



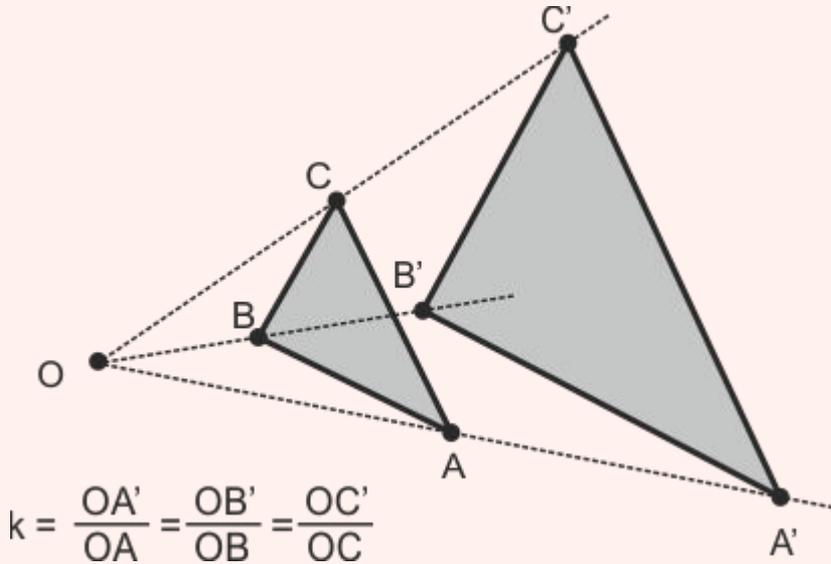
Transformaciones en el plano: HOMOTECIAS



Elaborado por Samadith Matarrita
TC-89 Servicios educativos

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = (a^2)$$

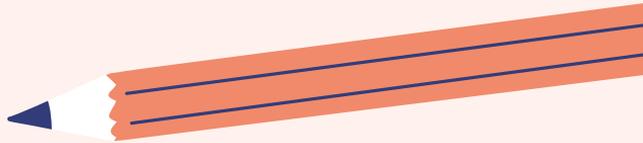
Definición



Se llama **homotecia** de centro “O” y razón “k” a una transformación en el plano por la que cada punto “P” le hace corresponder otro punto “P’” tal que O, P y P’ están alineados y cumplen lo siguiente:

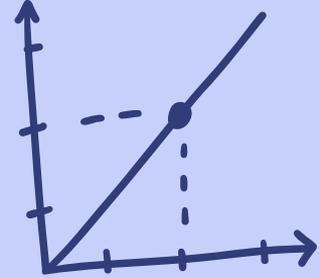
$$k = OP'/OP$$

Una homotecia transforma un polígono en otro semejante.

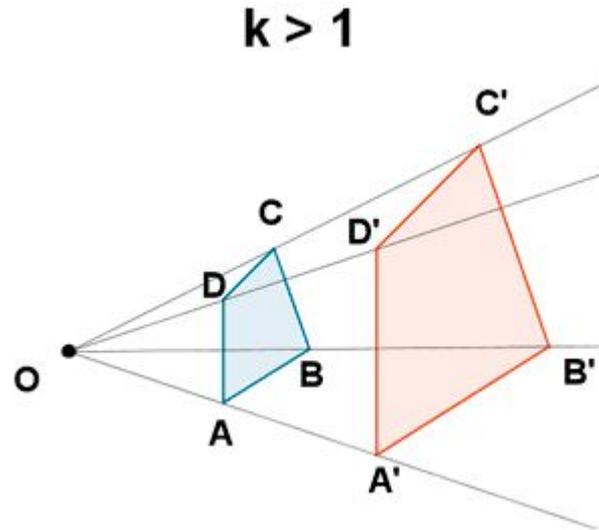




Casos según "k"



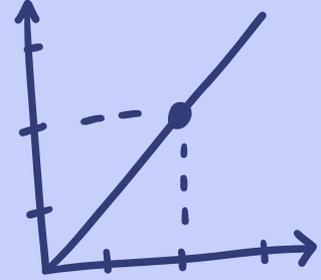
Caso 1. Cuando k es mayor a 1:



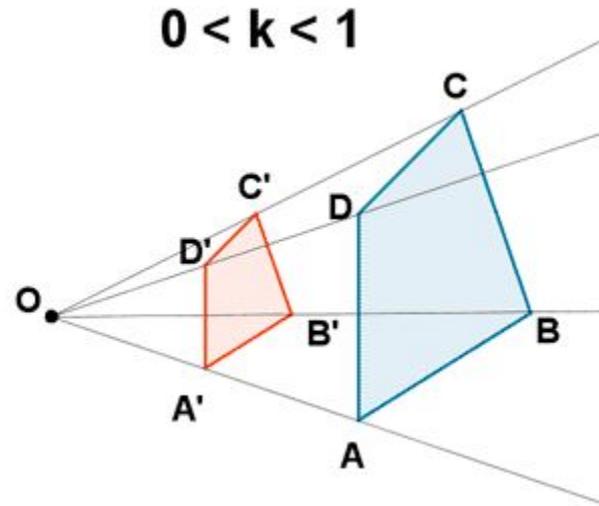
Recordar que k es la razón de proporcionalidad o semejanza.



Casos según “k”

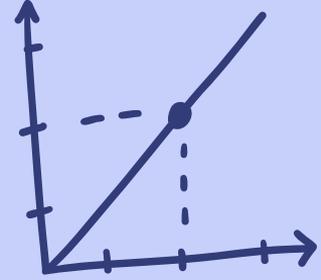


Caso 2. Cuando k está entre 0 y 1:



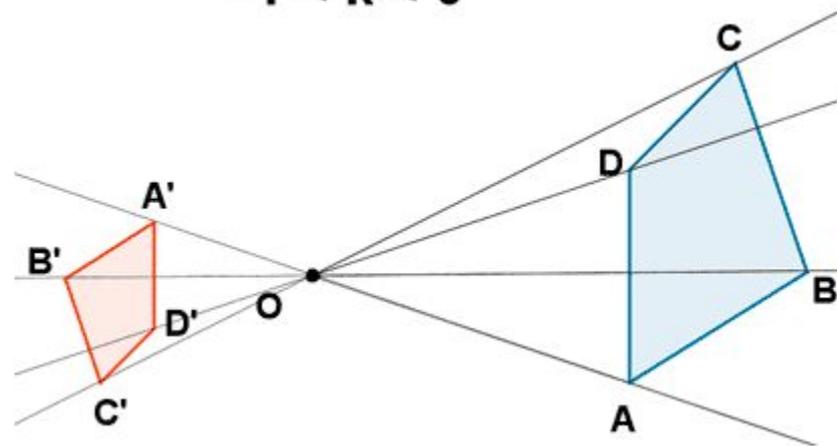


Casos según "k"



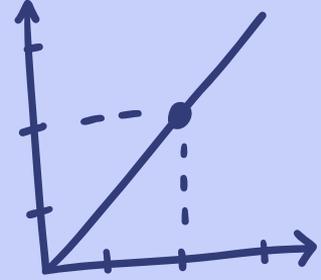
Caso 3. Cuando k está entre -1 y 0 :

