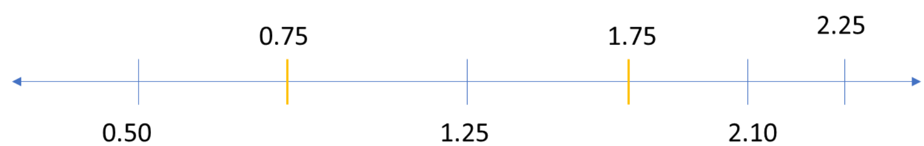
$$\frac{2-0}{9^1} = \frac{2}{9}$$

∴ Respuesta: B

2. **Un número entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{4}$ corresponde a**
   - Se recomienda transformar $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{4}$ en su notación decimal, por lo que se obtiene que:

$$\frac{3}{4} = 0.75 \qquad\qquad \frac{7}{4} = 1.75$$

   - Al ubicar los valores sobre una recta se observa como 1,25 es el único número entre 0,75 y 1,75.



∴ Respuesta: B

3. **Considera las siguientes afirmaciones**

   I. $\mathbf{0,\overline{5} = \frac{1}{2}}$

   II. $\mathbf{\frac{24}{15} = \frac{5}{8}}$

   De ellas son verdaderas:

- Para la afirmación I, lo que se procede a realizar es pasar la notación decimal periódica a fracción como se explicó en la pregunta 1:

$$\frac{Número\ que\ queremos\ transformar\ (\sin coma) - Números\ delante\ de\ la\ coma}{9^{cantidad\ de\ decimales\ en\ parte\ periodica}}$$

$$0,\overline{5} = \frac{5-0}{9^1} = \frac{5}{9}$$

$\therefore$ La afirmación I es **falsa**

- Para comprobar si la segunda afirmación es correcta, debemos simplificar la fracción $\frac{24}{15}$. Para eso, obtenemos el máximo común divisor.

24	15	3
8	5	

Como se puede observar, el máximo y único divisor que comparten el 24 y el 15 corresponde al 3. Siendo su división 8 y 5 respectivamente:

$$\mathbf{\frac{24}{15} = \frac{8}{5} \neq \frac{5}{8}}$$

$\therefore$ La afirmación II es **falsa**

$\therefore$ Respuesta: B

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 4 y 5:

En una fiesta se consumieron las siguientes cantidades de refrescos:

Refresco	**Litros**
Toronja	2,25
Naranja	$2\frac{3}{4}$
Limón	$3\frac{2}{5}$

Uva	$\frac{17}{5}$
Gaseoso	$3\frac{1}{2}$

4. Considere las siguientes proposiciones

I. Se consumió más refresco de limón que de uva.

II. Se consumió más refresco de toronja que de naranja.

De ellas cuáles son verdaderas

- Para la proposición I:
- En primer lugar, se pasa la fracción mixta a fracción "normal". Para esto se multiplica la parte entera por el denominador y se suma el numerador, el resultado de esta operación va a ser el numerador de la nueva fracción mientras que el denominador de la nueva fracción se mantiene, vamos a transformar los litros de limón:

$$3\frac{2}{5} = \frac{(3 \cdot 5) + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

- Ahora se comparan la cantidad de litros limón y de uva, como se puede ver se consume la misma cantidad de litros de limón que de uva:

$$Litros\ de\ limón = 3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

$$Litros\ de\ uva = \frac{17}{5}$$

∴ La proposición 1 es **falsa**

- Para la proposición II:
- Se procede como en el ejercicio anterior, a la transformación de fracciones. Para el caso de los litros de toronja lo que se procede es a escribir el número 2,25 sin coma (es decir 225) y se divide entre 100 porque 2,25 tiene 2 decimales. Si por ejemplo el número hubiera sido 2,252 se divide entre 1000 porque tiene tres decimales

$$Litros\ de\ toronja = \frac{Número\ \text{sin}\ decimales\ (\text{sin}\ coma)}{10^{cantidad\ de\ decimales}} = \frac{225}{10^2} = \frac{225}{100} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

- Para la transformación de los litros de naranja se sigue el mismo procedimiento

$$Litros\ de\ naranja = 2\frac{3}{4} = \frac{(2 \cdot 4) + 3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$$

- Ahora se procede a comparar ambas fracciones, como tanto los litros de toronja y naranja presentan el mismo denominador (4) se compara el numerador. Como 11 es mayor que 9 los litros de naranja se consumieron más

$$\frac{9}{4} < \frac{11}{4} = Litros\ de\ toronja < Litros\ de\ naranja$$

∴ La proposición II es **falsa**

∴ Respuesta: B

5. **Considere las siguientes proposiciones**
   I. **Se consumieron más de $\frac{9}{4}$ litros de refrescos de toronja.**
   II. **Se consumieron menos de 3 litros de refresco gaseoso**

   De ellas cuáles son verdaderas

- Para la proposición I y a partir de los cálculos anteriores de litros de toronja se consumieron **exactamente** $\frac{9}{4}$ litros, ni más ni menos.

∴ La proposición I es **falsa**

- Para la proposición II se transforman los litros de refresco gaseoso

$$Litros\ de\ refresco\ gaseoso = 3\frac{1}{2} = \frac{(3 \cdot 2) + 1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

∴ La proposición II es **falsa**

∴ Respuesta: B

Considera el siguiente contexto, para responder las preguntas 6 y 7:

Adriana y José compraron una pizza de 12 pedazos con igual tamaño. Del total de la pizza, ella comió $\frac{1}{4}$ y él $\frac{3}{4}$

6. **¿Cuántos pedazos de pizza se comió Adriana?**

- En este caso se busca un número que al multiplicarlo por 4 de como resultado 12, que son la cantidad de pedazos de la pizza. Un número que multiplicado por 4 que dé 12 es 3.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$$

- A partir de la fracción anterior se puede determinar que Adriana comió **3 pedazos**.

∴ Respuesta: B

7. **Considere las siguientes proposiciones:**
   - **I. Adriana comió más pizza que José.**
   - **II. Entre ambos se comieron toda la pizza**

De ellas son verdaderas

- Al igual que en el apartado pasado, se busca un número que multiplicado por 4 que, de 12, siendo 3. Esto para ver cuántos pedazos se comió José.

$$Cantidad\ de\ pedazos\ José = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$$

$$Cantidad\ de\ pedazos\ Adriana = \frac{3}{12}$$

- Se concluye a partir de las fracciones anteriores que José comió 9 pedazos mientras que Adriana 3.
  ∴ La proposición I es **falsa**

- Para la preposición II se realiza una suma de fracciones, como ambos presentan el mismo denominador (12), este se mantiene y se suman los numeradores.

$$\frac{9}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9+3}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

- Como se observa la suma entre Adriana y José da como resultado que se comieron 12 pedazos de los 12 pedazos disponibles, por lo que se comieron toda la pizza.
  ∴ La proposición II es **verdadera**

∴ Respuesta: D

8. El resultado de $\frac{1}{3} + 0,5$ es

- En primer lugar, se transforma el número decimal a fracción por medio de la siguiente fórmula:

$$\frac{Número\ \text{sin}\ decimales\ (\text{sin}\ coma)}{10^{cantidad\ de\ decimales}} = \frac{5}{10^1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

- Entonces volviendo a escribir la operación se tiene

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

- Se utiliza le técnica de la "carita de feliz 😊" en dónde se multiplican los denominadores en línea recta y los numeradores y denominadores en cruz para luego sumarlos

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{(2 \cdot 1) + (3 \cdot 1)}{3 \cdot 2} = \frac{2+3}{6}$$
$$= \frac{5}{6}$$

∴ Respuesta: C

9. El resultado de $(\frac{2}{5})^2$ es

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

∴ Respuesta: D

10. El resultado de $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{3}$ es

- Se inicia con la multiplicación

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

- Por lo que ahora se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{(5\cdot 3)-(6\cdot 1)}{6\cdot 3}=\frac{15-6}{18}=\frac{9}{18}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

∴ Respuesta: A

11. Considere las siguientes afirmaciones

I. $\frac{5}{6}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{8}$

II. $\frac{7}{3}\cdot\frac{15}{14}=\frac{5}{2}$

- Para la afirmación I

$$\frac{5}{6}\div\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 3}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}$$

∴ La proposición I es **falsa**

- Para la afirmación II

$$\frac{7}{3}\cdot\frac{15}{14}=\frac{7\cdot 15}{3\cdot 14}=\frac{1\cdot 15}{3\cdot 2}=\frac{1\cdot 5}{1\cdot 2}=\frac{5}{2}$$

∴ La proposición II es **verdadera**

∴ Respuesta: D

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 12 y 13:

Una porción de cierta finca se utilizó en la siembra de árboles frutales, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tipo de árbol	Porción de la finca sembrada
Naranja	$\frac{1}{12}$
Mango	$\frac{11}{24}$
Limón	$\frac{1}{8}$

12. **¿Del total de la finca, qué porción <u>no</u> está sembrada con árboles de naranjas?**
    - Se toma 1, como toda la finca, por lo que se resta el tipo de árboles de naranja

$$1-\frac{1}{12}=\frac{1}{1}-\frac{1}{12}=\frac{(12\cdot 1)-(1\cdot 1)}{12}=\frac{12-1}{12}=\frac{11}{12}$$

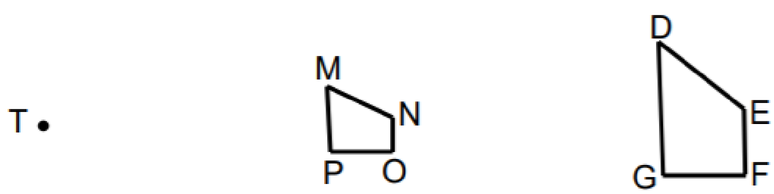
∴ Respuesta: C

13. **¿Qué porción de la finca se sembró con árboles de mango y limón?**
    - Para esto se suma tanto las porciones de mango como de limón

$$\frac{11}{24}+\frac{1}{8}=\frac{(11\cdot 8)+(1\cdot 24)}{192}=\frac{88+24}{192}=\frac{112}{192}=\frac{56}{96}=\frac{28}{48}=\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$$

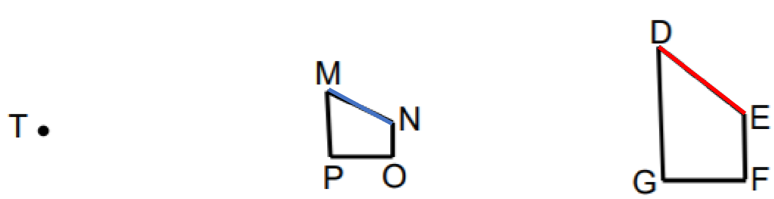
∴ Respuesta: D

Considere las siguientes figuras para responder las preguntas 14 y 15:



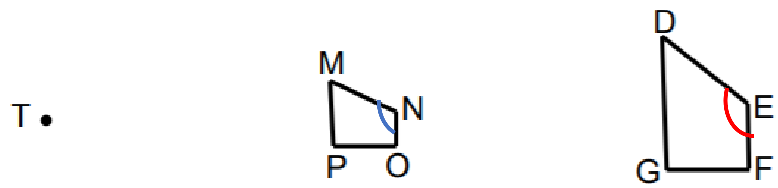
Las figuras están formadas por dos trapecios homotécnicos de razón k y cuyo centro de T.

14. **¿Cuál es el segmento homólogo con $\overline{MN}$?**
    - En las figuras semejantes, a los lados que se corresponden se les llaman lados homólogos. Es decir, al lado que ocupa el mismo lugar en otra figura.
    - En este caso en particular para el lado $\overline{MN}$ el lado que ocupa el mismo lugar en la figura DGEF es $\overline{DE}$.



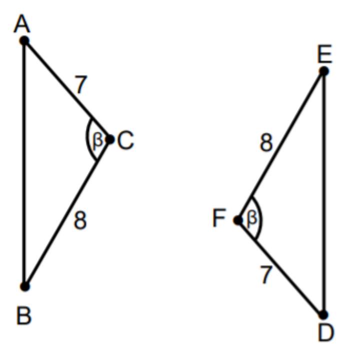
∴ Respuesta: B

15. **¿Cuál es el ángulo homólogo con ∡E?**
    - Los ángulos homólogos son aquellos con vértices homólogos. En este caso el ángulo homólogo de ∡E es ∡N

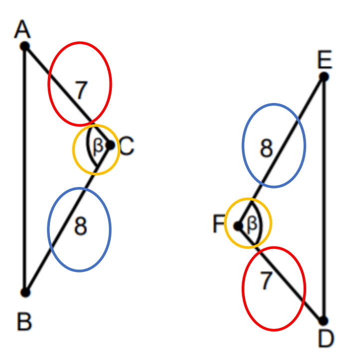


∴ Respuesta: B

Considere la siguiente información sobre dos triángulos congruentes entre sí, para responder las preguntas 16 y 17:



16. **¿Cuál criterio garantiza la congruencia entre triángulos?**
    - Como se muestra en la figura tanto el lado $\overline{AC}$ como el lado $\overline{FD}$ **son congruentes,** como es un lado se asigna la letra (L). También los lados $\overline{BC}$ y $\overline{FE}$ **son congruentes** ya que presentan la misma longitud. Nuevamente como es un lado se asigna (L) y finalmente ambos triángulos tienen el mismo ángulo β.
    - Por lo que el criterio de congruencia es **Lado (L) – Ángulo (A) – Lado (L)**



∴ Respuesta: B

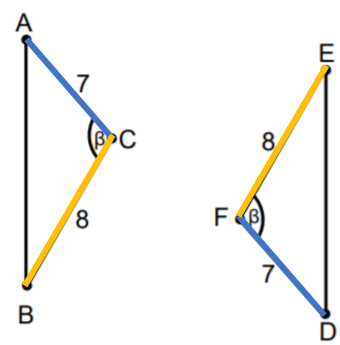
17. Considere las siguientes afirmaciones

I. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

II. $\measuredangle B \cong \measuredangle D$

De ellas son verdades

- Si dos triángulos tienen dos de sus tres lados iguales y el mismo ángulo en su vértice, entonces su tercer lado también será idéntico:

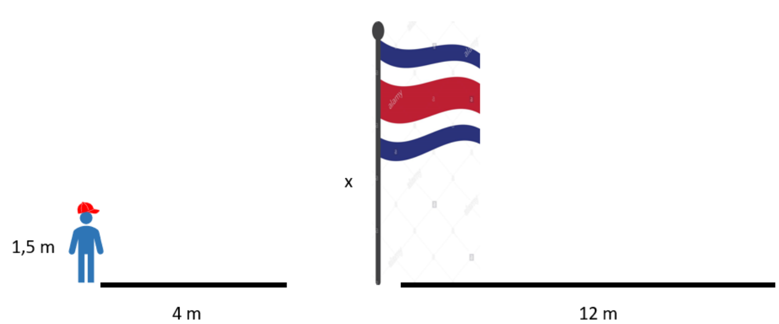


- Ahora, el ángulo $\measuredangle B$ se encuentra sobre la recta con longitud 8, sin embargo, el ángulo $\measuredangle D$ se encuentra sobre la recta de longitud 7. Por lo tanto, ambos ángulos no son iguales.

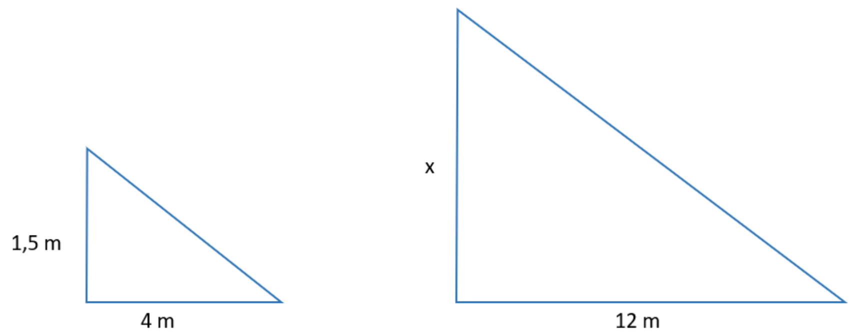
∴ Respuesta: C

18. Un niño de 1,5 m de estatura se coloca (de pie) a la par de la asta de una bandera (ambos en el mismo plano), Si en ese instante él proyecta una sombra de 4 m sobre el suelo y la asta una sombra de 12 m, entonces la altura, en metros, del asta corresponde a:

- Realizando un diagrama se obtiene lo siguiente, en dónde *x* es la altura de la asta que deseamos encontrar



- Este esquema se puede traducir como dos triángulos semejantes



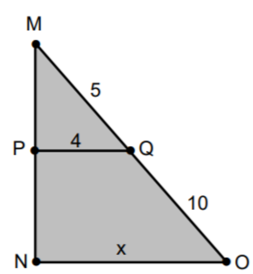
- A partir de la teoría de triángulos semejantes se tiene que:

$$\frac{4}{12} = \frac{1{,}5}{x}$$

$$x = \frac{12 \cdot 1{,}5}{4} = \frac{3 \cdot 1{,}5}{1} = 4{,}5$$

∴ Respuesta: B

19. Considere la siguiente figura:



De acuerdo con los datos de la figura si $\Delta MPQ \sim \Delta MNO$, entonces el valor de "x" es:

- Notemos como la medida del lado $\overline{OM}$ es la suma de los lados $\overline{OQ}$ y $\overline{QM}$, es decir

$$\overline{OM} = \overline{OQ} + \overline{QM} = 10 + 5 = 15$$

- Ahora bien, aplicando la teoría de los triángulos semejantes se tiene que:

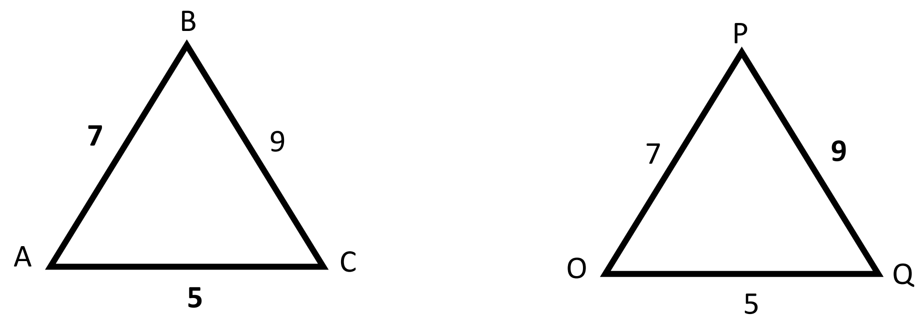
$$\frac{\overline{QM}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{NO}}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{4}{x}$$

$$x = \frac{4 \cdot 15}{5} = \frac{4 \cdot 3}{1} = 12$$

∴ Respuesta: C

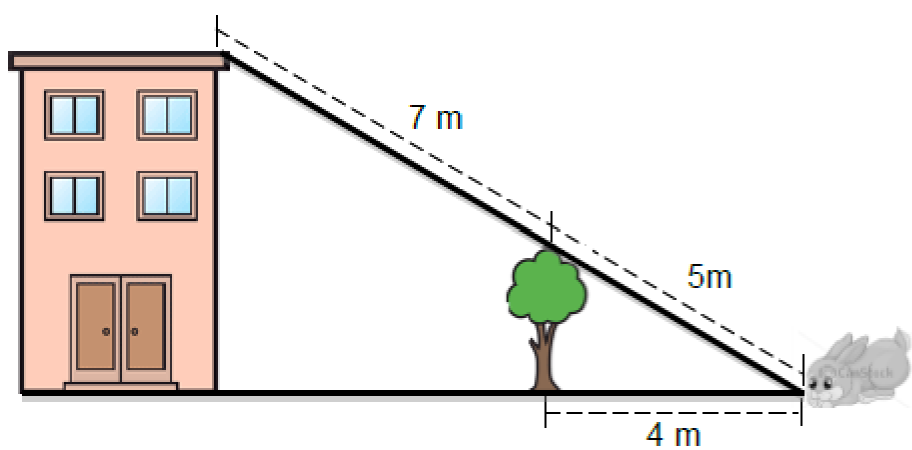
20. Sean dos triángulos tales que $\Delta ABC \cong \Delta OPQ$, AB = 7, AC = 6 y PQ = 9, ¿Cuál es el perímetro del ΔOPQ?

- $\cong$ se lee "aproximadamente iguales". Por lo tanto, el triángulo ΔABC y el ΔOPQ son aproximadamente iguales: Es decir, sus tres lados miden igual.
- 

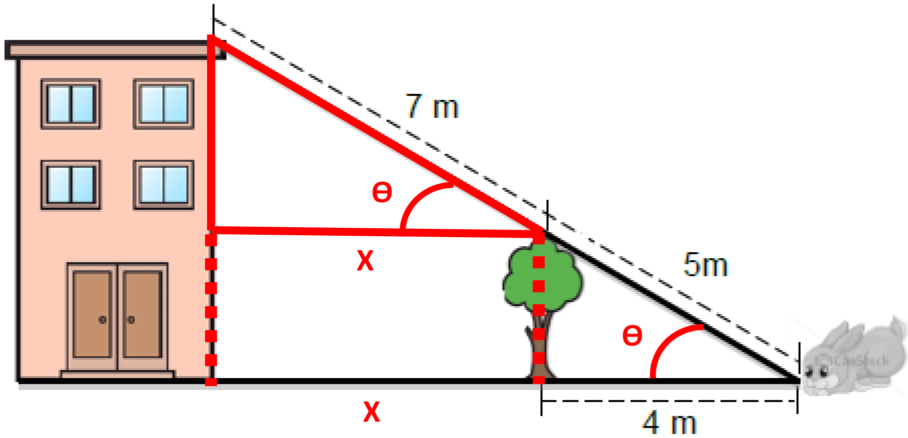
- Por lo tanto, el perímetro de ΔOPQ es igual a = 7 + 9 + 5 = 22

∴ Respuesta: D

21. Considere la siguiente información:



¿A cuántos metros se encuentra, aproximadamente, el conejo de la base del edificio?



