

Solucionario examen Matemáticas Bachillerato por Madurez 02-2019

En el siguiente solucionario, se dará una argumentación breve sobre las respuestas del examen y los motivos por los cuales están correctas o incorrectas.

Pregunta 1

Se tiene una circunferencia de $r=3$ y el centro está en $(0,-3)$, o sea $x=0$ y $y=-3$. Se debe recordar que la ecuación es:

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, donde (a,b) es el centro y r el radio.

Respuesta correcta:

- A. $x^2+(y+3)^2=3$. Incorrecto, centro $(0,-3)$, está bien, radio es $r=\text{raíz}(3)$, radio está mal.
- B. $x^2+(y-3)^2=3$. Incorrecto, centro $(0,3)$, está mal, radio es $r=\text{raíz}(3)$, radio está mal.
- C. $x^2+(y+3)^2=9$. Correcta, centro $(0,-3)$, está bien, radio es $r=\text{raíz}(9)=3$, radio está bien.
- D. $x^2+(y-3)^2=9$. Incorrecta, centro $(0,3)$, está mal, radio es $r=\text{raíz}(9)=3$, radio está bien.

Pregunta 2

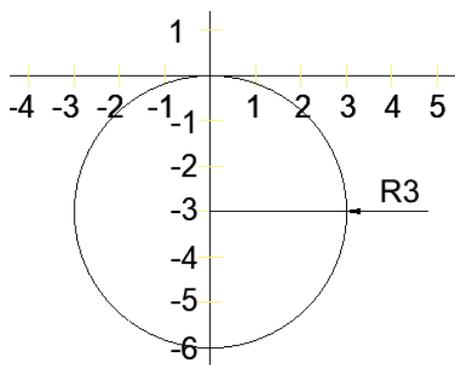


Figura 1. Circunferencia centro $(0,-3)$

La circunferencia está mostrada en la Figura 1, con su centro en $x=0$ y $y=-3$ y con radio $r=3$.

Respuesta correcta:

- A. Incorrecta, centro en $x=3$ $y=0$.
- B. Incorrecta, centro en $x=0$ $y=3$.

C. Incorrecta, centro en $x=0$ $y=-3$, está bien, pero el radio es mayor que 3, esto se sabe pues la circunferencia se pasa más allá del eje "x", y del centro $y=-3$ al eje "x".

D. Correcto. Centro en $x=0$ $y=-3$, y el radio es $r=3$, tal y como se ve en la Figura 1.

Pregunta 3

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. $(0,3)$ está dentro de $x^2+y^2=8$. El centro está en $(0,0)$, y el radio es $r=\text{raíz}(8)=2,83$.

La circunferencia se muestra en la

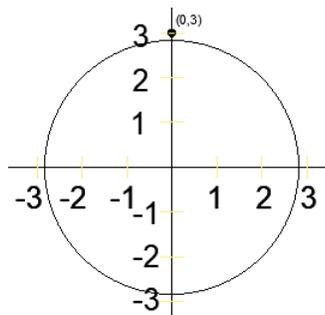


Figura 2. Circunferencia centrada en $(0,0)$

Como se observa en la figura, el punto $(0,3)$ está por fuera, si no se quiere dibujar, se sabe que $(0,3)$ está sobre el eje "y", pues $x=0$ y $y=3$, y además, se sabe que el radio es 2,83, o sea que sobre el eje "y", lo más arriba que toca la circunferencia es 2,83, y está antes del $y=3$, por lo que con esto también se sabe que el punto está por fuera. I. es falso.

II. $(1,1)$ está afuera de $(x+1)^2+(y+1)^2=4$. El centro de la circunferencia está en $x=y=-1$, y el radio es $r=\text{raíz}(4)=2$. Esta circunferencia se muestra en la Figura 3. Claramente se observa como el punto está por fuera. Se podría calcular por Pitágoras sin dibujar, cual es el radio necesario para que el punto esté adentro.

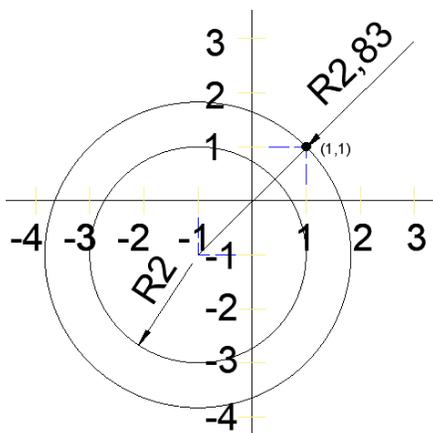


Figura 3. Circunferencia centro en $(-1, -1)$

Se tiene un triángulo con dos catetos iguales a 2, tal como se ve en la Figura 3, entonces la hipotenusa es:

$h = \text{raíz}(2^2 + 2^2) = \text{raíz}(8) = 2,83$. Entonces para que el punto esté adentro, el radio debe ser mayor que 2,83, como el radio es menor, el punto está por fuera. II. es verdad.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, la I. es falso.
- B. ninguna. Incorrecto, la II. es verdad.
- C. solo la I. Incorrecto, la I. es falso.
- D. solo la II. Correcto.

Pregunta 4

Se tiene la circunferencia de centro $(2, -2)$ y radio $r=2$, como se ve en la Figura 4.

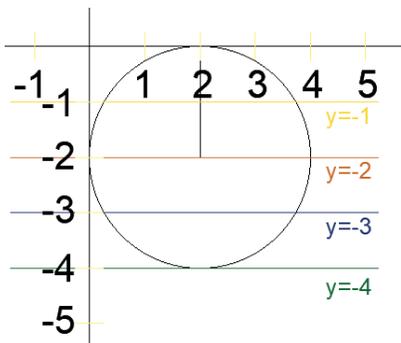


Figura 4. Circunferencia y 4 rectas horizontales

Además, se tienen 4 rectas horizontales, se sabe que son horizontales pues son de la forma $y=a$. Se busca la recta tangente, que es la que toca la circunferencia en un único punto.

Respuesta correcta:

- A. $y=-1$. Incorrecto, es secante, toca en dos puntos la circunferencia.
- B. $y=-2$. Incorrecto, es secante, toca en dos puntos la circunferencia.
- C. $y=-3$. Incorrecto, es secante, toca en dos puntos la circunferencia.
- D. $y=-4$. Correcto, es tangente, toca solo un punto a la circunferencia.

Pregunta 5

Se tienen las siguientes proposiciones:

- I. La recta $x=4$ es secante. Esta recta es vertical, pues es de la forma $x=a$. Como se observa en la Figura 5, $x=4$ toca solamente en un punto la circunferencia, por lo que esta es tangente. I. es falso,
- II. La recta $y=-x$ es exterior. Esta es una recta inclinada de tipo $y=mx+b$, con $m=-1$ y $b=0$, por lo tanto, es inclinada hacia abajo, e inicia en $(0,0)$. Y como $m=-1$, por cada unidad que baja en "y" se mueve una unidad a la derecha en "x". Como se observa en la Figura 5, la recta es secante, ya que toca dos veces la circunferencia. II. es falso.

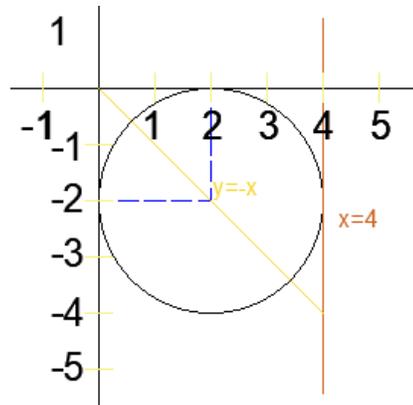


Figura 5. Circunferencia y dos rectas

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, ninguna es verdad.
- B. ninguna. correcto.
- C. solo la I. Incorrecto, ninguna es verdad.
- D. solo la II. Incorrecto, ninguna es verdad.

Pregunta 6

Se tiene una circunferencia y dos rectas mostradas en la Figura 6.

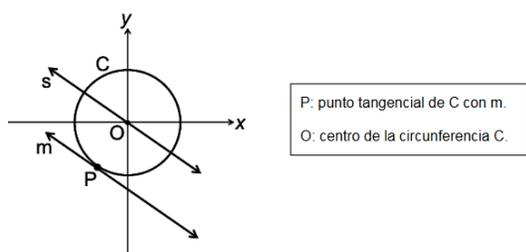


Figura 6. Circunferencia centro O

Con base en la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. Con certeza, el radio \overline{OP} es perpendicular a la recta "s".
- II. Con certeza, el radio \overline{OP} es perpendicular a la recta "m".

I. Es falso, para que sea verdad, se debe conocer que "s" es paralela a "m", y esto no se puede asegurar con la información dada.

II. Es verdad, ya que por definición la recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de esta circunferencia en el punto de tangencia.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, la I. es falso.
- B. ninguna. Incorrecto, la II. es verdad.
- C. solo la I. Incorrecto, la I. es falso.
- D. solo la II. Correcto.

Pregunta 7

C: $x^2+(y-1)^2=16$, centro $x=0$, $y=1$ y radio $r=\sqrt{16}=4$. Se traslada la circunferencia 2

unidades hacia arriba, como se muestra en la Figura 7.

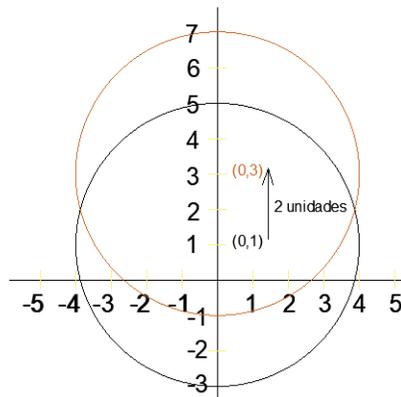


Figura 7. Traslación de circunferencia

Ya que la traslación es solo en "y", el centro en x se mantiene en 0, y el nuevo $y=1+2=3$. EL nuevo centro está en (0,3).

Respuesta correcta:

- A. (0,3). Correcto.
- B. (2,1). Incorrecto. Traslación de 2 hacia la derecha en "x" y 0 en "y".
- C. (0,-3). incorrecto. Traslación de 4 unidades hacia abajo en "y" y 0 en "x".
- D. (-2,1). Incorrecto, traslación de 2 unidades a la izquierda en "x" y 0 en "y".

Pregunta 8

Se tiene C: $x^2+y^2=9$, centro (0,0) y C': $x^2+(y+1)^2=9$, centro (0,-1).

Respuesta correcta:

- A. abajo paralela al eje y. Correcto.
- B. arriba paralela al eje y. Incorrecto, dirección contraria.
- C. a la derecha paralela a x. Incorrecto, eje erróneo.
- D. a la izquierda paralela a x. Incorrecto, eje erróneo.

Pregunta 9

Se tiene el polígono mostrado en la Figura 8, como es un hexágono regular, todos los lados son iguales.

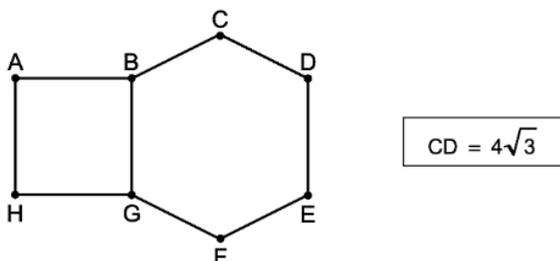


Figura 8. Hexágono regular y un cuadrado

Se busca el perímetro del cuadrado ABGH. Como todos los lados del hexágono son iguales, $BG=4\sqrt{3}$, y $AB=AH=HG=BG$, el perímetro es la suma de los cuatro lados, o sea es 4 veces $4\sqrt{3}$, $\text{Perímetro}=4*4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$.

Respuesta correcta:

- A. $12\sqrt{3}$. Incorrecto, se acá solo se sumaron 3 de los 4 lados.
- B. $16\sqrt{3}$. Correcto.
- C. $24\sqrt{3}$. Incorrecto, se sumaron 6 lados, dos lados más.
- D. $36\sqrt{3}$. Incorrecto, se sumaron 9 lados, 5 lados de más.

Pregunta 10

Se sabe que la medida de los ángulos internos (θ) de un polígono regular es:

$$\theta=180-\frac{360}{n}$$

$$\theta=180-(360/6)=180-60=120^\circ$$

El ángulo de 60° mostrado en la Figura 8, es la mitad de 120° , ya que lo corta justo a la mitad una diagonal. Ahora se puede encontrar la apotema, por relaciones trigonométricas, ya que la $\tan(\theta)=\text{opuesto/adyacente}$, en este caso la

apotema es el opuesto a 60 grados. entonces $\text{opuesto}=\text{adyacente}*\tan(\theta)$.

$$\text{Apotema}=\tan(60)*2\sqrt{3}$$

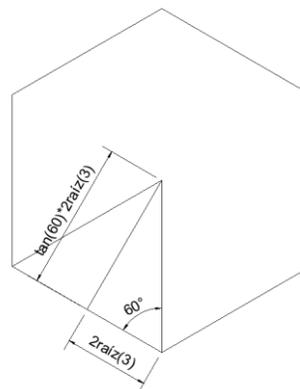


Figura 9. Hexágono regular

El área del hexágono se puede calcular como 6 veces el área del triángulo isósceles mostrado en la Figura 9. El área del isósceles es 2 veces el área del triángulo rectángulo con base $2\sqrt{3}$. Entonces el área del isósceles es:

$$\text{Aiso.}=2\sqrt{3}*\tan(60)*2\sqrt{3}$$

$$\text{Aiso.}=(2\sqrt{3})^2*\tan(60)=4*3*\tan(60)$$

$$\text{Aiso.}=12*\tan(60)$$

Ahora, el área del hexágono es seis veces la del isósceles:

$$\text{Ahexa.}=6*12*\tan(60)=72*\tan(60)$$

Si se calcula $\tan(60)$ y $\sqrt{3}$, se ve que ambos resultados son iguales $\tan(60)=\sqrt{3}=1,73$, entonces

$$\text{Ahexa.}=72*\tan(60)=72*\sqrt{3}.$$

Respuesta correcta:

- A. 24. Incorrecto, es menor que el área real.
- B. 72. