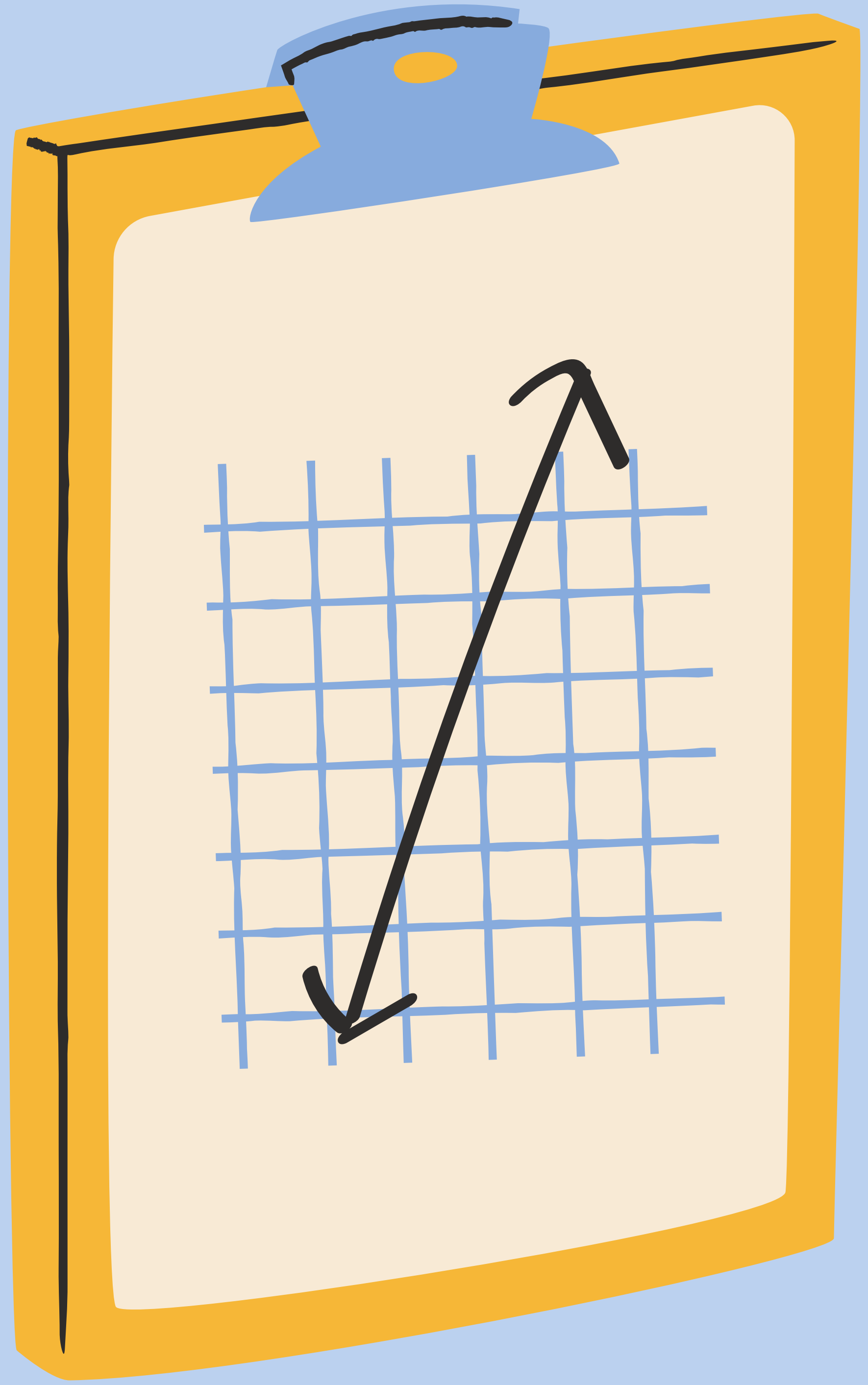
RECTAS

Emmanuel Ulloa Campos
Andrés Jiménez Aragón

Tutoría #02



OBJETIVOS DEL DÍA

- Conocimientos previos necesarios (productos notables y fórmula cuadrática)
- Definición de recta y su ecuación
- Posición relativa entre rectas y circunferencias

PRODUCTOS NOTABLES

Los “productos notables" son expresiones algebraicas que surgen de la multiplicación de ciertos términos comunes y se presentan con frecuencia en álgebra.