- Como se observa en la figura X representa la base de un triángulo, y su reflejo sobre el suelo, es la distancia que necesitamos averiguar para conocer a cuantos metros se encuentra el conejo a la base del edificio. Además, podemos observar que ambos triángulos cuentan con el mismo ángulo ϴ (esto por estar sobre la misma recta y sus bases ser paralelas). Por lo tanto, la relación $\frac{Hipotenusa}{Cateto}$ debe ser igual para ambos triángulos:

$$\frac{Hipotenusa}{Cateto}$$

$$\frac{7}{X} = \frac{5}{4}$$

Ahora, solo se debe despejar la X:

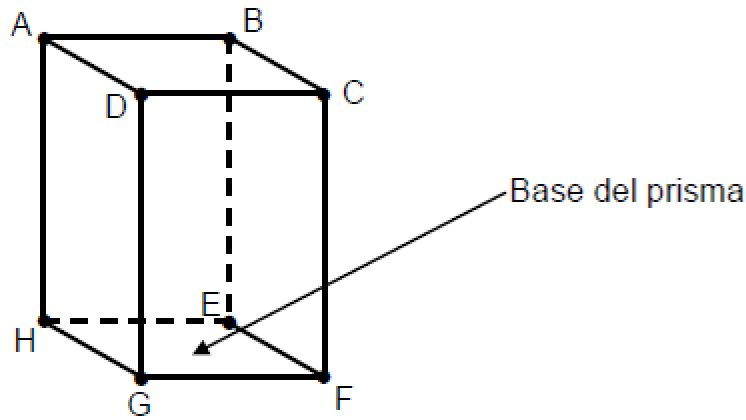
$$X = \frac{7 \cdot 4}{5}$$

$$X = \frac{28}{5} = 5{,}6$$

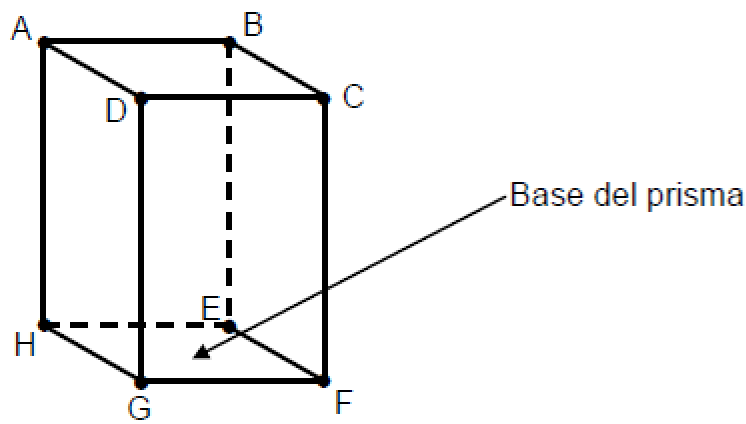
Por lo tanto, la distancia del conejo al edificio es igual a **5,6 + 4 = 9.6 m**

∴ Respuesta: C

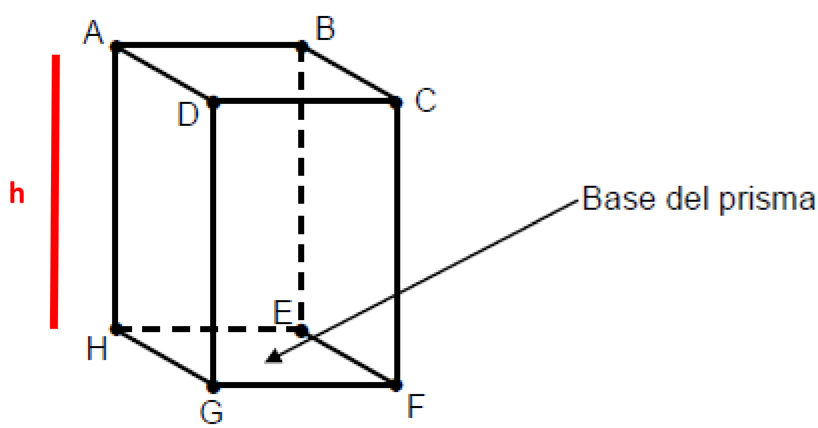
Considere la siguiente figura que ilustra un prisma recto de base cuadrada, para responder las preguntas 22 y 23:



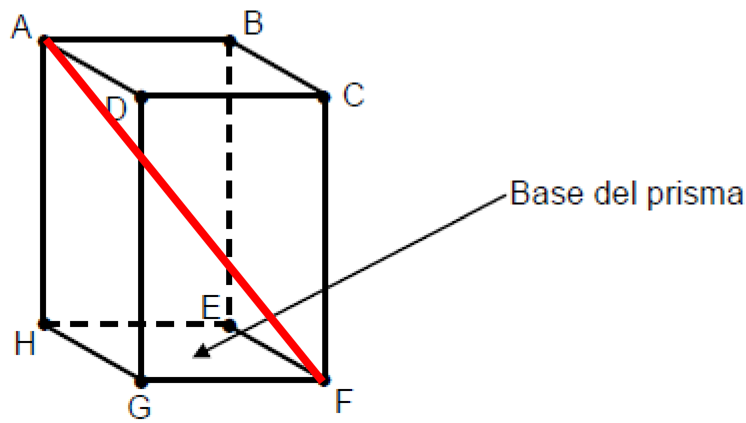
22. Un segmento que representa la altura del prisma corresponde a



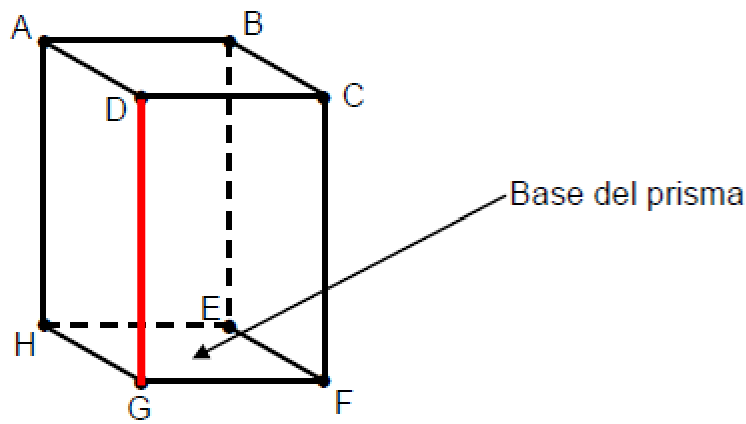
- La altura h de cualquier figura es aquella que va perpendicular a su base, hasta su punto más alto. Por lo tanto, la altura del prisma se puede representar de esta manera:



- Por ejemplo, consideremos el segmento $\overline{AF}$. Evidentemente este segmento **no corresponde** a la altura.