$$-1 < k < 0$$

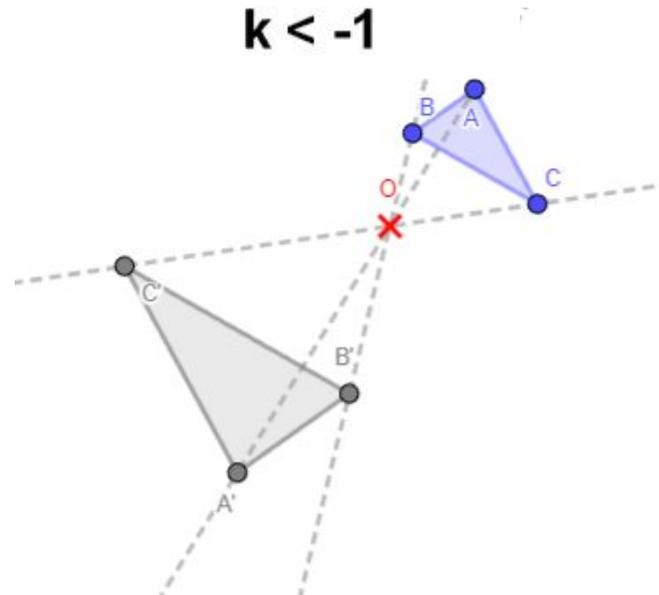




Casos según "k"

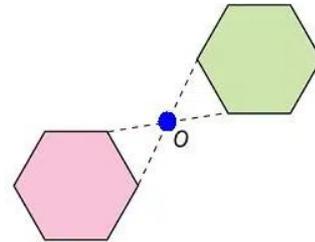


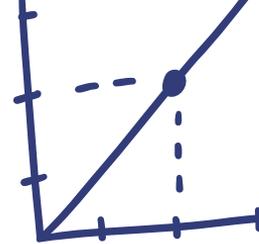
Caso 4. Cuando k es menor a -1 :



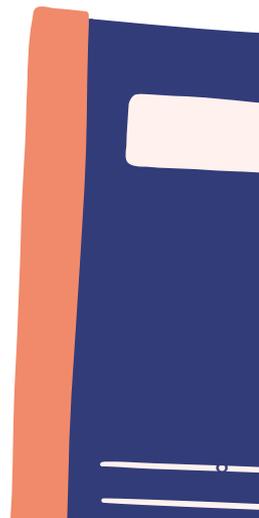
Propiedades de la homotecia

- El único punto invariante de una homotecia es el centro de homotecia.
- Las rectas que contienen segmentos homólogos son paralelas.
- Una homotecia conserva el sentido de las figuras.
- Una homotecia de razón $k = 1$ transforma cada punto en sí mismo. Recibe el nombre de Identidad.
- Si la razón de homotecia es $k = -1$, se trata de una simetría central.



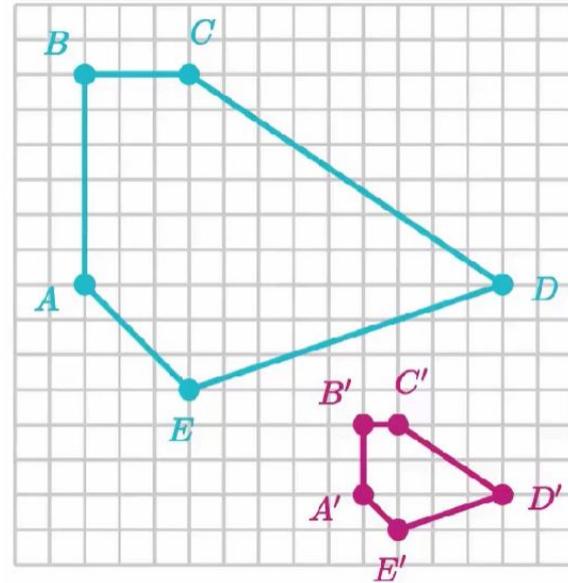


Ejemplos



Ejemplo 1. El pentágono irregular $A'B'C'D'E'$ es la imagen del pentágono $ABCDE$ después de aplicar una homotecia.

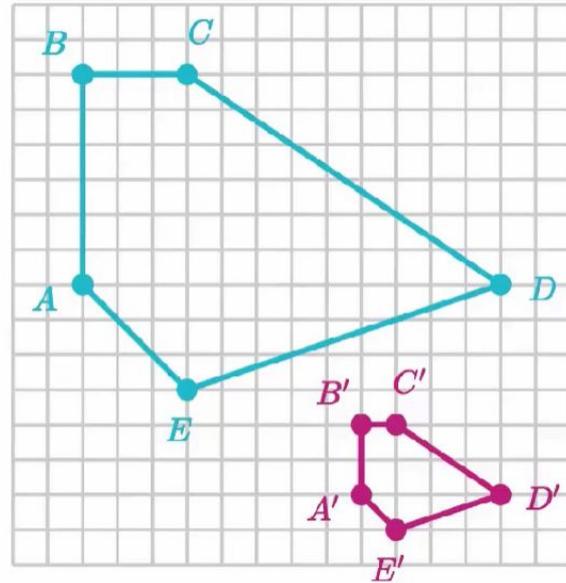
¿Cuál es la razón de homotecia?



Solución:

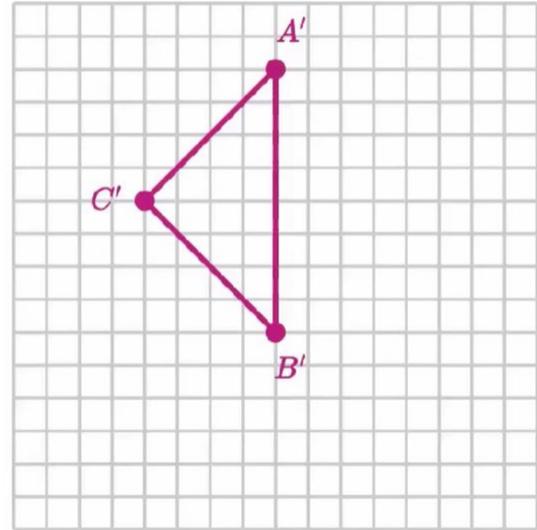
$$k = A'B'/AB = B'C'/BC = C'D'/CD$$

$$K = 2/6 = 0.333 \text{ (caso 2)}$$



Ejemplo 2. El triángulo $A'B'C'$ es la homotecia de un triángulo ABC después de aplicar una razón de 2.

¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AB} ?



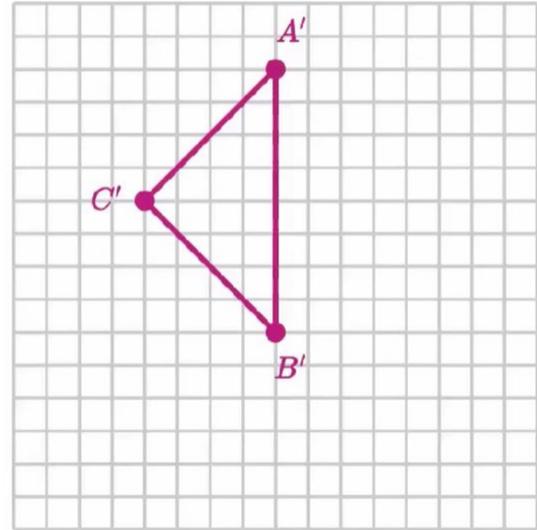
Solución:

$A'B' = 8$ unidades

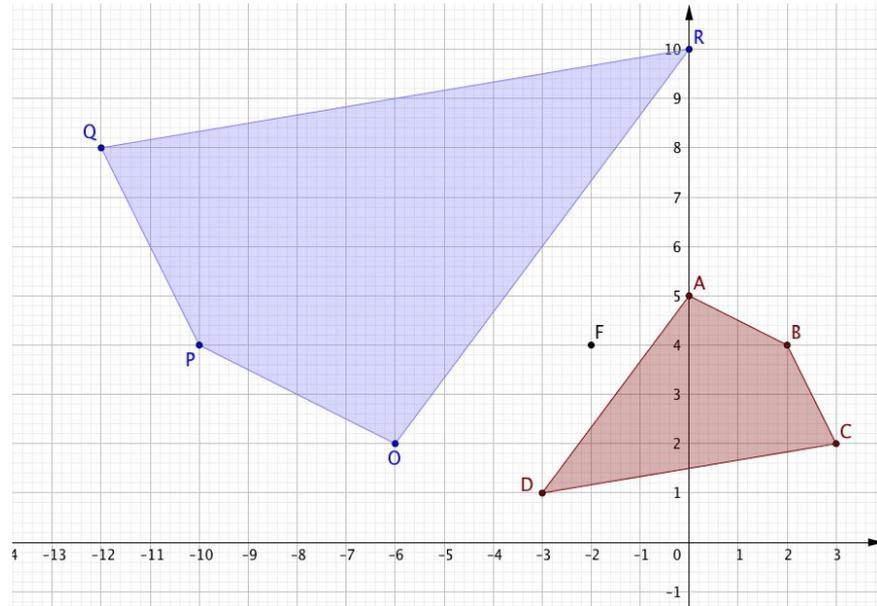
Recordar que $k = A'B'/AB$

Despejando para AB :

$$\overline{AB} = A'B'/k = 8/2 = 4$$



Ejemplo 3. Considere los siguientes polígonos homotécicos de razón k y cuyo centro es F . 1) ¿Cuál es el segmento homólogo con \overline{QP} ? 2) ¿Cuál es el ángulo homólogo con $\angle O$?

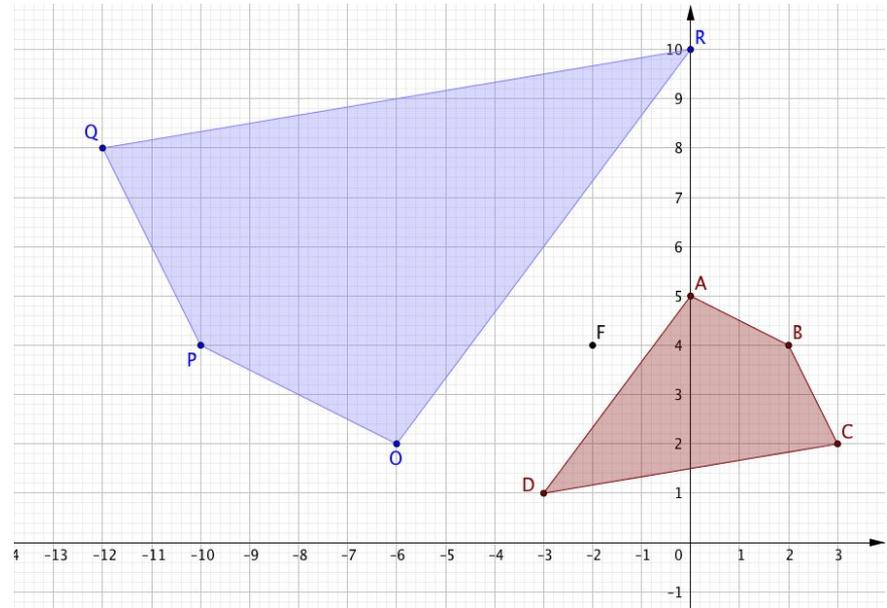


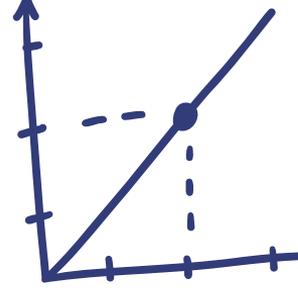
Solución:

Como k es menor -1 , se debe tener mayor cuidado al hacer la correspondencia.

1) Segmento homólogo con \overline{QP} : \overline{BC}

2) Ángulo homólogo con $\sphericalangle O$: $\sphericalangle A$





Muchas gracias

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = (a^2)$$