Primer producto notable: El cuadrado de la suma de un binomio.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Segundo producto notable: El cuadrado de la diferencia de un binomio.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLOS

Desarrolle los siguientes términos algebráicos mediante los productos notables:

- $(a-3)^2$
- $(2+a)^2$
- $(2m+9)^2$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Ecuación algebraica de segundo grado, cuya forma general es la siguiente:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde a, b y c son coeficientes constantes, y x es la variable desconocida que se intenta resolver.

SOLUCIÓN GENERAL DE ECUACIÓN CUADRÁTICA

Se utiliza la fórmula cuadrática, la cual es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Donde Δ es el **discriminante**, y su ecuación corresponde a:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

a, b y c son las constantes de la ecuación cuadrática.

FUNCIÓN DEL DISCRIMINANTE

1. Si $\Delta > 0$, *la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes*

2. Si $\Delta = 0$, *la ecuación tiene una única solución real (solución repetida).*

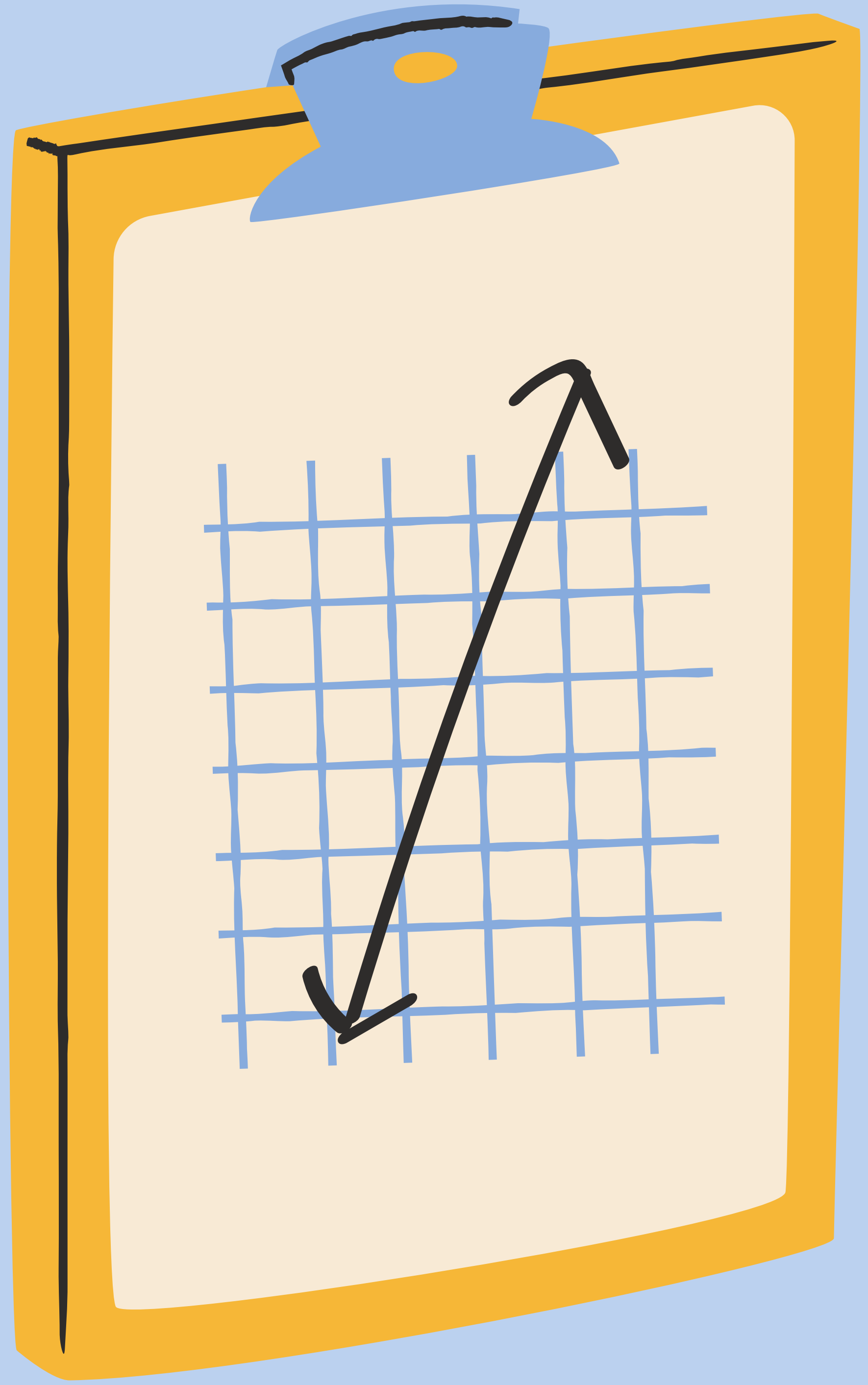
3. Si $\Delta < 0$, *la ecuación no tiene una solución real.*

