

Circunferencia

1. La ecuación de la circunferencia C corresponde a:

- Recordemos que la ecuación de la circunferencia viene denotada de la siguiente forma:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Primera coordenada del centro Segunda coordenada del centro Radio de la circunferencia

Entonces, la coordenada central de la circunferencia es el par ordenado: (h, k).

Pares ordenados → (a, b) donde el valor de “a” es la posición en el eje “x” y el valor de “b” es la posición en el eje “y”.

Rectas → $y = mx + b$

- Tangente:** La recta corta a la circunferencia en un solo punto
- Secante:** La recta corta a la circunferencia en dos puntos
- Exterior:** La recta no corta a la circunferencia en ningún punto

Casos para determinar la posición relativa entre una recta y una circunferencia:

1. Calculando la distancia desde la recta al centro de la circunferencia.

Recordemos aquí la fórmula que nos da la distancia de un punto C (a, b) (centro de la circunferencia) a una recta s de ecuación: $Ax + By + C = 0$

$$d(C, s) = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

A partir de lo anterior:

- Si el valor de $d(C, s) = r$ (radio de la circunferencia) la recta es tangente a la circunferencia.
- Si el valor de $d(C, s) < r$, la recta es secante a la circunferencia.
- Si el valor de $d(C, s) > r$, la recta es exterior a la circunferencia.

2. Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones de la recta y la circunferencia.

- Si el sistema formado por ambas ecuaciones, tiene una sola solución, la recta y la circunferencia son tangentes).
- Si el sistema formado por ambas ecuaciones, tiene 2 soluciones, la recta y la circunferencia son secantes).
- Si el sistema formado por ambas ecuaciones, no tiene solución, la recta y la circunferencia son exteriores).

Ejemplo: Determina la posición relativa de la recta (r) y la circunferencia (C) dadas:

r: $-2x + y - 4 = 0$

C: $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$

Paso 1. Despeja el valor de “y” en la ecuación de la recta.

$$y = 2x + 4$$

Paso 2. Sustituye el valor de “y” de la ecuación de la recta en la ecuación de la circunferencia y resuelve la ecuación resultante para hallar los valores de “x”:

$$y = 2x + 4$$

$$x^2 + (2x + 4)^2 + 2x - 2(2x + 4) = 0$$

$$5x^2 + 14x + 8 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = -4/5$$

Paso 3. Sustituye los valores de “x” en la primera ecuación para obtener los valores de “y” y formar los pares ordenados:

Para $x_1 = -2 \rightarrow y = 0 \quad A = (-2, 0)$

Para $x_2 = -4/5 \rightarrow y = 12/5 \quad B = (-4/5, 12/5)$

Respuesta: Ya que se obtienen 2 soluciones a partir del sistema de ecuaciones anterior, se puede decir que la recta y la circunferencia son secantes en los puntos A y B