1) Si la medida del radio de la circunferencia “c” es 4 y su centro (0, – 1), entonces, la ecuación de “c” corresponde a

A) $(x-1)^2 + y^2 = 16$

B) $(x+1)^2 + y^2 = 16$

C) $x^2 + (y-1)^2 = 16$

D) $x^2 + (y+1)^2 = 16$

Se toma como base que la ecuación de la circunferencia viene denotada de la siguiente forma:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$ Radio de la circunferencia

Primera coordenada del centro   Segunda coordenada del centro

- En este caso la primera coordenada del centro es 0 por lo que h = 0
- La segunda coordenada del centro es -1 por lo que k = -1 (cambia de signo por la ley de signos -- = +)
- Sabemos que el radio de la circunferencia es 4 por lo que r = 4
- Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene que:

$$(x-0)^2 + (y- \ -1)^2 = \ 4^2$$

$$x^2 + (y+1)^2 = \ 16$$

R/ D

Para responder los ítems 2 y 3 considere la circunferencia “c” de centro Q(2, 0) y los puntos P(1, – 2) y R(–1, 1).

2) Si la medida del radio de “c” es 3 considere las siguientes proposiciones:

I. P es un punto ubicado en el interior de la circunferencia.

II. R es un punto ubicado en el exterior de la circunferencia.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Consideremos que para cualquier punto dado P:

- Si $(x-h)^2 + (y-k)^2 > r^2$, entonces P es un punto exterior
- Si $(x-h)^2 + (y-k)^2 < r^2$, entonces P es un punto interior

Para la proposición I, sustituyendo "h" y "k" por el centro dado, Q (2,0), y "x" y "y" por el punto dado P (1, -2), y r por 3

$$(x-h)^2+(y-\ k)^2=\ r^2$$
$$(1-2)^2+(-2-\ 0)^2=\ 3^2$$

$$1+4$$

$$5<9$$

R/ Como 5 es menor que 9, el punto P (1, -2) es un punto interior por lo tanto la proposición I es verdadera

Para la proposición II, sustituyendo "h" y "k" por el centro dado, Q (2,0), y "x" y "y" por el punto dado R (-1, 1)

$$(x-h)^2+(y-\ k)^2=\ r^2$$
$$(-1-2)^2+(1-\ 0)^2=\ 3^2$$

$$9+1$$

$$10>9$$

R/ Como 10 es mayor que 9, el punto R (-1, 1) es un punto exterior por lo tanto la proposición II es verdadera

R/ A

Para responder los ítems 2 y 3 considere la circunferencia "c" de centro Q(2, 0) y los puntos P(1, – 2) y R(–1, 1).

3) Si $\overline{QP}$ es radio de "c", entonces, la ecuación de dicha circunferencia corresponde a

A) $x^2 + (y - 2)^2 = 10$

B) $x^2 + (y + 2)^2 = 10$

C) $(x + 2)^2 + y^2 = 10$

D) $(x - 2)^2 + y^2 = 10$

Se toma como base que la ecuación de la circunferencia viene denotada de la siguiente forma:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Radio de la circunferencia

Primera coordenada del centro

Segunda coordenada del centro

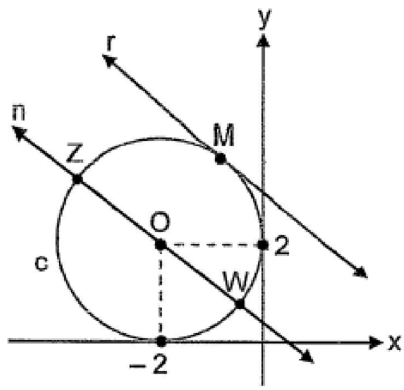
- En este caso la primera coordenada del centro es 2 por lo que h = 2

- La segunda coordenada del centro es 0 por lo que k = 0
- Sabemos que tiene un radio de “c”
- Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene que:

$$(x-2)^2 + (y-\ 0)^2 =\ c$$
$$(x-2)^2 + y^2 =\ 10$$

R/ D

Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información sobre la relación de posición relativa entre rectas y la circunferencia “c”:



Z – O – W
O: centro de “c”
M: único punto entre “r” y “c”

4) Considere las siguientes proposiciones:

I. La recta y = x es secante a “c”.

II. La recta x = 0 es tangente a “c”.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

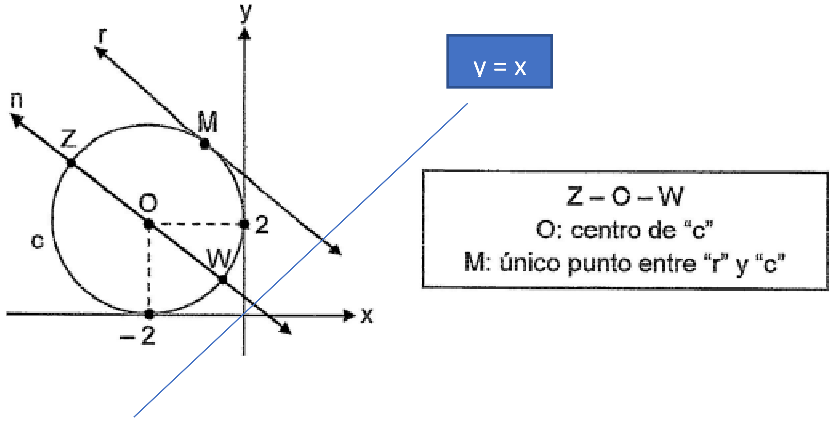
B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

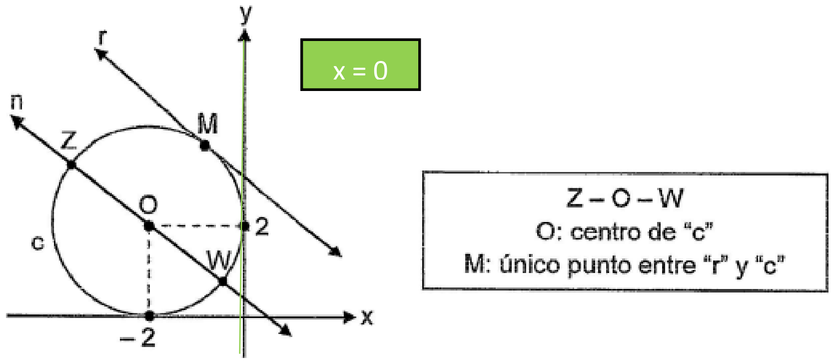
- Una recta secante es una recta que corta a una curva en dos puntos
- Recordemos que la recta tangente es aquella recta que toca a la curva únicamente en un punto.

Para la proposición I:



Como se observa, la recta no corta a una curva en dos puntos, por lo cual, no es secante, y la preposición es falsa.

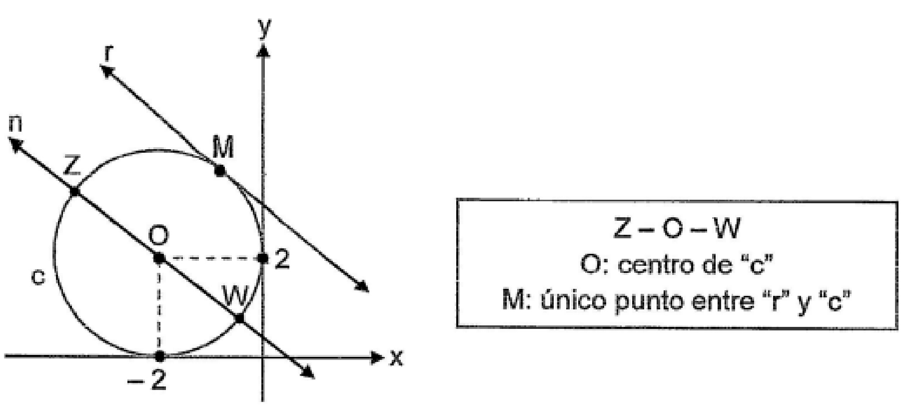
Para la proposición II:



Como se observa, la recta corta a una curva sólo en un punto, por lo cual, es tangente, y la preposición es verdadera.

R/ D

Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información sobre la relación de posición relativa entre rectas y la circunferencia "c":



5) Considere las siguientes proposiciones:

I. La recta $y = 4$ es exterior a "c".

II. La recta $x = 4$ es tangente a "c".

III. La recta $y = -x + 2$ es secante a "c".

De ellas son verdaderas solo la

A) I.

B) II.

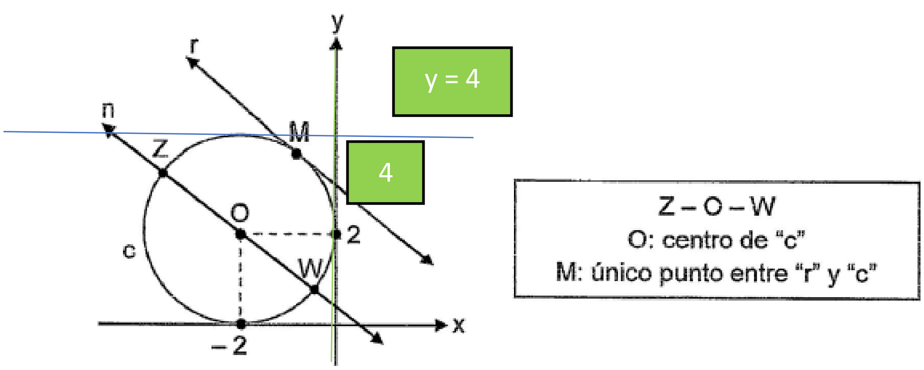
C) III.

D) I y la II.

- Una recta exterior es aquella en dónde no tienen ningún punto en común, es decir, no se cruzan
- Recordemos que la recta tangente es aquella recta que toca a la curva únicamente en un punto.
- Una recta secante es una recta que corta a una curva en dos puntos

Graficando, obtenemos lo siguiente:

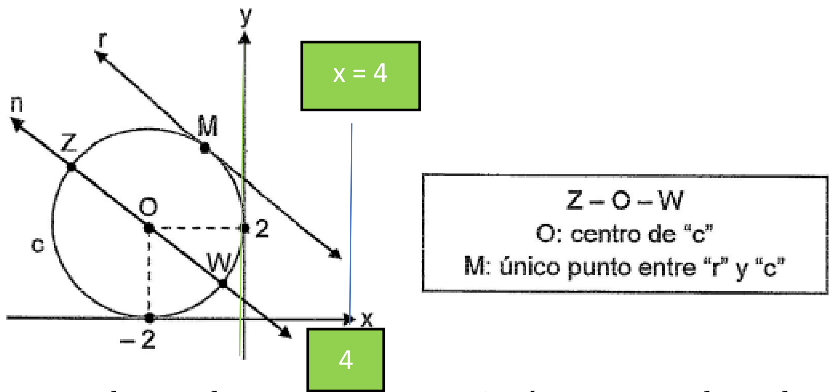
Para la proposición I:



Como se observa, la recta corta en sólo en un punto, por lo cual, se cruzan y no es una recta exterior, y la preposición es falsa.