EJEMPLOS

Analice el discriminante y determine la solución de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

- $x^2 - 5x + 6 = 0$
- $-2x^2 + 8x = 8$

Ahora, resolvamos con la **calculadora**



RECTAS

La recta se define como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que al tomarse de dos en dos se obtiene la misma pendiente.

ECUACIÓN DE LA RECTA

La recta está dada por la siguiente expresión:

$$y = mx + b$$

Donde **m** es la pendiente de la recta, que representa su inclinación, y ***b*** representa la intersección de la recta con el eje y.

PENDIENTE E INTERSECCIÓN CON EL EJE Y DE LA RECTA

Sean A(x_1, y_1) y B(x_2, y_2) puntos que pertenecen a la recta l, entonces, la pendiente m está dada por:

$$\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Conociendo m, podemos encontrar b de la siguiente manera

$$\boldsymbol{b = y - mx}$$

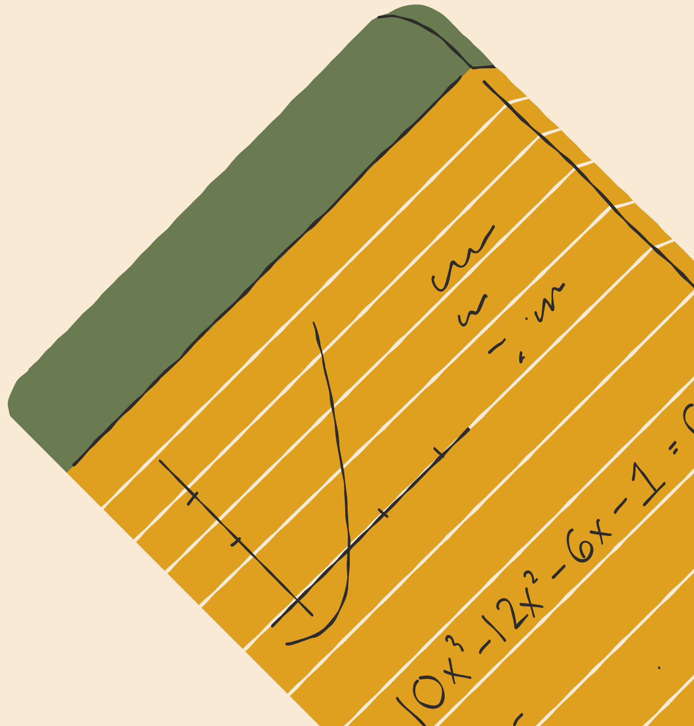
OTRAS REPRESENTACIONES DE LA RECTA

Ecuación punto-pendiente:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación general de la recta (A debe ser positivo):

$$Ax + By + C = 0$$

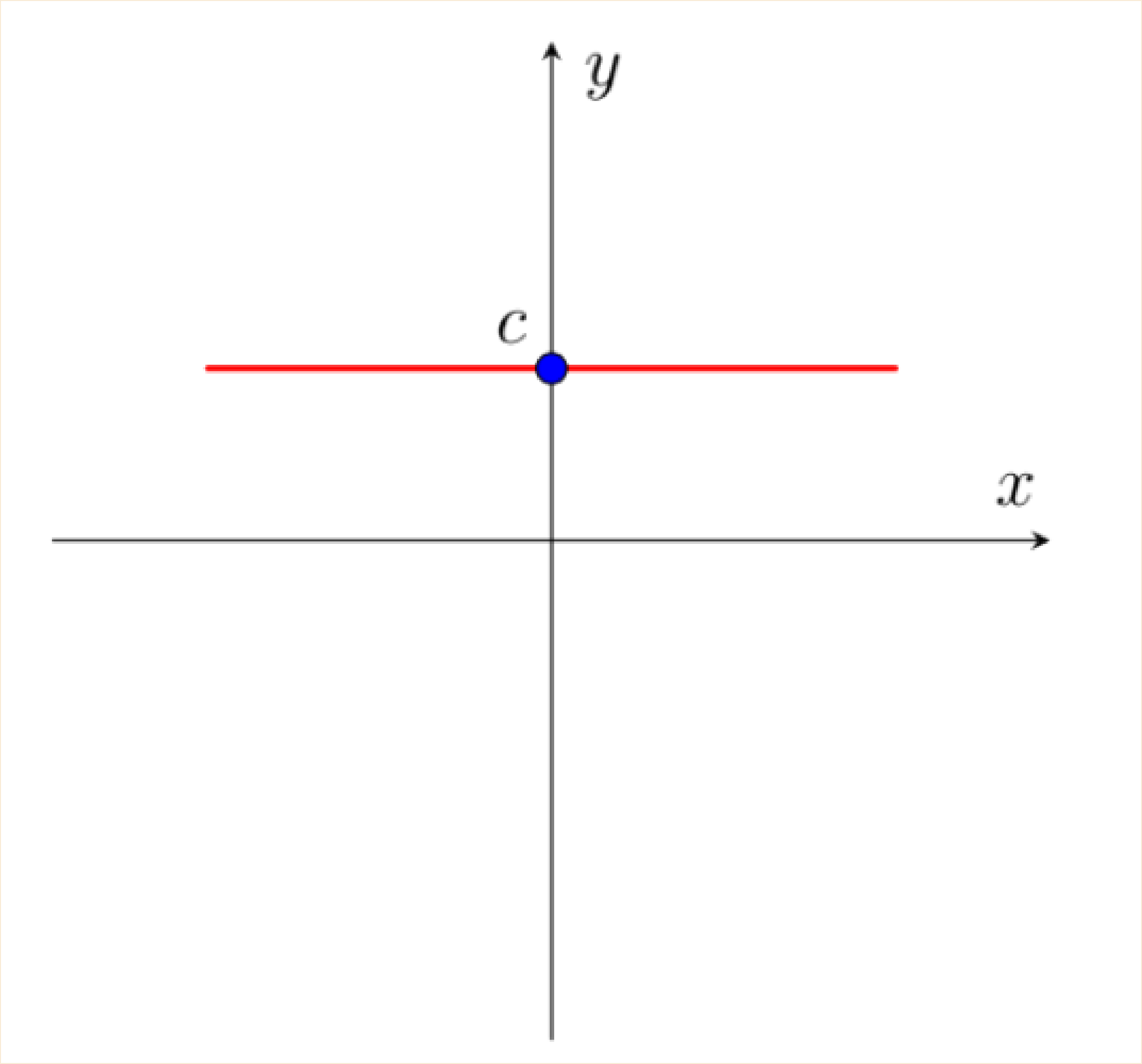


RECTAS ESPECiALES

Rectas horizontales: No tienen pendiente, es decir **m = 0,** por lo que van a tener la forma:

$$\boldsymbol{y = c}$$

Donde c corresponde a la coordenada y para todos los puntos de la recta

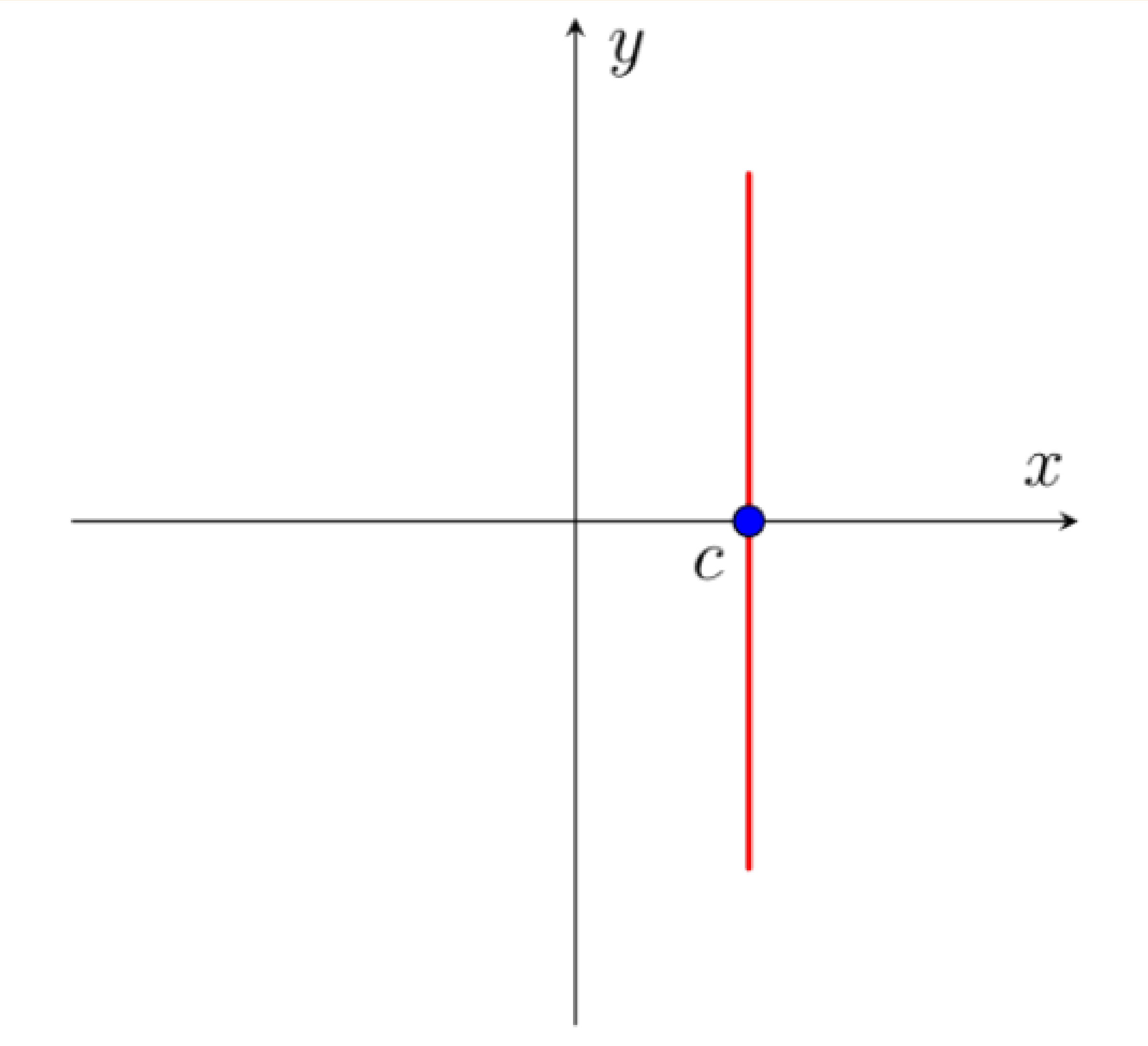


RECTAS ESPECIALES

Rectas verticales: Tienen pendiente indefinida o infinita, por lo que van a tener la forma:

$$x = c$$

Donde c corresponde a la coordenada x para todos los puntos de la recta

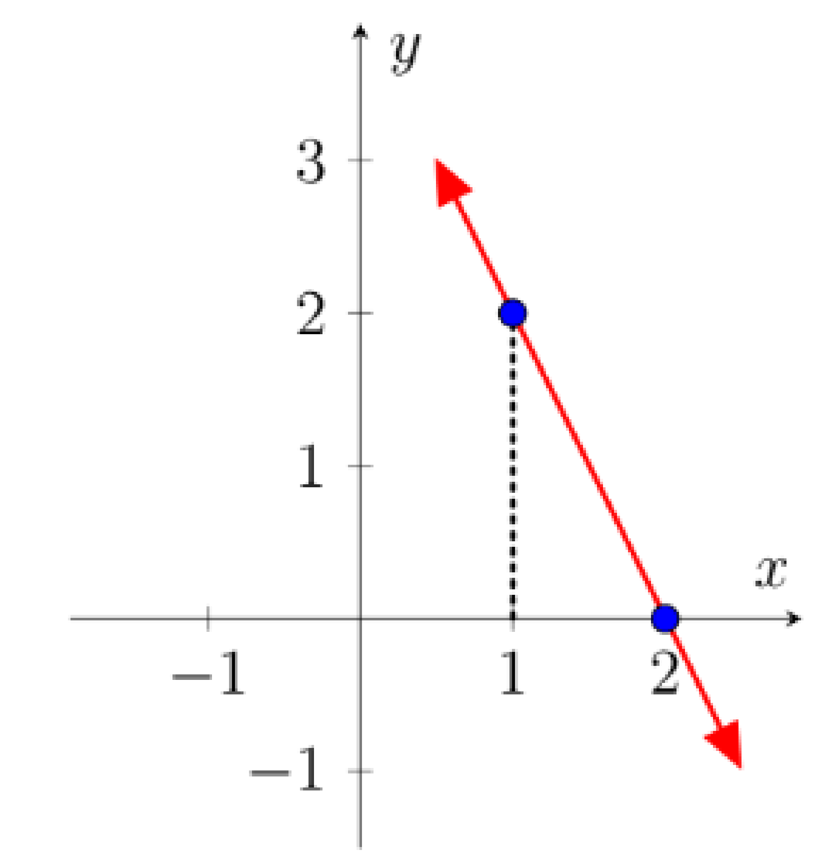


EJEMPLOS

1. Determine la ecuación general de la recta que contiene al origen y el punto (4, 1).

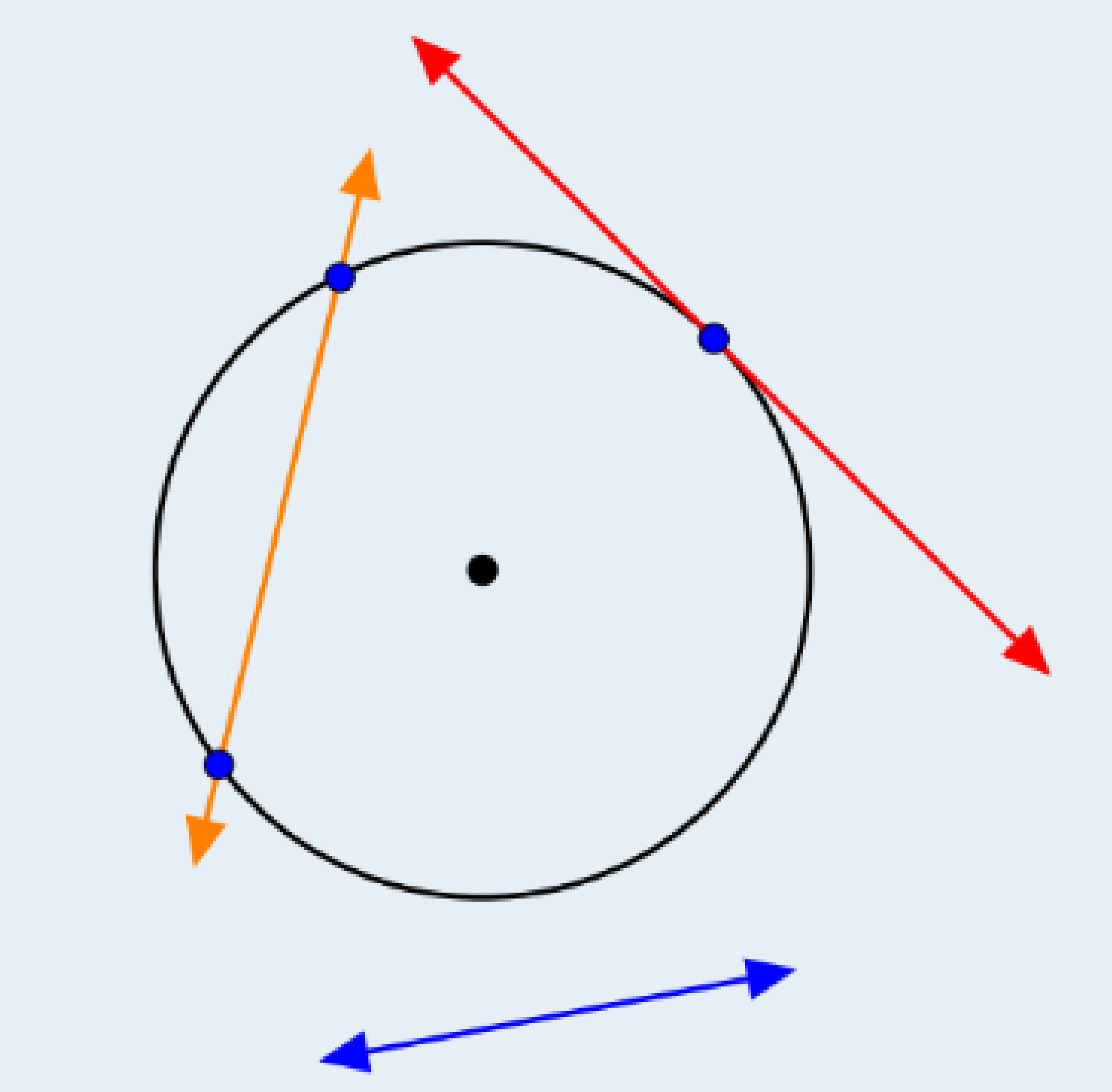
2. Determine la ecuación de la recta que contiene al punto (4, 1) y tiene pendiente m = 2.

3. Considere la siguiente figura y determine la ecuación de la recta descrita



Ahora, resolvamos con la **calculadora**

RELACiONES ENTRE RECTAS Y CiRCUNFERENCiAS



Recta secante: Recta que pertenece al mismo plano de la circunferencia y que contiene a **dos puntos** de la circunferencia.

Recta tangente: Recta que pertenece al mismo plano de la circunferencia y contiene exactamente **un punto** de la circunferencia.

Recta exterior: Recta que pertenece al mismo plano de la circunferencia pero **no la interseca.**

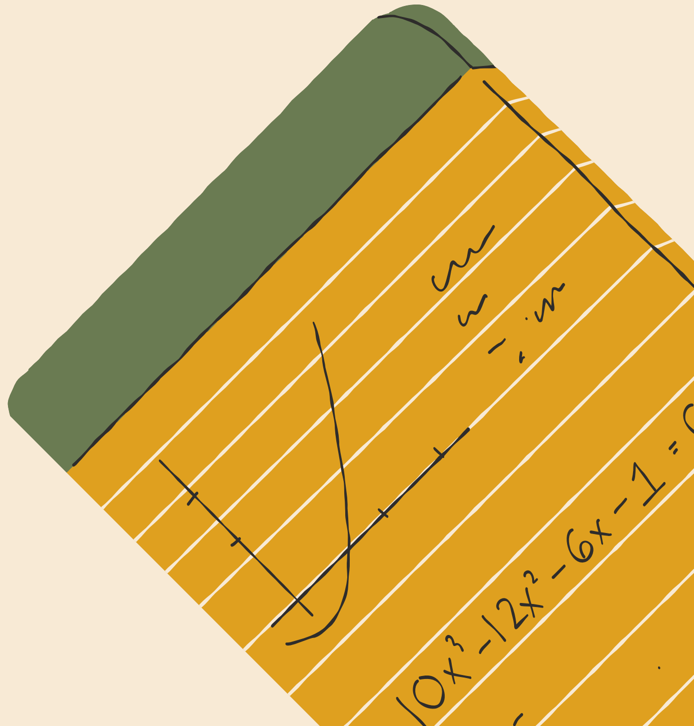
POSICIÓN RELATIVA DE LA RECTA POR EL DISCRIMINANTE

Sea ℓ una recta, cuya ecuación es $y = mx + b$. Además, sea C una circunferencia dada por $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Podemos sustituir la ecuación de la recta en C:

$$(x-h)^2 + (mx + b - k)^2 = r^2$$

Si al analizar el discriminante se tiene que:



FUNCIÓN DEL DISCRIMINANTE

1. Si $\Delta > 0$, *la recta es secante.*

2. Si $\Delta = 0$, *la recta es tangente.*

3. Si $\Delta < 0$, *la recta es exterior.*

EJEMPLOS

1. Lea la siguiente información:

- La ecuación de una circunferencia es $(x-2)^2+(y+1)^2=9$
- Una recta L pasa por los puntos (-1, -1) y (2, 2)

De acuerdo con la información brindada, determine la posición relativa de la recta L con respecto a la circunferencia C

2. Determine la posición relativa de la recta L, cuya ecuación es x – y = 4, con respecto a la circunferencia $x^2+y^2=8$.

¡A PRACTICAR!