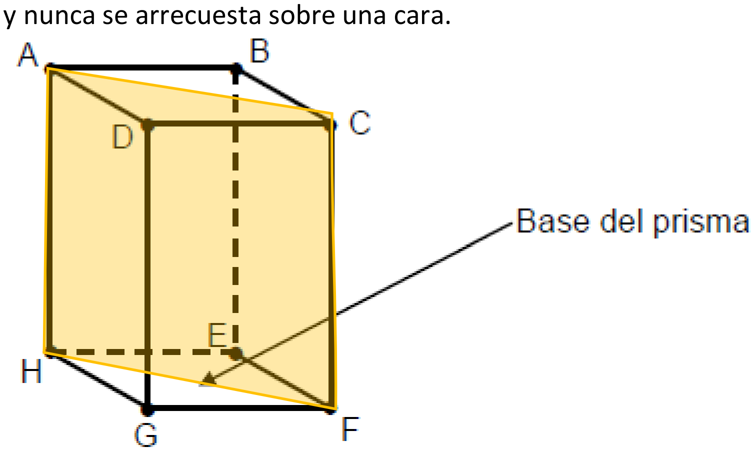
- Ahora, consideremos el segmento $\overline{DG}$. Este segmento **sí representa la altura** de un prisma:



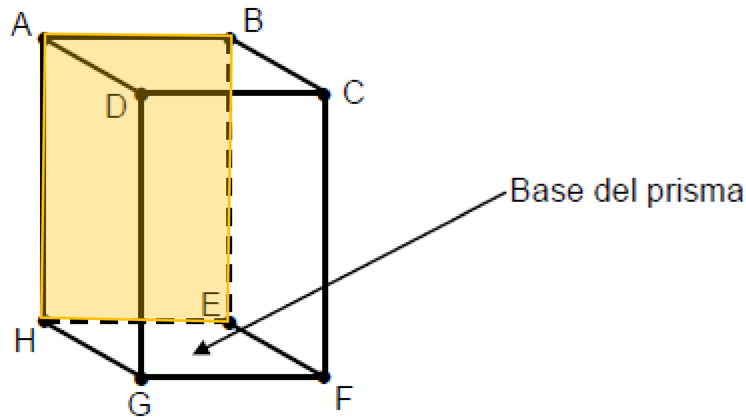
∴ Respuesta: D

23. Una de las caras laterales del prisma corresponde a

- La palabra "lateral" denota el lado de una figura tridimensional, en oposición a la base.
- Evaluemos el plano ACFH. Como se observa en la siguiente figura $\blacksquare ACFH$ atraviesa la figura por la mitad, y nunca se arrecuesta sobre una cara.

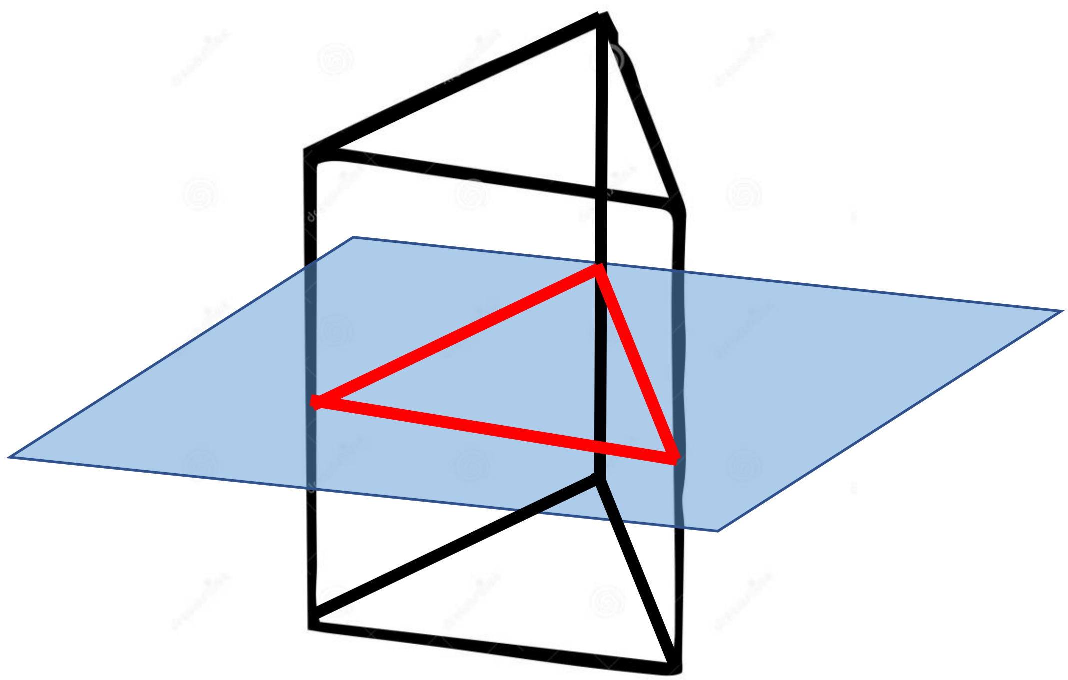


- Ahora, evaluemos el plano ABEH. Este **Sí** corresponde a una de las caras laterales del prisma:



∴ Respuesta: A

24. La figura plana obtenida de un prisma recto de base triangular, al hacer un corte con un plano paralelo a la base de este, corresponde a un:



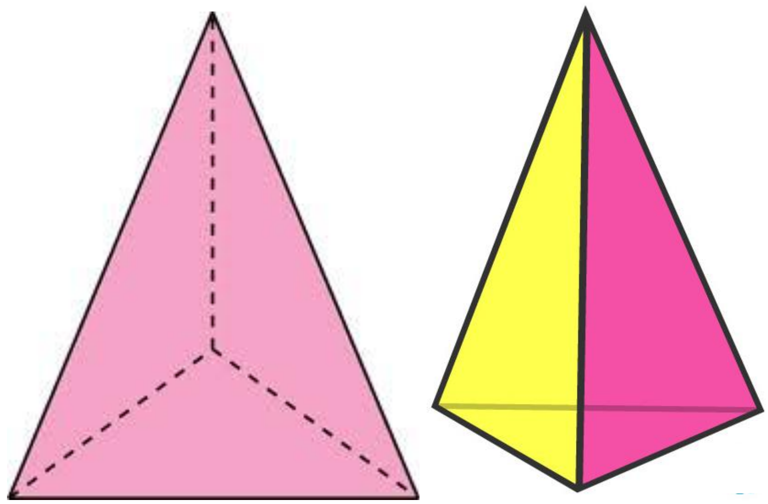
- Se observa que, al trazar un plano paralelo a la base, la figura obtenida es un triángulo.

∴ Respuesta: A

25. **Considere las siguientes proposiciones, referidas a una pirámide de base triangular:**
    I. **La pirámide tiene dos bases.**
    II. **Las caras laterales de la pirámide tienen forma rectangular.**

De ellas son verdaderas:

- **Ninguna es verdadera**. Las pirámides solo tienen **una base,** y por ser de base triangular, sus caras laterales tienen esa misma forma.



∴ Respuesta: B

26. **El salario mensual de un trabajador está compuesto por un monto mensual fijo de ₡450 000, más ₡5000 por cada hora extra laborada. Si en abril ese trabajador laboró 20 horas extras, entonces, el salario (en colones) que percibió en ese mes correspondió a:**
    - Como se laboraron 20 horas extras, estas horas se deben de multiplicar por ₡5000 para conocer el costo total por horas extras:

$$Costo\ de\ horas\ extra = \frac{₡5000}{hora} \cdot 20\ horas = ₡100\ 000$$

    - Ahora bien, también se tiene un costo fijo de ₡450 000 por lo que para tener el salario percibido por mes se suma tanto el costo fijo como el costo de las horas extras.

$$Salario\ percibido = Monto\ fijo + Monto\ horas\ extra = ₡450\ 000 + ₡100\ 000 = ₡550\ 000$$

∴ Respuesta: D

27. En la siguiente tabla se representan algunos pares ordenados que pertenecen a una función lineal:

X	0	1	2	3	4
y	2	3	4	5	6

De acuerdo con la tabla anterior, la representación algebraica de esa función corresponde a:

Debemos recordar que una función lineal está descrita por la siguiente ecuación:

$$y = mx + b$$

Donde m corresponde a la pendiente. Y m y b son números constantes para toda la función lineal. Para calcular m, se utiliza la siguiente fórmula.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Donde x_1 y y_1 corresponde a un par ordenado, y x_1 y y_1 corresponden a otro par ordenado. Sustituyendo por dos pares ordenados cualesquiera:

$$(x_1,\ y_1) = (4, 6) \qquad (x_2,\ y_2) = (2, 4) \qquad (x_1,\ y_1) = (0, 2) \qquad (x_2,\ y_2) = (3, 5)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1$$

- Como se puede evidencia, no importa cuales pares ordenados se elijan, la pendiente siempre dará el mismo valor para la misma ecuación lineal.

Ya conocemos el valor de m, ahora la podemos sustituir en la ecuación. Solo faltaría hallar b. Para eso, es solo cuestión de despejar la ecuación lineal y dejar a b sola en un lado.

$$y = mx + b$$

$$b = y - mx$$

Podemos sustituir m:

$$b = y - 1 \cdot x$$

$$b = y - x$$

Ahora, solo necesitamos una "x" y "y" para obtener el valor de b. Para ese caso, se toma **cualquier par ordenado** de la tabla y se sustituyen:

$$(x, y) = (3, 5) \qquad (x, y) = (0, 2) \qquad (x, y) = (1, 3)$$

$$b = 5 - 3 \qquad b = 2 - 0 \qquad b = 3 - 1$$

$$\boldsymbol{b = 2} \qquad \boldsymbol{b = 2} \qquad \boldsymbol{b = 2}$$

- Como se puede evidencia, no importa cuales pares ordenados se elijan, el valor de b será el mismo valor para la misma ecuación lineal.

Por lo tanto, sustituyendo el valor de m y b, se obtiene la ecuación lineal:

$$y = 1 \cdot x + 2$$

$$\therefore y = x + 2$$

∴ Respuesta: D

28. Un monomio semejante con – $5x^2y^3$ es

- Un monomio semejante son aquellos en los que aparecen las mismas letras con los mismos exponentes.
- El único que cumple dicha condición es $-3x^2y^3$

∴ Respuesta: D

29. Considere las siguientes proposiciones:

I. 3x + 5y – x, es un trinomio.

II. $6x^2$ – 7x + $5x^2$ + 3x + $6x^2$, es un monomio.

De ellas son verdaderas

- Para la proposición I, lo que se tiene es un binomio y no un trinomio. Esto fundamentado en que a pesar de que se encuentra "3x" y "-x" ambos presentan la misma letra con el mismo exponente; por lo que se puede simplificar.

$$3x - 5y - x = \underbrace{2x}_{\text{Primer monomio}} - \underbrace{5y}_{\text{Segundo monomio}}$$

- Para la preposición II, se simplifica la expresión sumando y restando las expresiones que presentan la misma letra con el mismo exponente. Se obtiene nuevamente un binomio ya que a pesar de que son misma letra, presentan diferentes exponentes

$$\boldsymbol{6x^2 - 7x + 5x^2 + 3x + 6x^2 = \underbrace{17x^2}_{\text{Primer monomio}} - \underbrace{4x}_{\text{Segundo monomio}}}$$

∴ Respuesta: B

30. ¿Cuál es el valor numérico de a^2 – bc, si a = – 2, b = 3 y c = 1?

- Para obtener el valor de $a^2 - bc$ es cuestión de sustituir los valores de a, b y c que nos da el enunciado.

$$a = -2 \qquad b = 3 \qquad c = 1$$

$$\therefore a^2 - bc = (-2)^2 - 3 \cdot 1$$

$$= 4 - 3$$

$$= 1$$

∴ Respuesta: A

31. El resultado de 2n^3 – n^3 + 5n^3 – 3n^3 + 3 + 2, corresponde a

- En primer lugar, se identifican todas las expresiones que compartan la misma letra **y** el mismo exponente, además de identificar los que no tiene letras del todo

$$2n^3 - n^3 + 5n^3 - 3n^3 + 3 + 2$$

$$(2n^3 - n^3 + 5n^3 - 3n^3) + (3 + 2) = 3n^3 + 5$$

∴ Respuesta: B

32. El resultado de – 6x + 4y – (2y – 9x) es:

– 6x + 4y – (2y – 9x)

= – 6x + 4y – 2y + 9x

= 3x + 2y

∴ Respuesta: A

33. El resultado de 6bc^5 ÷ 3b^3c^4 d es:

$$6bc^5 \div 3b^3c^4d$$

- Es importante recordar que, en álgebra, cuando la base es la misma y **se divide**, entonces los exponentes **se restan.** Si se multiplicaran, entonces se sumarían.

$$6bc^5 \div 3b^3c^4d$$

$$= 2b^{1-3}c^{5-4}d^{0-1}$$

$$= 2b^{-2}c^1d^{-1}$$

- Lo que equivale de manera fraccionaria:

$$\frac{2c}{b^2d}$$

- Donde los valores con exponencial negativo (-) se colocan en el divisor y los positivos en el dividendo.

∴ Respuesta: B

34. La expresión $(3m^3 - n)^2$ es equivalente a

- Recordemos el producto notable

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Ahora, pensemos **a** y **b** como $3m^3$ y n, es decir:

$$a = 3m^3 \qquad b = n$$

- Sustituyendo estos mismos valores en la fórmula notable, se tiene:

$$(3m^3 - n)^2 = (3m^3)^2 - 2 \cdot 3m^3 \cdot n + (n)^2 = 3^2m^{3^2} - 2 \cdot 3m^3 \cdot n + n^2$$
$$= 9m^6 - 6m^3 + n^2$$

∴ Respuesta: C

35. Al despejar “r” en la ecuación r – 7b = – 4c se obtiene

$$r - 7b = -4c$$

$$r = -4c + 7b$$

$$\therefore r = 7b - 4c$$

∴ Respuesta: C

36. Al despejar "x" en la ecuación 3x + 2y = 4w se obtiene

- En primer lugar, se "separan" todo lo que tiene "x" de lado izquierdo y todo lo que no de lado derecho. Como 2y se encuentra sumando se pasa al otro lado a restar.

$$3x + 2y = 4w$$

Se pasa a restar

- Una vez que se pasa a restar el 3 se encuentra multiplicando a la "x", por lo que se pasa a dividir al otro lado

$$3x = 4w - 2y$$

Se pasa a dividir

$$x = \frac{4w - 2y}{3}$$

∴ Respuesta: D

37. La solución de la ecuación –(3y-1) = 19y+4

- Como primer paso vemos que adelante del paréntesis se encuentra un signo negativo por lo que se procede a cambiar los signos dentro del paréntesis

$$-3y + 1 = 19y + 4$$

- Ahora pasamos todo lo que tenga y del lado derecho y todo lo que sean **solamente** número al lado izquierdo.
- Ya 19y se encuentra del lado derecho, mientras que -3y que está restando se pasa al lado derecho a sumar.
- Por otro lado, 1 ya está en el lado izquierdo mientras que 4 se pasa al lado izquierdo como una resta porque en el lado derecho está sumando.

$$1 - 4 = 19y + 3y$$
$$-3 = 22y$$

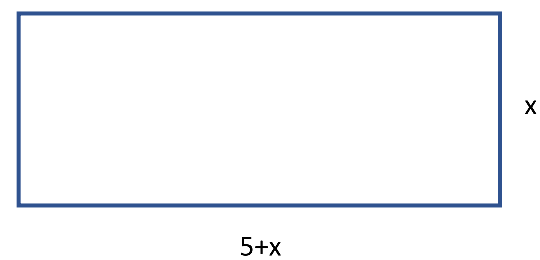
- Como 22 se encuentra multiplicando a "y" se pasa a dividir

$$\frac{-3}{22} = y$$

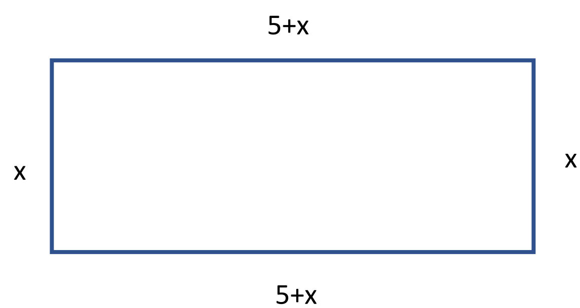
∴ Respuesta: C

38. El largo de un rectángulo mide 5 unidades más que el ancho. Si el perímetro del rectángulo es 90, entonces, la medida del ancho corresponde a

- Asumiendo que el ancho del rectángulo es "x". Entonces como el largo mide 5 unidades más, el largo va a ser x+5



- Recordemos la fórmula para el perímetro de un rectángulo, el cuál es la suma de todos sus lados. En este caso sería la suma de (5+x) + x + (5+x) + x



- Como sabemos que el perímetro mide 90 se plantea la siguiente ecuación

$$90 = (5 + x) + x + (5 + x) + x$$

$$90 = 5 + x + x + 5 + x + x$$

$$90 = 10 + 4x$$

$$90 - 10 = 4x$$

$$80 = 4x$$

$$\frac{80}{4} = x$$

$$20 = x$$

∴ Respuesta: B

39. El salario mensual “y” de una costurera está dado por la fórmula y = 3000x + 150 000, donde “x” representa la cantidad de prendas confeccionadas por la costurera. Si en un mes dado ella ganó ₡750 000, entonces, ¿cuántas prendas confeccionó ese mes?

- Para este caso particular sabemos ya el salario mensual por lo tanto conocemos “y”, que es de ₡750 000. Por lo que se plantea la siguiente ecuación:

$$y = 3000x + 150\ 000$$

$$750\ 000 = 3000x + 150\ 000$$

$$750\ 000 - 150\ 000 = 3000x$$

$$750\ 000 - 150\ 000 = 3000x$$

$$600\ 000 = 3000x$$

$$\frac{600\ 000}{3000} = x$$

$$200 = x$$

∴ Respuesta: B

40. Miguel compró 5 kilogramos de queso, pagó con un billete de ₡20 000 y recibió ₡2500 de vuelto. ¿Cuántos colones le costó cada kilogramo de queso a Miguel?

- La suma tanto del vuelto que recibió Miguel como del costo de los kilogramos de queso van a ser los ₡20 000 que tenía en un inicio.
- Por otro lado, el costo total del queso va a ser los 5 kilogramos por el costo de cada kilogramo. Este costo de cada kilogramo será “x”.

$$20\ 000 = 2500 + 5x$$

$$20\ 000 - 2500 = 5x$$

$$17\ 500 = 5x$$

$$\frac{17\ 500}{5} = x$$

$$3500 = x$$

∴ Respuesta: C

41. **Se pagó ₡1450 por la compra de zanahorias y papas. Si el kilogramo de zanahorias cuesta ₡250 más que uno de papas, entonces, el precio del kilogramo de zanahorias corresponde a**
    - Si tomamos "x" como el costo del kilogramo de papas, entonces como el kilogramo de zanahorias vale ₡250, se puede también decir que va a costar 250 + x.
    - Ahora, la suma de estos kilogramos va a ser 1450, por lo que se tiene:

$$1450 = x + (x + 250)$$
$$1450 = x + x + 250$$
$$1450 = 2x + 250$$
$$1450 - 250 = 2x$$
$$1200 = 2x$$
$$\frac{1200}{2} = x$$
$$600 = x = Kilogramos\ de\ papas$$

    - Como ya conocemos el precio del kilogramo de papas y como previamente habíamos mencionado que el kilogramo de zanahorias cuesta ₡250 más, tenemos que:

$$Kg\ de\ zanahoria = 250 + x = 250 + 600 = 850$$

∴ Respuesta: B

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 42 y 43:

Las edades en años cumplidos de los nueve integrantes de un grupo de baile folclórico son las siguientes: 25, 19, 20, 27, 15, 31, 22, 32 y 25.

42. **La media aritmética de las edades (en años) de los integrantes del grupo corresponde a**

$$Media\ aritmética = \frac{suma\ de\ todos\ los\ adots}{número\ de\ datos}$$

$$Media\ aritmética = \frac{25 + 19 + 20 + 27 + 15 + 31 + 22 + 32 + 25}{9}$$

$$Media\ aritmética = 24$$

∴ Respuesta: C

43. **Considere las siguientes proposiciones:**
    I. **La menor edad en el grupo es de 19 años.**
    II. **La mayor edad en el grupo es de 32 años.**

De ellas son verdaderas

- I proposición es falsa. El menor de edad en el grupo es de 15 años.
- II proposición es verdadera. La mayor edad en el grupo es de 32 años.

∴ Respuesta: D

44. **De las siguientes situaciones, ¿cuál representa una situación determinista?**

- En estadística, un suceso determinista es un experimento o fenómeno que da lugar a un resultado cierto o seguro, es decir, cuando partiendo de unas mismas condiciones iniciales tenemos la certeza de lo que va a suceder. Ej.: El suceso de obtener un resultado menor de 7 al tirar un dado de seis caras es seguro o cierto.
- Por lo tanto, la única opción que representa una situación determinista corresponde a:
    - Extraer sin ver una canica negra de una bolsa que tiene solo canicas negras.

∴ Respuesta: D

45. **Considere las siguientes situaciones:**
    I. **Ganar una rifa.**
    II. **Elegir un platillo del menú de un restaurante.**

De ellas representan situaciones aleatorias.

- Solo la situación I representa una situación aleatoria. La aleatoriedad se asocia a todo proceso cuyo resultado no es previsible más que en razón de la intervención del azar; un ejemplo muy sencillo de un evento aleatorio es el lanzamiento de dados.
- La II opción no es aleatoria, dado que elegir un platillo de un menú está basado completamente en la decisión de una persona y ella es capaz de predecirlo antes de que suceda.

∴ Respuesta: C

46. **El espacio muestral de lanzar una moneda (costarricense) al aire dos veces, se presenta en la opción**

- El espacio muestral se define como el conjunto de todos los resultados posibles que se obtienen al realizar un experimento aleatorio (aquel del que no se puede predecir su resultado).
- Al lanzar una moneda, solo hay dos opciones de resultados: corona o escudo. Por lo tanto, existen **4 escenarios** posibles que podrían resultar de lanzar la moneda **dos veces:**

Escenario 1	Escudo - Corona
Escenario 2	Corona - Escudo
Escenario 3	Escudo - Escudo
Escenario 4	Corona - Corona

Por lo tanto, su espacio muestral es: {escudo – corona, escudo – escudo, corona – corona, corona – escudo}

∴ Respuesta: D

Con base en la siguiente información responda las preguntas 47, 48, 49 y 50:

Sea un dado de 6 caras, de modo que, cada una de ellas tiene impreso un número del uno al seis (no se repite ningún número) y donde todas las caras tienen la misma probabilidad de obtenerse.

47. **Considere las siguientes proposiciones:**

   I. **{1, 2} representan dos puntos muestrales del experimento de lanzar el dado una vez.**
   II. **El espacio muestral del experimento de lanzar el dado una vez, está compuesto por 6 puntos muestrales.**

De ellas son verdaderas

- El espacio muestral del experimento corresponde a: {1, **2**, 3, 4, 5, 6}. **II es verdadera.**
- Por lo tanto {1, **2**} **sí** representa dos puntos muestrales del experimento. **I es verdadera.**

∴ Respuesta: A

48. **Considere los siguientes eventos al lanzar el dado una vez:**

   I. **Obtener un número menor que uno.**
   II. **Obtener un número mayor que seis.**

De ellos son eventos imposibles:

- Como se menciona en la información, el dado solo contiene números entre 1 y 6. Por lo tanto, no es posible obtener ningún número menor a 1 o mayor a 6. **Ambos eventos, I y II, son imposibles.**

∴ Respuesta: A

49. Considere los siguientes eventos al lanzar una vez el dado:

I. Obtener un número par.

II. Obtener el número cuatro.

De ellos representan eventos simples

- Un evento simple es un resultado específico. De ambos eventos, el único que es específico corresponde al I.

∴ Respuesta: D

50. Considere los siguientes eventos al lanzar una vez el dado:

I. Obtener un siete.

II. Obtener un número igual o mayor que uno.

De ellos representan eventos seguros

- Como se menciona en la información, el dado solo contiene números entre 1 y 6.
- Obtener un siete corresponde a un **evento imposible.**
- Todos los números dentro del dado son eventos iguales o mayores a uno. Por lo tanto, sí representan eventos seguros.

∴ Respuesta: D

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 51 y 52:

En un supermercado se encuentran las siguientes cantidades y tipos de jugos de frutas, tal como se muestra en la tabla dada a continuación:

Tipo de jugo	Cantidad
Manzana	**7**
Naranja	**9**
Uva	**5**
Fresa	**7**

Papaya	**11**
Piña	**6**

51. Considere las siguientes proposiciones, referidas a elegir al azar uno de esos jugos:

I. Es más probable que sea un jugo de piña que uno de naranja.

II. Es menos probable que sea un jugo de papaya que uno de manzana.

De ellas son verdaderas

- I proposición es **falsa.** Existen más jugos de naranja (9) que de piña (6), por lo tanto, es más probable que sea de **naranja y menos probable que sea de piña**.
- II proposición es **falsa.** Existen más jugos de papaya (22) que de manzana (7), por lo tanto, es menos probable que sea de **manzana, y más probable que sea de papaya**.

∴ Respuesta: B

52. Considere las siguientes proposiciones, referidas a elegir al azar uno de esos jugos:

I. Elegir un jugo de fresa es menos probable que elegir uno de manzana.

II. Elegir un jugo de naranja es igualmente probable que elegir uno de uva.

De ellas son verdaderas

- I proposición es **falsa.** Ambos jugos tienen la misma cantidad (7), por lo tanto, **tienen la misma probabilidad.**
- II proposición es **falsa.** Existen más jugos de naranja (9) que de uva (5), por lo tanto, es más probable que sea de **naranja, y menos probable que sea de uva**.

∴ Respuesta: B

Considere la siguiente información sobre un experimento aleatorio, para contestar las preguntas 53, 54 y 55:

- **En la urna A hay 3 bolas rojas.**
- **En la urna B hay 3 bolas rojas y 1 azul.**
- **En la urna C hay 8 bolas rojas, 4 azules y 5 negras.**

53. Considere las siguientes proposiciones:

I. Es más probable obtener una bola roja de la urna B que de la C.

II. Es más probable obtener una bola azul de la urna B que de la C.

De ellas son verdaderas

Experimentos	Probabilidad Rojas	Probabilidad Azules	Probabilidad Negras
En la urna A hay 3 bolas rojas.	$\frac{3}{3}x100 = 100\%$	0%	0%
En la urna B hay 3 bolas rojas y 1 azul	$\frac{3}{4}x100 = 75\%$	$\frac{1}{4}x100 = 25\%$	0%
En la urna C hay 8 bolas rojas, 4 azules y 5 negras.	$\frac{8}{17}x100 = 47\%$	$\frac{4}{17}x100 = 24\%$	$\frac{5}{17}x100 = 29\%$

- La probabilidad de obtener una bola roja de la urna B es de 75%, mientras que para la urna C es de 47%. Por lo tanto, la **proposición I es verdadera.**
- La probabilidad de obtener una bola azul de la urna B es de 25%, mientras que para la urna C es de 24%. Por lo tanto, la **proposición II es verdadera.**

∴ Respuesta: A

54. Considere las siguientes proposiciones:

I. La probabilidad de obtener una bola roja de la urna A corresponde a 1.

II. La probabilidad de obtener una bola azul de la urna A corresponde a 0.

De ellas son verdaderas

Experimentos	Probabilidad Rojas	Probabilidad Azules	Probabilidad Negras
En la urna A hay 3 bolas rojas.	$\frac{3}{3}x100 = 100\%$	0%	0%

- Ambas proposiciones son correctas.

∴ Respuesta: A

55. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola negra de la urna C?

Experimentos	Probabilidad Rojas	Probabilidad Azules	Probabilidad Negras
En la urna C hay 8 bolas rojas, 4 azules y 5 negras.	$\frac{8}{17}x100 = 47\%$	$\frac{4}{17}x100 = 24\%$	$\frac{5}{17}x100 = 29\%$

- La probabilidad de obtener una bola negra de la urna C es de:

$$\frac{5}{17}x100 = 29\%$$

∴ Respuesta: D