Graficando, obtenemos lo siguiente:

Para la proposición II:



Como se observa, la recta no corta en ningún punto, por lo cual, no es una recta tangente, y la preposición es falsa.

Para la proposición III:

$$(x-h)^2+(y-\ k)^2=\ r^2$$
$$(x--2)^2+(y-2)^2=\ 2^2$$
$$(x+2)^2+(y-2)^2=\ 4$$

Sustituyendo y = -x + 2

$$(x+2)^2+(-x+2-2)^2=\ 4$$

$$(x+2)^2+(-x)^2=\ 4$$

$$x^2+4x+4+x^2=\ 4$$

$$2x^2+4x=\ 4-4$$

$$2x^2+4x=\ 0$$

$$\Delta=\ b^2-4\cdot a\cdot c$$

$$\Delta=\ (4)^2-4\cdot(2)\cdot(0)$$

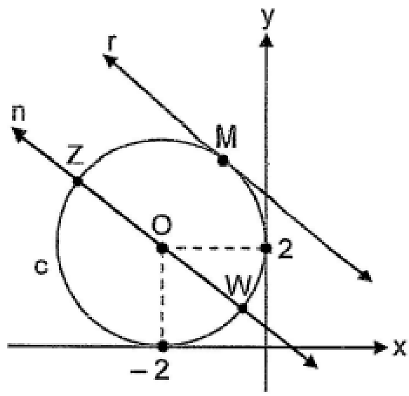
$$\Delta=\ 16$$

$$\Delta>0$$

Como se observa, el discriminante es mayor a 0, por lo cual, es una recta secante a la circunferencia, y la preposición es verdadera.

R/ C

Para responder los ítems 4, 5 y 6 considere la siguiente información sobre la relación de posición relativa entre rectas y la circunferencia "c":



Z – O – W
O: centro de "c"
M: único punto entre "r" y "c"

6) Considere las siguientes proposiciones:

I. Con certeza "n" es paralela con "r".

II. Con certeza la recta que contiene los puntos O y M es perpendicular a "r".

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Las rectas paralelas son todas aquellas que presentan la misma pendiente y se encuentran incluidas dentro del mismo plano, pero, que no tienen ningún punto en común, por lo cual, se determina que n y r sí son paralelas.

Las líneas perpendiculares son rectas que se intersecan en ángulos rectos, la recta que contiene los puntos O y M, y la recta r son perpendiculares entre sí al formar un ángulo de 90 grados.

R/ A

7) Considere las siguientes proposiciones referidas a la circunferencia "c", dada por $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 8$, la cual se traslada 2 unidades hacia la izquierda paralelo al eje "x" y se obtiene la circunferencia c':

I. El centro de c' es (– 5, 2).

II. La medida del radio de c' es 10.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

- A partir de la ecuación, sabemos que actualmente el centro de la circunferencia es (3, -4)
- En el eje x se aplica una traslación (se traslada 2 unidades hacia la izquierda), por lo que se traslada en 1 (3-2).
- En el eje y no se aplica ninguna traslación (no se mueve ni abajo ni arriba), por lo que se mantiene en -4.

Centro = (1, -4)

Por lo cual la primera preposición es falsa, y la segunda también lo es, ya que el radio se mantiene en 8.

R/ B

8) Al trasladar la circunferencia "c" dada por $x^2 + (y+1)^2 = 5$, se obtiene la circunferencia "d" dada por $x^2 + y^2 = 5$, entonces, la traslación realizada corresponde a una unidad hacia

A) arriba paralelo al eje "y".

B) abajo paralelo al eje "y".

C) la derecha paralelo al eje "x".

D) la izquierda paralelo al eje "x".

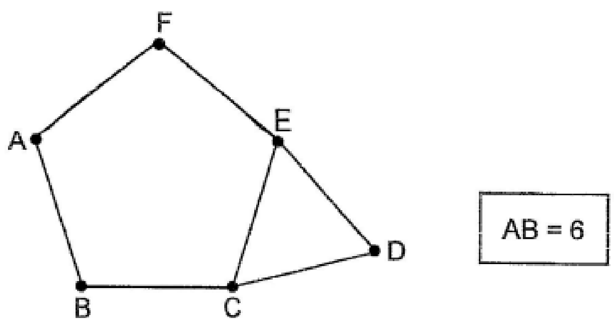
- A partir de la ecuación, sabemos que actualmente el centro de la circunferencia es (0, -1), con radio de 5.
- Se obtiene la circunferencia con el centro (0, 0) y radio de 5.

Por lo cual, en el eje x no se aplica ninguna traslación (no se mueve ni a la izquierda o derecha), por lo que se mantiene en 0.

En el caso del eje y se hace una traslación de 1 unidad hacia arriba es decir a -1 se le debe sumar 1 unidad, y daría 0. Traslación de una unidad hacia arriba paralelo al eje y.

R/ A

Para responder los ítems 9 y 10 considere la siguiente figura formada por el pentágono regular ABCEF y el triángulo equilátero ECD:



9) ¿Cuál es el área del triángulo ECD?

A) 12

B) 18

C) $6\sqrt{3}$

D) $9\sqrt{3}$

En primer lugar, recordemos que, en un pentágono regular, la medida de todos sus lados es igual. Es decir, AB = BC = CE = EF = FA. Como ya conocemos AB, entonces ya conocemos la medida de todos los lados del pentágono que es 6.

En este caso tanto el pentágono como el triángulo comparten el lado CE, por lo que ya también conocemos cuánto mide un lado del triángulo. Sabiendo que tanto para el triángulo como el pentágono regular todos lados miden iguales, corresponde a un triángulo equilátero, entonces se puede deducir que el valor de a = 6.

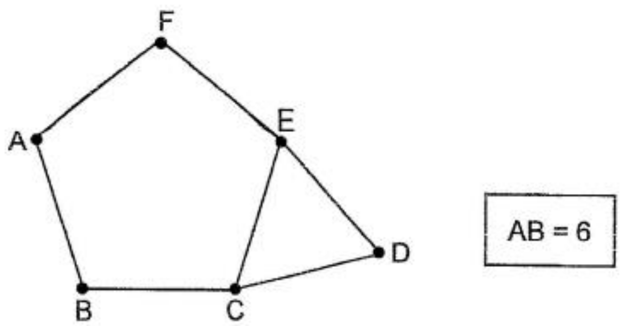
$$A = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4}$$

$$A = \frac{\sqrt{3} \cdot 6^2}{4}$$

$$A = 9\sqrt{3}$$

R/ D

Para responder los ítems 9 y 10 considere la siguiente figura formada por el pentágono regular ABCEF y el triángulo equilátero ECD:



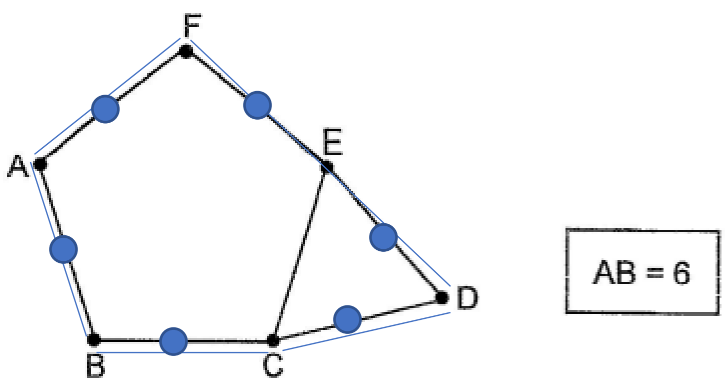
10) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCDEF?

A) 20

B) 28

C) 32

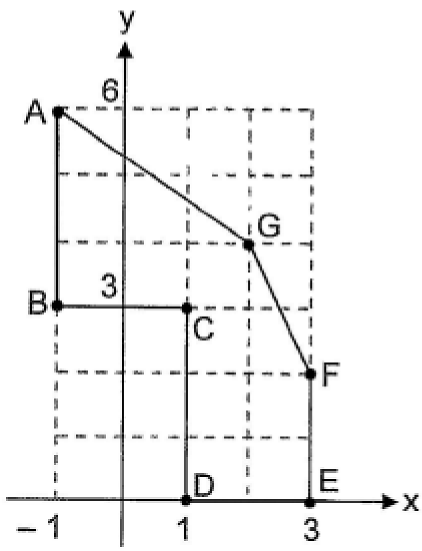
D) 36



Siguiendo la línea azul y considerando 5 partes del pentágono, y dos del triángulo equilátero, se obtiene 7 partes iguales que miden 6 cada una. Por lo tanto, 6x6 = 36.

R/ D

Para responder los ítems 11 y 12 considere la siguiente información:



AG = $\sqrt{13}$

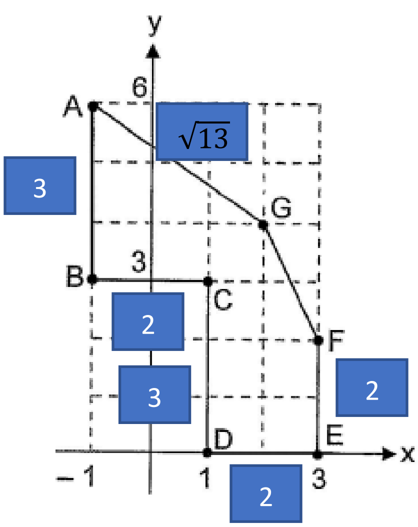
11) ¿Cuál es el perímetro del polígono ABCDEFG?

A) $19 + \sqrt{18}$

B) $24 + \sqrt{13}$

C) $12 + \sqrt{5} + \sqrt{13}$

D) $13 + \sqrt{5} + \sqrt{13}$



AG = $\sqrt{13}$

En este caso para sacar el perímetro, primeramente, se coloca cada uno de los lados que se tienen, luego, se procede a encontrar la hipotenusa del triángulo con la fórmula de Pitágoras

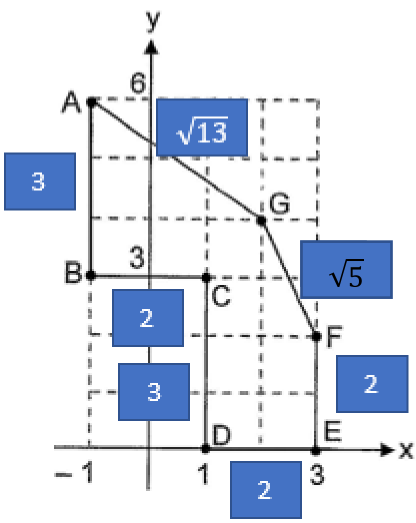
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Donde c es la hipotenusa y a y b los catetos.

Sabiendo que un cateto mide 2 y el otro 1, se obtiene como resultado una hipotenusa:

$$c = \sqrt{2^2 + 1^2}$$

$$c = \sqrt{5}$$



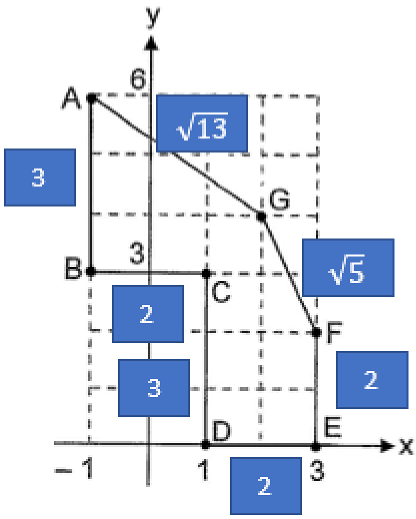
$$\boxed{AG = \sqrt{13}}$$

El perímetro corresponde a la suma de todos los lados, correspondiente a:

$$3 + 2 + 3 + 2 + 2 + \sqrt{5} + \sqrt{13}$$

$$12 + \sqrt{5} + \sqrt{13}$$

R/ C



AG = $\sqrt{13}$

12) ¿Cuál es el área del polígono ABCDEFG?

A) 10

B) 12

C) 14

D) 15

Se tiene 1 triángulo, correspondiente a:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 2}{2}$$

$$A = 3$$

Se tiene otro triángulo, correspondiente a:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2}$$

$$A = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$A = 1$$

Se tiene un rectángulo

$$A = largo \cdot ancho$$

$$A = 3 \cdot 1$$

$$A = 3$$

Se tiene un cuadrado

$$A = lado \cdot lado$$

$$A = 1 \cdot 1$$

$$A = 1$$

Se tiene otro cuadrado

$$A = lado \cdot lado$$

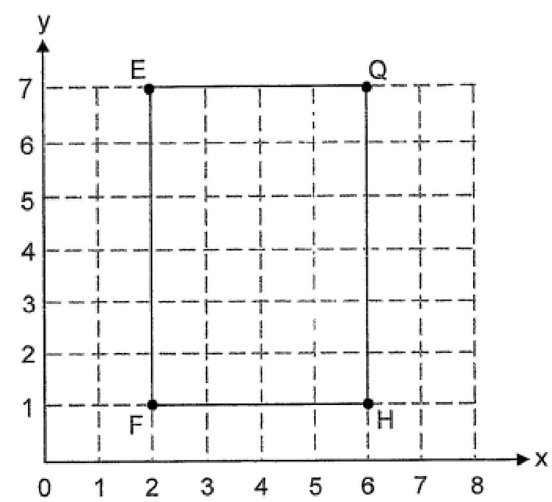
$$A = 2 \cdot 2$$

$$A = 4$$

Ahora, se suman todas las áreas anteriores, y se obtiene un valor de 12.

R/ B

Para responder los ítems 13 y 14 considere la siguiente información:



13) ¿Cuántos ejes de simetría en total se pueden trazar en el cuadrilátero EFHQ?

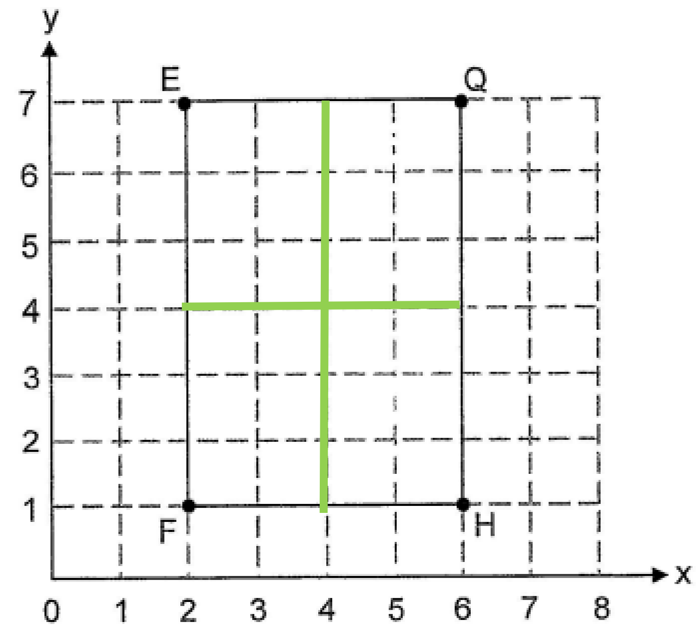
A) 1

B) 2

C) 4

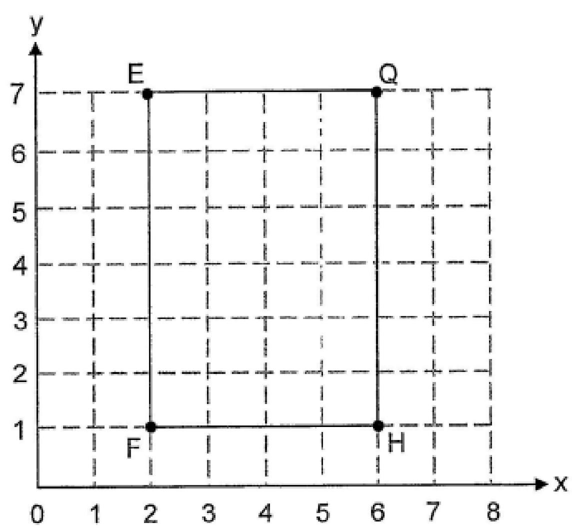
D) 6

La figura corresponde a un rectángulo, el cual tiene 2 ejes simétricos puesto que solo son dos las veces que se puede doblar en formas simétricas.



R/ B

Para responder los ítems 13 y 14 considere la siguiente información:



14) Considere las siguientes proposiciones con respecto al eje de simetría x = 4:

I F es homólogo con H

II. $\overline{EQ}$ es homólogo con $\overline{FH}$.

De ellas son verdaderas

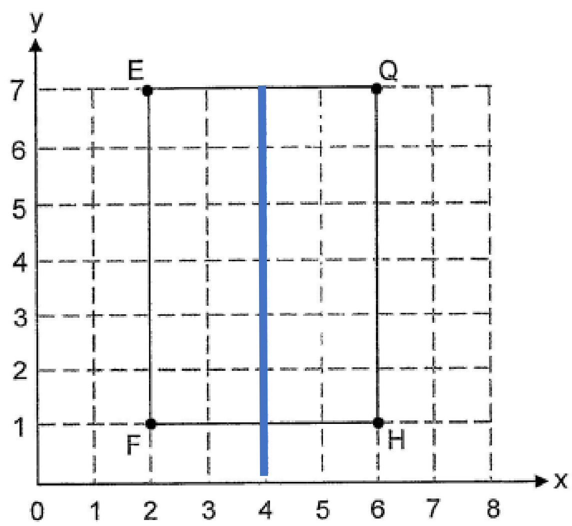
A) ambas

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II

Para responder los ítems 13 y 14 considere la siguiente información:

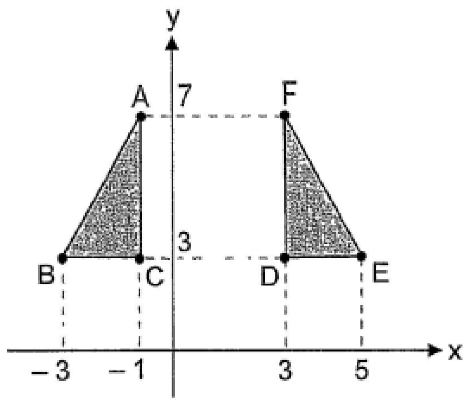


Dos figuras planas son homográficas cuando se corresponden punto a punto y recta a recta de modo que a cada punto y recta de una figura le corresponden un punto y una recta de la otra. Rectas homólogas se cortan en puntos de una recta llamada eje de homología.

Por lo cual, la preposición I es verdadera. Por el contrario, en x = 4, EQ no es homólogo a FH, lo sería si se considerara y = 4, ahí sí serían líneas equidistantes.

R/ C

15) Considere la información de la siguiente representación gráfica en la cual se muestran los triángulos rectángulos ABC y FDE:



De acuerdo con la información dada, el triángulo ABC presenta simetría axial con el triángulo FDE respecto a la recta dada por

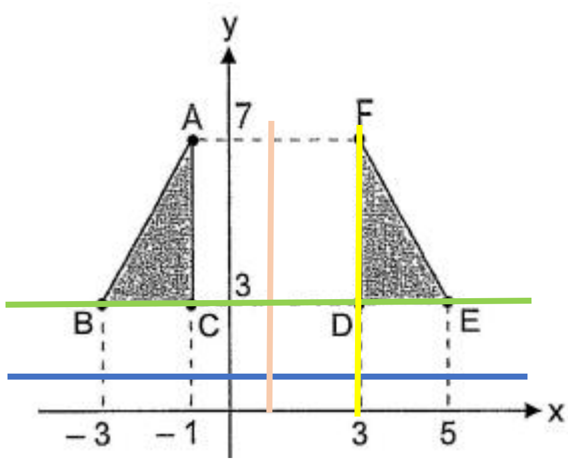
A) $y = 1$

B) $x = 1$

C) $y = 3$

D) $x = 3$

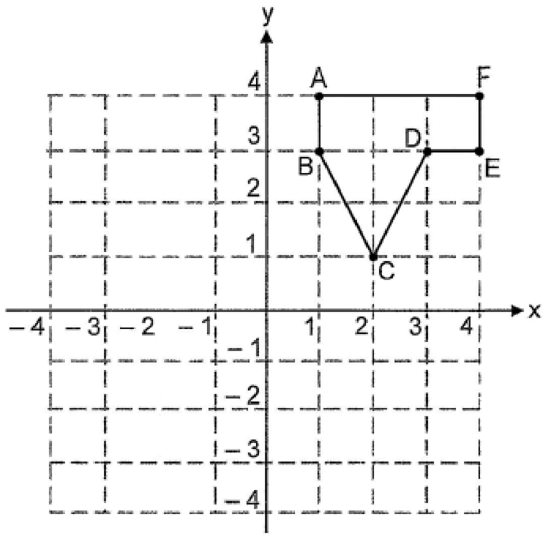
La simetría axial se presenta cuando los elementos que conforman una figura coinciden con los elementos de otra figura (los elementos coincidentes son llamados homólogos), al tomar como referencia una línea que se conoce con el nombre de eje de simetría. Este eje de simetría puede ser trazado en cualquier dirección, lo cual implica que una misma figura puede tener uno o varios ejes de simetría En la simetría axial se da el mismo fenómeno que en una imagen reflejada en el espejo.



Como se muestra la recta que hace que se forme una simetría axial es la $x = 1$.

R/ B

Para responder los ítems 16, 17 y 18 considere la siguiente representación gráfica del polígono ABCDEF:



16) Si al polígono ABCDEF se le aplica una homotecia centrada en el origen de coordenadas y una razón $k = \frac{-1}{2}$, entonces, el punto imagen de F corresponde a

A) (2, 2)

B) (2, – 2)

C) (– 2, 2)

D) (– 2, – 2)

Homotecia

Una **homotecia** con centro en el punto A de razón k (con $k\,6 \neq 0$) es una transformación que a cada punto P del plano le asocia un punto P´ tal que:

- Si k es positivo: $A - P - P'$ (P está entre A y P´) si $k > 1$ o $A - P' - P$ si $k < 1$, y la distancia de A a P´ es k veces la distancia de A a P.
- Si k es negativo: $P' - A - P$ (A está entre P´ y P) y la distancia de A a P´ es $-k$ veces la distancia de A a P.

Observe que cuando se aplica una homotecia de razón negativa a una figura entonces la imagen cambia su orientación con respecto a la figura original. Por otra parte, las homotecias conservan las medidas de los ángulos pero no conservan las medidas de los segmentos.

De hecho, si $|k| < 1$, el segmento que se obtiene a partir de un segmento dado, es de menor longitud, mientras que si $|k| > 1$entonces el segmento que se obtiene es de mayor longitud.

Dicho de otra manera, Una homotecia de razón $|k| > 1$ dilata o expande las figuras (las hace más grandes), mientras que una de razón $|k| < 1$las contrae (las hace más pequeñas).

$$k_1 = \frac{OA'}{OA}$$

Se toma el punto F, donde hay el punto es (4,4).

$$OFx' = \frac{-1}{2} \cdot 4$$

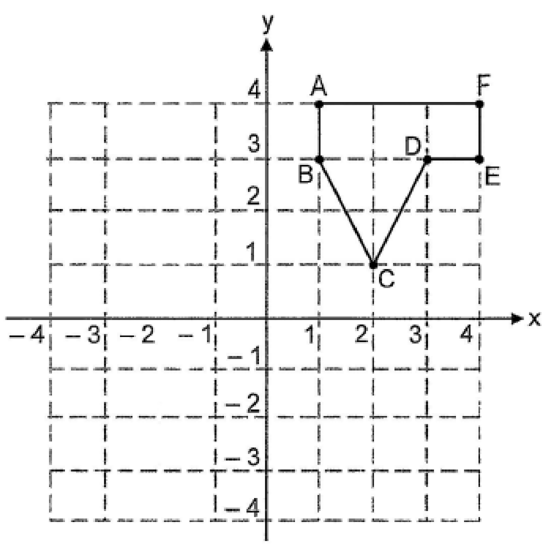
$$OFx' = -2$$

$$OFy' = \frac{-1}{2} \cdot 4$$

$$OFy' = -2$$

R/ D

Para responder los ítems 16, 17 y 18 considere la siguiente representación gráfica del polígono ABCDEF:



17) Si al polígono ABCDEF se le aplica una reflexión sobre la recta x = – 1, entonces, el punto imagen de C corresponde a

A) (1, – 4)

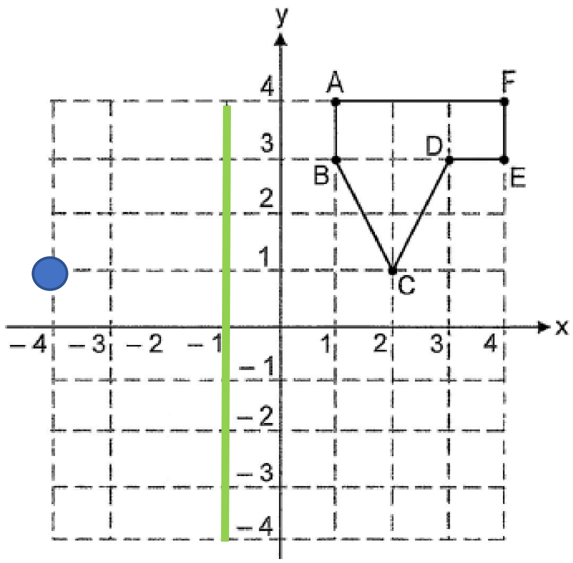
B) (2, – 3)

C) (– 3, 2)

D) (– 4, 1)

Reflexión

Una reflexión en el plano, con respecto a una recta l, es una transformación que aplica a cada punto P del plano un punto P' tal que la recta l es mediatriz del segmento $\overline{PP'}$. El punto P' se llama homólogo de P bajo la reflexión. La recta l se llama eje de la reflexión.



Punto C (2,1)

Reflexión, punto C (-4,1)

R/ D

18) Si al polígono ABCDEF se le aplica una rotación de 180° en dirección opuesta al movimiento de las manecillas del reloj (hacia la izquierda) y centrada en el origen de coordenadas, entonces, ¿cuál es el par ordenado que corresponde al punto imagen del vértice B?

A) (1, − 3)

B) (− 3, 1)

C) (− 1, − 3)

D) (− 3, − 1)

Una rotación en el plano, con centro en el punto A y amplitud q, es una transformación que aplica a cada punto P del plano un punto P0 tal que el arco PP0, de la circunferencia con centro en A y radio AP, mide q. El punto P0 se llama homólogo de P bajo la rotación. La rotación de una figura X en el plano es la figura que se obtiene al aplicar la rotación a todos los puntos de la figura. Si la rotación se denota por R, entonces la rotación de la figura es R(X) o X´.

Tipo de rotación	Nuevo punto
$R((0,0),90^o)$	$(-b,a)$
$R((0,0),180^o)$	$(-a,-b)$
$R((0,0),270^o)$	$(b,-a)$
$R((0,0),360^o)$	(a,b)

Punto B original (1,3)

Rotación punto C (-1,-3)

R/ C

19) Si un cono circular recto es intersecado por un plano perpendicular a la base sin pasar por el vértice, entonces, la sección plana formada corresponde a una ___________.

A) elipse

B) parábola

C) hipérbola

D) circunferencia

Hipérbola: si la sección corta perpendicularmente la base y no contiene el vértice.

R/ C

20) Considere las siguientes proposiciones:

I. Un corte con un plano paralelo a la base de un cilindro circular recto genera como sección plana un rectángulo.

II. Un corte con un plano que no es perpendicular ni paralelo a la base de un cilindro circular recto genera como sección plana una elipse (o un arco de elipse).

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

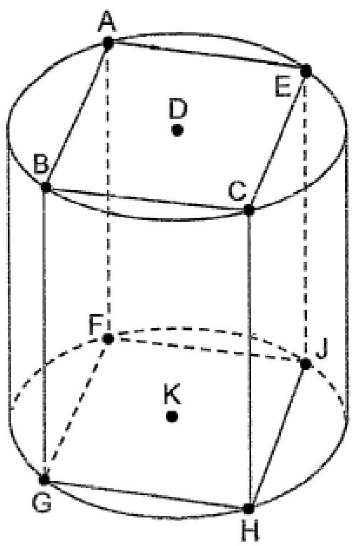
D) solo la II.

La primera preposición es falsa, ya que un rectángulo se obtiene al cortar un cilindro recto con un plano perpendicular a la base de un cilindro recto.

Con respecto a la segunda preposición, la elipse: si el plano de la sección es oblicuo, no paralelo a ninguna generatriz y no corta la base. Si se corta la base y se mantienen las otras condiciones, se obtiene un arco de elipse. Por lo cual, es verdadera.

R/ D

21) La siguiente figura representa un trozo de madera con forma de cilindro circular recto del cual se va a obtener una pieza con forma de prisma recto de base cuadrada, tal como se muestra a continuación:



A – D – C
BG = 200 cm; AC = 141,42 cm
D, K: centros de las bases del cilindro

El área total de la pieza que se obtiene corresponde aproximadamente a _______ cm^2.

A) 100 000

B) 170 000

C) 283 000

D) 453 000

Aplicando la primera fórmula para calcular la diagonal de un cuadrado a partir de los datos dados:

$$D = \sqrt{2} \cdot a$$

$$a = \frac{D}{\sqrt{2}}$$

Nota: D = diagonal y a = lado del cuadrado

En este caso D es igual a AC:

$$a = \frac{141.42}{\sqrt{2}}$$

$$a = 99.99$$

Ahora se aplica la fórmula del lado del cuadrado:

$$A = L \cdot L$$

$$A = 99.99 \cdot 99.99$$

$$A = 9998.0001$$

Después, como el prisma tiene dos caras del cuadrado se multiplica el valor anterior por 2:

$$A = 9998.0001 \cdot 2$$

$$A = 19996.0002$$

Luego, el área de los rectángulos del prisma:

$$A = b \cdot a$$

$$A = 99.99 \cdot 200$$

$$A = 19998$$

A continuación, se multiplica el área por 4 debido a que el prisma cuenta con 4 caras rectangulares:

$$A = 19998 \cdot 4$$

$$A = 79992$$

Por último, se suman las áreas de los cuadrados y rectángulos:

$$A_T = 79992 + 19998$$

$$A_T = 99990$$

Lo cual se redondea a 100000.

R/ A

22) Si una esfera, cuyo diámetro mide 20, es intersecada por un plano a una distancia de 6 unidades de su centro, entonces, la longitud de la sección plana que se forma producto de la intersección corresponde a

A) 12π

B) 16π

C) 20π

D) 26π

En efecto, el radio r del círculo corresponde a un cateto de un triangulo rectángulo en el que el otro cateto es la distancia entre los dos planos y la hipotenusa es el radio de la esfera. De modo que

$$r = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$r = 8$$

Longitud de la sección plana:

$$A = 2\pi \cdot r$$

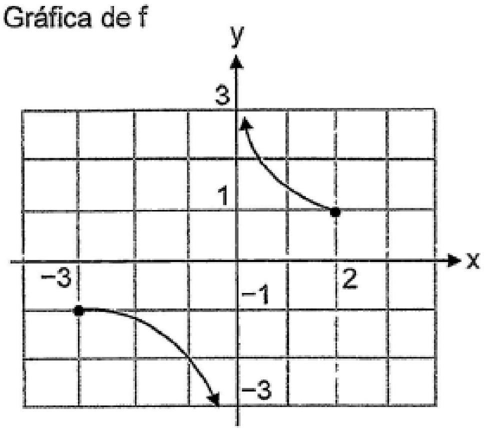
$$A = 2\pi \cdot 8$$

$$A = 16\pi$$

R/ B

Para responder los ítems 23 y 24 considere la siguiente representación referida a la función f (la gráfica de f tiene como asíntota el eje "y"):

Gráfica de f



23) El ámbito de f corresponde a

A)] − ∞, − 1] U [1, +∞ [

B)] − ∞, − 1] U [2, +∞ [

C)] − ∞, − 3] U [1, +∞ [

D)] − ∞, − 3] U [2, +∞ [

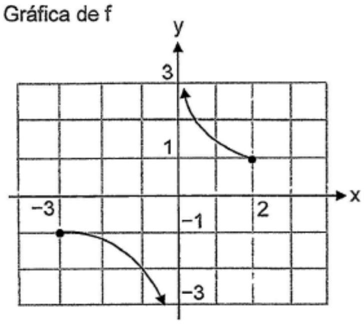
El ámbito corresponde al eje y.

El ámbito es de [-∞,-1 [U]1, +∞], ya que el mismo se calcula en el eje y. Entonces como se puede observar empezando del eje negativo "y". Y los paréntesis van abiertos ya que no se incluye el 0

R/ A

Para responder los ítems 23 y 24 considere la siguiente representación referida a la función f (la gráfica de f tiene como asíntota el eje "y"):

Gráfica de f



24) El dominio de f corresponde a

A) $[-1, 0[\cup]0, 2]$

B) $[-1, 0[\cup]0, 3]$

C) $[-3, 0[\cup]0, 2]$

D) $[-3, 0[\cup]0, 3]$

El dominio de una función f (x) es el conjunto de todos los valores para los cuales la función está definida. Para calcular el dominio de una función, debemos obtener los valores de x, para los que exista esa función. Para eso, debemos observa únicamente en cuales valores del eje horizontal (eje de las x, también conocido como el de las preimágenes).

R/ C

25) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f: D \to \{0\}$, con $f(x) = \dfrac{-x^2+4}{x-2}$:

I. $-2 \in D$	II. $\{2\} \subset D$	III. $D = \{-2\} \cup \{2\}$

De ellas son verdaderas solo la

A) I.

B) II.

C) III.

D) II y la III.

Cuando se indica f: D {0}, representa que el ámbito de f solo incluye al 0, por lo cual, los valores de x que pertenecen al dominio cuando se evalúan en el criterio, de la función no pueden arrojar un valor distinto a 0.

Preposición I

$$f\,(x) = \frac{-x^2+4}{x-2}$$

$$f\,(-2) = \frac{-(-2)^2+4}{-2-2}$$

$$f\,(-2) = \ 0$$

Verdadera

Preposición II

$$f\ (x) = \frac{-x^2 + 4}{x - 2}$$

$$f\ (2) = \frac{-(2)^2 + 4}{2 - 2}$$

Falso, el denominador de una función no puede ser 0.

Preposición III

Falso, con el -2 el denominador da 0, y no puede ser así.

R/ A

26) Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:

I. Sea D = [– 1, 1] y E = { 0 } y J la relación de D en E determinada por la regla J = {(x, y): y = x^2 – 1}.

II. Sea A = {0, – 1} y B = {– 3, – 1} y T la relación de A en B determinada por la regla T = {(x, y): y = 2x – 1}.

De ellas corresponden a una función

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

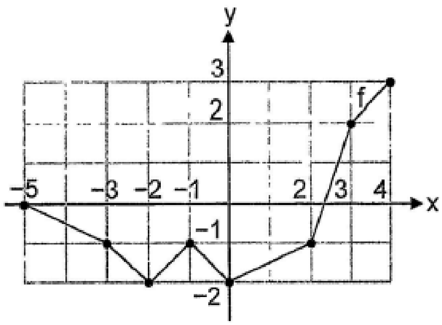
D) solo la II.

Para la proposición I, f (-1) = $(-1)^2$ - 1 = 0 y f (1) = $(1)^2$ – 1 = 0, como se observa se cumple, ya que f (-1) y f (1) está.

Para la proposición II, f (0) = 2*0 - 1 = -1 y f (-1) = 2*-1 - 1 = -3, por lo cual es verdadero ya que en ambos casos se cumple.

R/ A

Para responder los ítems 27 y 28 considere las siguientes funciones f, g, h, m y r:



g: $[-3, 6] \to A$, con $g(x) = x - 2$
h: $[-5, 4] \to B$, con $h(x) = x + 1$
m: $[-4, 5] \to C$, con $m(x) = 2x + 1$
r: $[-3, 0] \to D$, con $r(x) = -x^2 + 4$

27) Un intervalo del dominio de f donde f tiene inversa corresponde a

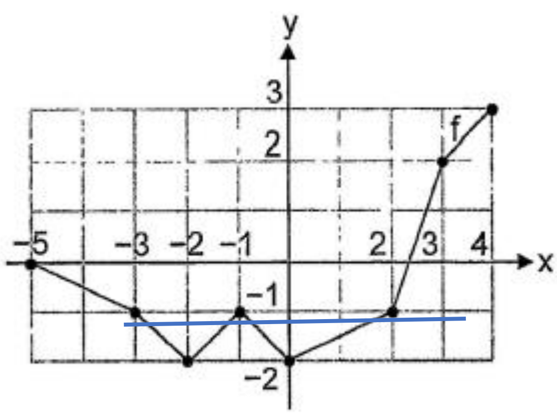
A) $]-1, 2[$

B) $]-2, -1[$

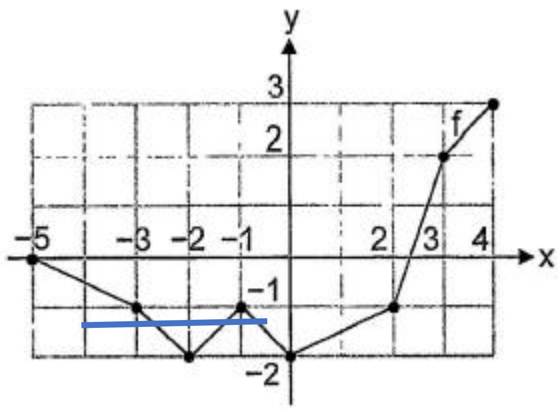
C) $]-3, -1[$

D) $]-4, -1[$

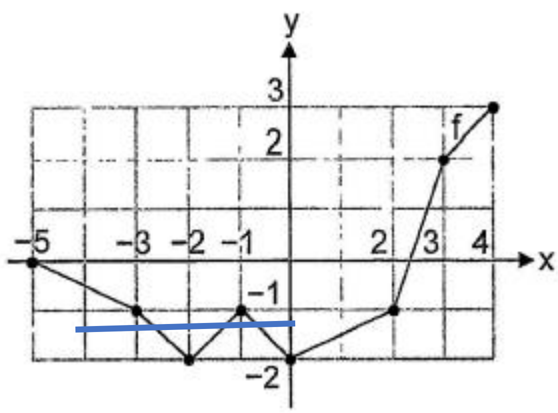
- Para que una función tenga inversa, esta debe ser inyectiva. Es decir, si cada imagen tiene una y solo una preimagen.
- Para saber si una función es inyectiva en una gráfica, se realiza la prueba de la línea horizontal. No debe existir una línea horizontal que interseque la gráfica en más de un punto.
- Evaluemos la primera opción: [-1, 2]. Podemos observar que, en intervalo del dominio, existe una línea horizontal que interseca la función en más de un punto. Por lo tanto, en ese intervalo la función no tiene inversa.



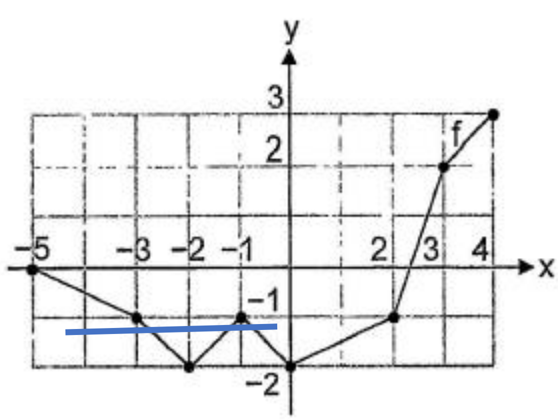
- Evaluemos la segunda opción: [-2, -1]. Podemos observar que, en intervalo del dominio, no existe una línea horizontal que interseque la función en más de un punto. Por lo tanto, en ese intervalo la función sí tiene inversa.



- Evaluemos la segunda opción: [-3, -1]. Podemos observar que, en intervalo del dominio, existe una línea horizontal que interseca la función en más de un punto. Por lo tanto, en ese intervalo la función no tiene inversa.

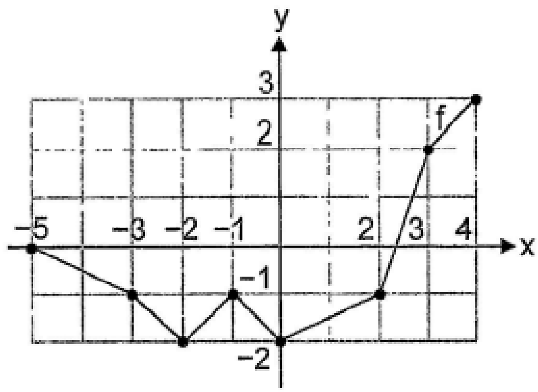


- Evaluemos la segunda opción: [-4, -1]. Podemos observar que, en intervalo del dominio, existe una línea horizontal que interseca la función en más de un punto. Por lo tanto, en ese intervalo la función no tiene inversa.



R/ B

Para responder los ítems 27 y 28 considere las siguientes funciones f, g, h, m y r:



g: [– 3, 6] → A, con g(x) = x – 2
h: [– 5, 4] → B, con h(x) = x + 1
m: [– 4, 5] → C, con m(x) = 2x + 1
r: [– 3, 0] → D, con r(x) = – x^2 + 4

28) Considere las siguientes proposiciones:

I. (f o g)(5) = 2

II. (m o h)(x) = 2x + 2

III. Es factible efectuar (h o r)(x).

De ellas son verdaderas solo la

A) II.

B) I y la II.

C) I y la III.

D) II y la III.

Preposición I, falsa

$$g\ (x) = x - 2$$
$$g\ (5) = 5 - 2$$
$$g\ (5) = 3$$

Para la proposición II, si sustituyo m(x) en la “x” de h(x) da lo siguiente:

$$h\ (x) = x + 1$$
$$h\ (x) = 2x + 2 + 1$$
$$h\ (x) = 2x + 2$$

Es verdadera

Para la proposición III, si sustituyo h(x) en la “x” de r(x) da lo siguiente:

$$r\ (x) = -x^2 + 4$$
$$r\ (x) = -(x + 1)^2 + 4$$

$$r\,(x) = -(x^2 + 2x + 2) + 4$$
$$r\,(10) = -(10^2 + 2 * 10 + 2) + 4$$
$$(10) = -188$$

Es falso

R/ A

29) La inversa de la función f dada por f(x) = $\frac{2x}{3}$ + 2 corresponde a f^{-1} (x) = ________.

A) $\frac{2x}{3} - 3$

B) $\frac{3x}{2} - 3$

C) $\frac{2x}{3} + 3$

D) $\frac{3x}{2} + 3$

Para empezar en la función original se sustituye "x" por "y", y "f(x)" por "x":

$$f(x) = \frac{2x}{3} + 2$$

$$x = \frac{2y}{3} + 2$$

$$x - 2 = \frac{2y}{3}$$

$$(x - 2) \cdot 3 = 2y$$

$$\frac{(x - 2) \cdot 3}{2} = y$$

$$\frac{3x - 6}{2} = y$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{6}{2} = y$$

$$\frac{3x}{2} - 3 = y$$

R/ B

30) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f que posee inversa dada por f: [5, + ∞ [→ P; con $f(x) = 3\sqrt{x-1} + 2$:

I. El ámbito de la inversa de f corresponde a [5, + ∞ [.

II. El dominio de la inversa de f corresponde a [8, + ∞ [.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

- El ámbito de la inversa es el dominio normal, por lo cual, sí cumple.
- El dominio, se evalúa en la función

$$f\,(x) = 3\sqrt{x-1} + 2$$

$$f\,(5) = 3\sqrt{5-1} + 2$$

$$f\,(5) = 8$$

Al evaluar en + infinito se obtiene un número muy grande positivo, entonces sí cumple.

R/ A

31) Sea la función dada por $f(x) = mx - 1$. Si (2, 5) pertenece al gráfico de f, entonces, ¿cuál es la pendiente f?

A) 3

B) 5

C) − 1

D) − 2

Una ecuación de la recta está dada por y = mx + b. Donde la pendiente se representa con la letra m y es el valor que se encuentra junto a la x. Debido a que se nos brinda el punto (2,5) se sabe que el valor de x seria 2 y que el valor de y seria 5, por lo cual se procede a sustituir los datos en la ecuación dada y despejar la pendiente “m”:

$$\mathrm{F(x)} = \mathrm{mx} - 1$$

$$\mathrm{y} = \mathrm{mx} - 1$$

$$5 \ = \ \mathrm{m} * 2 - 1 \ \text{(sustituyendo punto “2,5”)}$$

$$5 + 1 = \mathrm{m} * 2$$

$$6 = \mathrm{m} * 2$$

$$\frac{6}{2} = \mathrm{m}$$

$$3 = \mathrm{m}$$

Por lo cual el valor de la pendiente es 3, siendo la respuesta correcta la A.

R/ A

32) Sea la función dada por f(x) = – 2x + b. Si (1, 8) pertenece al gráfico de f, entonces, ¿cuál es el punto de intersección de la gráfica de f con el eje x?

A) (3, 0)

B) (5, 0)

C) (– 2, 0)

D) (– 5, 0)

Cuando una función interseca el eje “x”, el valor de y en el par ordenado es igual a 0. Por lo tanto, es necesario sustituir y = 0 para hallar el valor de la x.

En este caso la intersección con el eje “x” es (b, 0), el cual se despeja de y = -2x + b sustituyendo el punto (1,8) en la ecuación:

$$8 = -2 \cdot 1 + b$$

$$8 = -2 + b$$

$$b = 10$$

Luego, se calcula el valor de x, el cual se despeja de y = -2x + b sustituyendo b con el valor encontrado en la ecuación:

$$0 = -2 \cdot x + 10$$

$$-10 = -2 \cdot x$$

$$x = \frac{-10}{-2}$$

$$x = 5$$

Por lo anterior, se obtiene un par ordenado de (5, 0).

R/ B

33) Considere las siguientes proposiciones relacionadas con la función cuadrática f dada por $f(x) = ax^2 + 16$, con $a < 0$:

I. La gráfica de f interseca al eje "y" en (0, – 16).

II. Un intervalo donde f es decreciente corresponde a] – 10, – 2 [.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

Cuando una función interseca el eje "y", el valor de x en el par ordenado es igual a 0. Por lo tanto, es necesario sustituir x = 0 para hallar el valor de la x.

En este caso la intersección con el eje "y" es (0, b), el cual se despeja sustituyendo el punto en la ecuación, considerando un a negativo (valor supuesto), es falso:

$$f\ (x) = \ a \cdot x^2 + \ 16$$

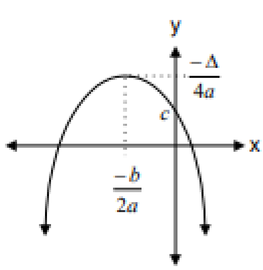
$$y = \ -1 \cdot 0^2 + \ 16$$

$$y = \ 16$$

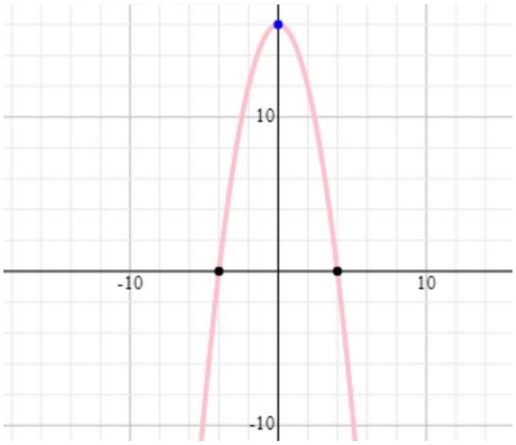
Preposición II

Por lo siguiente es falsa:

2)

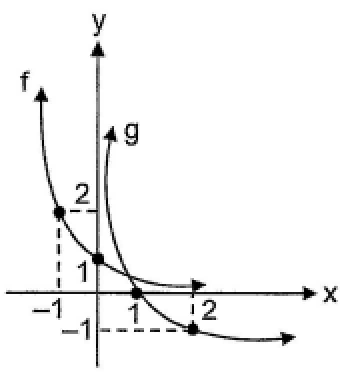


La gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una parábola cóncava hacia abajo si a<0, y corta al eje ***x*** en dos puntos si Δ >0.



R/ B

Para responder los ítems 34 y 35 considere las siguientes funciones f y g:

Representación gráfica de f y g:	Forma algebraica de f y g:
	$f(x) = b^x$ $g(x) = \log_a(x)$

34) Considere las siguientes proposiciones:

I. "f" es creciente.

II. "g" es decreciente.

De ellas son verdaderas

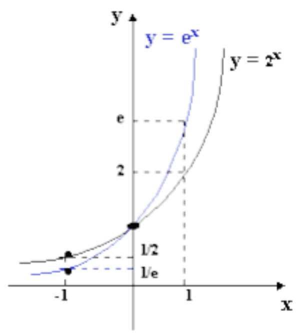
A) ambas.

B) ninguna.

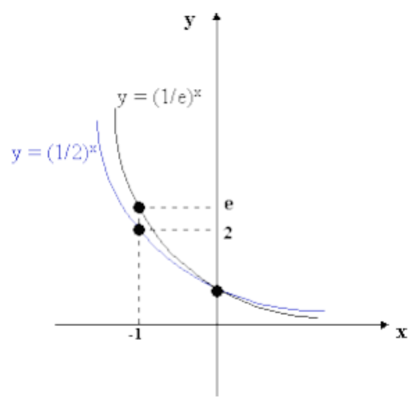
C) solo la I.

D) solo la II.

Si la base de una función exponencial es mayor a uno. La función será estrictamente creciente.



Si por el contrario la base es menor a uno; la función será estrictamente decreciente



Las dos funciones son decrecientes, por lo cual, la preposición verdadera es la II.

R/ D

35) Considere las siguientes proposiciones:

I. "f" y "g" son inversas entre sí.

II. Se cumple con certeza que a = b.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

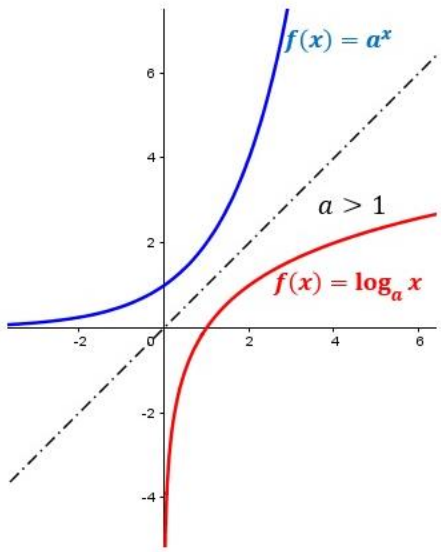
Función Logarítmica

Está función es la inversa de la exponencial.

$$\log_a x = y \Rightarrow a^y = x \qquad\qquad a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

Siendo **a** la **base**, **x** el **número** e **y** el **logaritmo**.

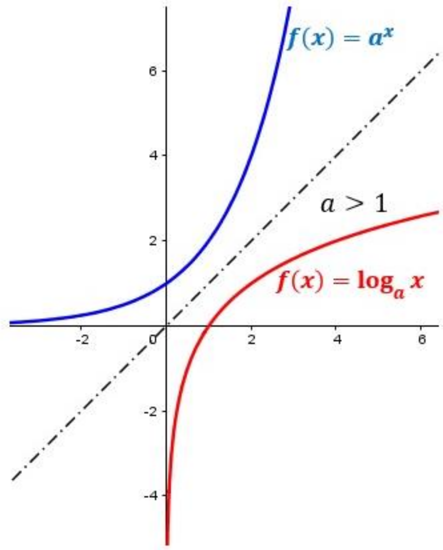
La **función logarítmica** es la inversa de la función exponencial.



La preposición I es verdadera

La preposición II es verdadera

La **función logarítmica** es la inversa de la función exponencial.



R/ A

36) La academia "La Bella Música" está ofreciendo un curso de 20 sesiones para aprender a tocar guitarra. Toda persona que desee llevar el curso debe pagar de matrícula ₡40 000 y luego ₡5000 por cada sesión que asista. Si un estudiante asistió solo a 10 sesiones, entonces, él debe pagar un total de ₡_________.

A) 50 000

B) 90 000

C) 100 000

D) 140 000

- Matrícula = ₡40000
- Por sesión = ₡5000
- Cantidad de sesiones = 10

$$Costo = ₡40000 + 10 \cdot ₡5000$$

$$Costo = ₡90000$$

R/ B

37) Si f es una función, tal que, $f(x) = 5\log_a(x)$, entonces, $f(a^2)$ corresponde a

A) 7

B) 10

C) 25

D) 32

El resultado es 10, ya que $5\log_a(a^2) = 10$. Porque el número necesario al que se debe elevar b para que dé a^2 es un 2, y a eso le multiplico el 5 de adelante, o sea 2*5 da 10.

R/ B

38) Un experimento sobre cierto tipo de bacterias está modelado por $B(t) = 1\ 000\ 000 \cdot (1,5)^t$, donde "B(t)" es la cantidad de bacterias transcurridas "t" horas desde que se inició el experimento.

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. El experimento inició con un millón de esas bacterias.

II. Para que haya 11 390 625 de esas bacterias debieron haber trascurrido entre 2 y 5 horas.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

En el momento de establecer el modelo han transcurrido 0 horas, por lo que:

$$B\ (t) = 1\ 000\ 000 \cdot (1.5^0)$$

$$B\ (t) = 1\ 000\ 000$$

Es verdadera

Preposición II

B (t) = 11 390 625, se debe averiguar el valor de t, despejando.

$$B\ (t) = 1\ 000\ 000 \cdot (1.5^t)$$

$$11\ 390\ 625 = 1\ 000\ 000 \cdot (1.5^t)$$

$$t = 6$$

Para que haya esas bacterias, se ocupan 6 horas, por lo cual, es falsa.

R/ C

39) Roy y Mary van a la misma ferretería a comprar clavos y tornillos. Además, se sabe que:

- Ambos compraron a los mismos precios.
- Roy pagó ₡2700 por 3 kilos de clavos y 2 de tornillos.
- Mary pagó ₡1600 por 2 kilos de clavos y 1 de tornillos.

Con base en la información dada, un kilo de tornillos vale ₡__________.

A) 400

B) 540

C) 550

D) 600

Las funciones se podrían ver como:

- Roy

$$2700 = 3 \cdot KC + 2 \cdot KT$$

$$0 = 3 \cdot KC + 2 \cdot KT - 2700$$

- Mary

$$0 = 2 \cdot KC + 1 \cdot KT - 1600$$

Se igualan las ecuaciones

$$3 \cdot KC + 2 \cdot KT - 2700 = 2 \cdot KC + 1 \cdot KT - 1600$$

$$3 \cdot KC + 2 \cdot KT - 2700 - 2 \cdot KC - 1 \cdot KT + 1600 = 0$$

$$1\ KC + 1\ KT - 1100 = 0$$

$$1\ KC = 1100 - KT$$

Sustituyendo el valor anterior de KC en la ecuación de Roy:

$$0 = 3 \cdot KC + 2 \cdot KT - 2700$$

$$0 = 3 \cdot (1100 - KT) + 2 \cdot KT - 2700$$

$$0 = 3300 - 3KT + 2 \cdot KT - 2700$$

$$2700 - 3300 = -3KT + 2 \cdot KT$$

$$-600 = -1KT$$

$$KT = 600$$

R/ D

40) María gasta ₡2000 en la confección de cada una de las piñatas que luego vende a ₡7000 la unidad. Además, el costo fijo asociado a esta actividad es de ₡100 000 al mes (independiente de la cantidad producida y vendida). Si en setiembre María vendió todas las piñatas que confeccionó y no obtuvo ganancia ni pérdida, entonces, ¿cuántas piñatas confeccionó y vendió María en ese mes?

A) 14

B) 20

C) 50

D) 54

- Costo de confección de piñata (CF) = ₡2000
- Precio de piñata (PP) = ₡7000
- Costo fijo al mes (CF) = ₡100000
- Cantidad de piñatas (CP) = ¿?

Utilidad = CF*CP + PP

$$Utilidad = PP \cdot CP - CF - CF \cdot CP$$

- Utilidad 0

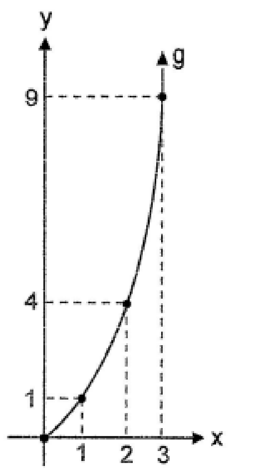
$$0 = 7000 \cdot CP - 100000 - 2000 \cdot CP$$
$$0 = 5000 \cdot CP - 100000$$
$$100000 = 5000 \cdot CP$$
$$\frac{100000}{5000} = CP$$

$$CP = 20$$

R/ B

41) Considere la siguiente información sobre las funciones f y g:

Representación de g



Representación de f

x	0	1	4	9	16
f(x)	0	1	2	3	4

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. El modelo que mejor se adapta a “g” corresponde a una función cuadrática.

II. El modelo que mejor se adapta a “f” corresponde a una función raíz cuadrada.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La proposición I es verdadera, ya que hay una función cuadrática que se adapte al modelo. Por ejemplo; $g(1) = (1)^2 = 1$, $g(2) = (2)^2 = 4$, $g(3) = (3)^2 = 9$.

Preposición II

La proposición II es verdadera, ya que hay una función raíz cuadrada que se adapte al modelo. Por ejemplo; $g(0) = \sqrt{0} = 0$, $g(1) = \sqrt{1} = 1$, $g(4) = \sqrt{4} = 2$, $g(9) = \sqrt{9} = 3$, $g(16) = \sqrt{16} = 4$.

R/ A

42) Considere las siguientes proposiciones referidas a las funciones f y g:

x	1	2	4	8
f(x)	0	1	2	3

x	0	1	2	3	4
g(x)	1	3	9	27	k

I. El valor de “k” corresponde a 36.

II. La función f se adapta de mejor manera a un modelo logarítmico.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La proposición I es verdadera, ya que hay una función que se adapte al modelo. Por ejemplo, la función “a” elevado a la x, donde a es el número 3:

$$g\ (x) = \ 3^{x}$$

Por lo cual, al sustituir x con 4, daría el valor de k, correspondiente a 81, por lo cual, la preposición es falsa.

Preposición II

Se sustituye, f(x) = log(x), f (1) = log (1) = 0, f (2) = log (2) = 0.30. Por lo cual, es falso.

R/B

43) Se entrevista a un grupo de amigos sobre la cantidad de partidos de fútbol que ven durante la semana. Los datos obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Medida de posición	Moda	Media aritmética	Mediana	Mínimo	Máximo
Cantidad de partidos	3	6	5	0	10

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

I. Al menos uno del grupo no ve partidos de fútbol.

II. En promedio el grupo de amigos ve 5 partidos de fútbol a la semana.

III. Lo más frecuente entre el grupo de amigos es ver 3 partidos de fútbol a la semana.

De ellas son verdaderas solo la

A) I.

B) II.

C) III

D) I y la III.

Preposición I

El valor de la mediana (Me) es igual a 5, el mínimo es 0. Por lo tanto, la proposición I es verdadero.

Preposición II

El valor del promedio corresponde a la media aritmética, al cual es 6, no 5, por lo cual, es falso.

Preposición III

La moda es el dato que más se repite, es decir el más frecuente, o sea 3, por lo cual, es verdadera.

R/D

44) Considere la siguiente información:

Horas dedicadas a estudiar inglés a la semana por un grupo de amigos	
Horas	Cantidad de amigos
De 1 a menos de 3	5
De 3 a menos de 5	4
De 5 a 7	1

Con base en la información dada, ¿cuál es el promedio en horas que dedica ese grupo de amigos a estudiar inglés semanalmente?

A) 2,4

B) 3,2

C) 3,3

D) 3,8

Primeramente, se debe identificar que el primer dato que nos dan es el rango en el cual están agrupados los valores y el segundo es la frecuencia; posteriormente se debe sacar X1, el cual se obtiene sumando los dos valores del rango y dividiéndolo entre dos, esto debido a que es un promedio. Ejemplo de esto es el primer dato de X1 el cual se obtiene sumando 1+3 y se divide entre 2 para dar como resultado el valor "2". Seguidamente se multiplica la frecuencia por X1 y se obtiene el valor de la cuarta columna,

Rango	**Frecuencia**	**X1**	**X1*frecuencia**
[1-3[	**5**	**2**	**10**
[3-5[	**4**	**4**	**16**
[5-7[	**1**	**6**	**6**
Total	**10**		**32**

Posteriormente para poder obtener el valor de la media se utiliza la siguiente formula:

$$\boldsymbol{Media = \frac{\sum X1 * Frecuencia}{\sum Frecuencia}}$$

Para obtener dichos valores se suma el total de datos de la frecuencia (este se puede observar en color celeste) y el total de datos de X1*Frecuencia (De color purpura) y se sustituyen en la formula.

$$\boldsymbol{Media = \frac{32}{10}}$$

$$\boldsymbol{Media = 3.2}$$

R/B

Para responder los ítems 45 y 46 considere la siguiente información sobre los tiempos en segundos (s) durante los entrenamientos de Ana y Dina, nadadoras de 200 metros libres.

La siguiente tabla muestra los mejores tiempos de los últimos 11 entrenamientos de Ana·

Ana	104	104	108	108	109	109	110	110	111	112	114

Asimismo, la desviación estándar de los tiempos de Ana es de 3 s. Por otro lado, la tabla subsiguiente detalla información estadística sobre los mejores tiempos obtenidos en los últimos 11 entrenamientos de Dina:

Dina	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Media	Desviación estándar
	104	108	109	110	114	109	3

45) Considere las siguientes proposiciones:

I. El tiempo promedio de ambas nadadoras en los entrenamientos es igual.

II. Los datos sobre los tiempos obtenidos por Ana presentan una leve asimetría positiva mientras que los de Dina tienden a ser simétricos.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

El promedio de Ana es de 109, y el de Dina es de 109, por lo cual, es verdadero. El de Ana se calcula con la fórmula normal de sumatoria de datos entre la cantidad de datos.

Preposición II

Ana	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Media	Desviación
	104	108	109	110.5	114	109	3.03

Verdadero, por la mínima diferencia mediante la desviación, ya que Ana presenta mayor desviación.

R/A

46) Considere las siguientes proposiciones:

I. El recorrido de los datos sobre los tiempos de ambas nadadoras es el mismo.

II. Los datos sobre los tiempos de ambas nadadoras no muestran variabilidad significativa entre sí.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

El recorrido es la diferencia entre el cuartil 3 y el 1, por lo cual, el de Ana es de 2.5 y el de Dina es de 2. Por lo cual, es falsa.

Preposición II

Verdadera, la diferencia radica en el tercer cuartil, y la desviación, y por muy poco, por lo cual, no se considera significativa.

R/D

Para responder los ítems 47 y 48 considere la siguiente información:

En la siguiente tabla se resume la cantidad de horas que un grupo de personas dedicaron en el último mes al estudio de la lengua francesa:

Mínimo	Cuartiles			Máximo
	Q_1	Me	Q_3	
__	__	32	38	50

47) Considere las siguientes proposiciones suponiendo que el recorrido de los datos corresponde a 30:

I. Al menos el 50% de las personas del grupo dedicaron al estudio de la lengua francesa 32 horas o más durante el último mes.

II. Con certeza hubo al menos una persona del grupo que dedicó menos de 20 horas al estudio de la lengua francesa durante el último mes.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

Es verdadera, ya que, ese valor es acorde a la mediana, y es de un valor de 32, por lo cual, al menos el 50% de las personas dedicaron 32 horas.

Preposición II

Considerando que el recorrido intercuartílico es la resta entre el tercer y primer cuartil, el valor del primer cuartil es de 8, por lo cual, sí hubo un 25%, entre ellas se podría considerar una persona que dedico menos de 20 horas, siendo verdadera.

R/A

48) Considere las siguientes proposiciones suponiendo que el recorrido intercuartílico de los datos corresponde a 14:

I. Al menos el 25% de las personas del grupo dedicaron 24 horas o menos al estudio de la lengua francesa.

II. Con certeza al menos el 50% de las personas del grupo dedicaron al estudio de la lengua francesa de 24 a 38 horas durante el último mes.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

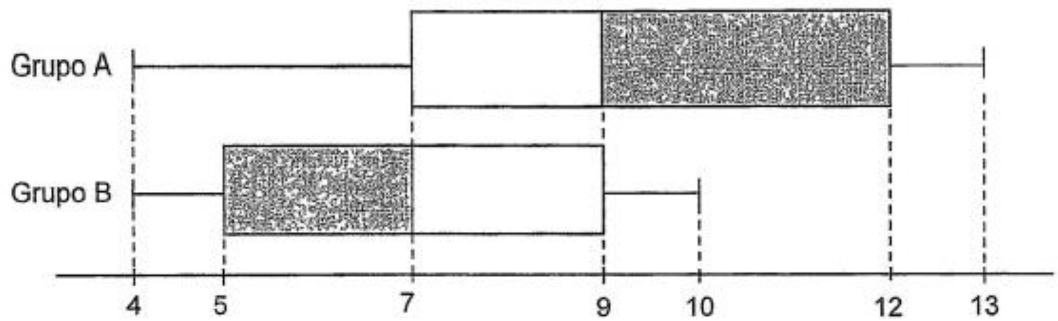
Considerando que el recorrido intercuartílico es la resta entre el tercer y primer cuartil, el valor del primer cuartil es de 24, por lo cual, sí hubo un 25%, que dedico menos de 24 horas o menos, siendo verdadera.

Preposición II

Considerando que la media representa el 50% de las personas, y tiene un valor de 32, cuartil son de 24 y 38, esta preposición es verdadera.

R/A

Para responder los ítems 49, 50 y 51 considere el siguiente diagrama de caja que resume las horas que tardaron dos grupos suficientemente grandes de caminantes en desplazarse de San Gerardo de Rivas hasta el cerro Chirripó:



49) Considere las siguientes proposiciones:

I. Al menos hubo una persona por grupo que logró completar el trayecto en 4 horas.

II. Al menos hubo una persona del grupo B que para completar el trayecto necesitó emplear más de 11 horas.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II

Preposición I

Como se observa en el diagrama de cajas, la línea que significa el mínimo se encuentra en 4, por lo cual, es verdadera.

Preposición II

En cuánto a la segunda, se observa que el bloque para B termina en 10, no llega a 11, por lo cual, es falsa.

R/C

50) Considere las siguientes proposiciones:

I. La mayoría de las personas duraron 7 o más horas en completar el recorrido.

II. Con certeza al menos hubo una persona por grupo que logró completar el trayecto en 9 horas.

De ellas son verdaderas

A) ambas

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

En el grupo A, el 50% de las personas tardaron entre 7 y 12 horas.

En el grupo B, el 50% de las personas tardaron entre 5 y 9 horas.

Por lo cual, se considera verdadero.

Preposición II

Como se observa ambos grupos contemplan el 9, por lo cual, sí es verdadero.

R/A

51) Considere las siguientes proposiciones:

I. Las distribuciones de los datos sobre los tiempos que tardaron los caminantes en completar el trayecto muestran mayor variabilidad en el grupo A que en el grupo B.

II. En las distribuciones de los datos sobre los tiempos que tardaron ambos grupos de caminantes en completar el trayecto se percibe que el grupo B muestra un alto grado de simetría, mientras que en el grupo A hay una clara asimetría positiva.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

El grupo con mayor desviación estándar posee mayor variabilidad relativa, en este se observa el rango de la caja, y el del grupo A abarca más datos, por lo cual, es más variable. Es verdadera.

Preposición II

El grupo B muestra simetría porque la cantidad de datos se mantienen igual para cada cuartil, lo cual, no sucede en el caso del A. Por lo cual, es verdadera.

R/A

Para responder los ítems 52 y 53 considere la siguiente información:

La siguiente tabla muestra información relacionada con los tiempos alcanzados en una competencia de 3000 metros con obstáculos para la rama juvenil mujeres dividida en cuatro categorías. Además se ofrece el tiempo en segundos realizado por cuatro participantes (una de cada categoría):

Categoría	Promedio del grupo	Desviación estándar	Corredora	Tiempo en segundos
E	10	1,2	Yuri	10
F	12	1,3	Flor	11
G	12	1,6	Gina	13
H	13	1,8	Ruth	13

52) El tiempo promedio que presenta menor variabilidad relativa corresponde a la categoría

A) E.

B) F.

C) G.

D) H.

El tiempo promedio que presenta menor variabilidad relativa es el que tiene menor desviación estándar, en este caso el tiempo 10 (s), correspondiente a la categoría E.

R/A

53) Considere las siguientes proposiciones:

I. Con referencia a sus propias categorías es correcto afirmar que Yuri obtuvo una mejor posición relativa que Flor.

II. Con referencia a sus propias categorías es correcto afirmar que Ruth obtuvo una mejor posición relativa que Gina.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

Yuri

$$Posición\ relativa = \frac{Dato - media}{Desviación\ estándar}$$

$$Posición\ relativa = \frac{10 - 10}{1.2}$$

$$Posición\ relativa = 0$$

Flor

$$Posición\ relativa = \frac{Dato - media}{Desviación\ estándar}$$

$$Posición\ relativa = \frac{11 - 12}{1.3}$$

$$Posición\ relativa = -0.77$$

Por lo cual, como se trata de posición relativa, un valor menor es mejor, como se observa, el menor valor es el de Flor, por lo cual, la preposición es falsa.

Preposición II

Ruth

$$Posición\ relativa = \frac{Dato - media}{Desviación\ estándar}$$

$$Posición\ relativa = \frac{13-13}{1.8}$$

$$Posición\ relativa = 0$$

Gina

$$Posición\ relativa = \frac{Dato - media}{Desviación\ estándar}$$

$$Posición\ relativa = \frac{13-12}{1.6}$$

$$Posición\ relativa = 0.625$$

Por lo cual, como se trata de posición relativa, un valor menor es mejor, como se observa es menor el valor obtenido en Ruth, por lo cual la preposición es verdadera.

R/D

Para responder los ítems 54, 55 y 56 considere el espacio muestral E dado por E = {8, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21} y los siguientes eventos:

- Evento A: obtener al azar de E un número divisible por 2.
- Evento B: obtener al azar de E un número par menor que 15.
- Evento C: obtener al azar de E un número impar mayor que 16.

54) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(A \cap C) = 0$	II. $P(A \cup C) = P(A) + P(C)$

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La intersección de A con C, no hay elementos, ya que no hay número impar mayor que 16 que sea divisible entre 2. Por lo cual, es verdadera.

Preposición II

La probabilidad de la unión se calcula:

$$\boldsymbol{P\ (A \cup C) = P\ (A) + P\ (C) - p\ (A \cap C)}$$

Y como en la intersección de A con C, no hay elementos, ya que no hay número impar mayor que 16 que sea divisible entre 2. Entonces, la resta final se cancela, y se obtiene la ecuación dada. Por lo cual, es verdadera.

R/A

Para responder los ítems 54, 55 y 56 considere el espacio muestral E dado por E = {8, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21} y los siguientes eventos:

- Evento A: obtener al azar de E un número divisible por 2.
- Evento B: obtener al azar de E un número par menor que 15.
- Evento C: obtener al azar de E un número impar mayor que 16.

55) Considere las siguientes proposiciones:

I.	$P(A \cap B) = 0$	II.	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La intersección de A con B, hay elementos, ya que hay varios números pares menores de 15 que son divisibles entre 2, por ejemplo, 14, 12, entre otros. Por lo cual, es falso.

Preposición II

La probabilidad de la unión se calcula:

$$\boldsymbol{P\ (A\ \cup\ B) = P\ (A) + P\ (B) - p\ (A \cap B)}$$

Por lo cual, es verdadero.

R/D

Para responder los ítems 54, 55 y 56 considere el espacio muestral E dado por E = {8, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21} y los siguientes eventos:

- Evento A: obtener al azar de E un número divisible por 2.
- Evento B: obtener al azar de E un número par menor que 15.
- Evento C: obtener al azar de E un número impar mayor que 16.

56) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$

II. El complemento de la unión de A con B con respecto a E, es decir, $(A \cup B)^C$, está compuesto por 2 puntos muestrales.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La probabilidad de la unión se calcula:

$$\boldsymbol{P\ (A\ \cup\ B) = P\ (A) + P\ (B) - p\ (A \cap B)}$$

La intersección de B con C, no hay elementos, ya que no hay número par menor que 15 y que sea impar mayor que 16. Por lo cual, es 0, y esta resta se puede cancelar. Por lo cual, la preposición es verdadera.

Preposición II

Por definición la unión de un conjunto más su complemento es todo el conjunto universal, en este caso 1, por lo cual, es falso.

R/C

Para contestar los ítems 57 y 58 considere la siguiente información sobre eventos aleatorios:

Se tienen 2 dados con diferente cantidad de caras. En cada uno de los dados todas sus caras tienen igual probabilidad de obtenerse:

- Dado A: tiene seis caras numeradas del 1 al 6 (un número diferente en cada cara).
- Dado B: tiene doce caras numeradas del 1 al 12 (un número diferente en cada cara).

57) Considere las siguientes proposiciones referidas al lanzar una vez uno de esos dados:

I. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número menor que 4, entonces, se debe elegir el dado A.

II. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 4, entonces, se debe elegir el dado B.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a 3/6 = 0.5 en el caso de A, y en el caso de B es de 3/12 = 0.25. Por lo cual, es mayor la probabilidad de A, y se debe escoger ese, siendo verdadera.

Preposición II

La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a 2/6 = 0.33 en el caso de A, y en el caso de B es de 8/12 = 0.67. Por lo cual, es mayor la probabilidad de B, y se debe escoger ese, siendo verdadera.

R/A

58) Considere las siguientes proposiciones referidas al lanzar una vez uno de esos dados:

I. Si se desea tener la mayor probabilidad de obtener un número mayor que 3 y menor que 9, entonces, se debe elegir el dado B.

II. Para obtener un número par es indiferente el dado que se elija pues en ambos se tiene la misma probabilidad de lograrse.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Preposición I

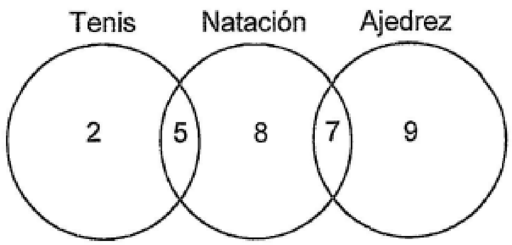
La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a 3/6 = 0.5 en el caso de A, y en el caso de B es de 5/12 = 0.42. Por lo cual, es mayor la probabilidad de A, y se debe escoger ese, siendo falsa.

Preposición II

La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a 3/6 = 0.5 en el caso de A, y en el caso de B es de 6/12 = 0.5. Por lo cual, tienen la misma probabilidad, siendo verdadera.

R/D

Para responder los ítems 59 y 60 considere el siguiente diagrama que ilustra los gustos y preferencias de personas por la práctica del tenis, la natación y el ajedrez:



59) Si del total de personas se elige a una al azar, entonces, la probabilidad de que esta practique tenis y ajedrez corresponde a

A) 0

B) $\frac{3}{31}$

C) $\frac{11}{31}$

D) $\frac{23}{31}$

La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a 0, ya que no hay ninguno que cumpla con esa combinación.

R/A

60) Si del total de personas se elige a una al azar, entonces, la probabilidad de que esta practique dos de esos deportes corresponde a

A) $\frac{10}{31}$

B) $\frac{12}{31}$

C) $\frac{17}{31}$

D) $\frac{19}{31}$

La probabilidad corresponde a la cantidad de veces posibles sobre la cantidad total, para este caso, corresponde a (5 + 7) / (2 + 5 + 8 +7 + 9) = 12 / 31.

R/B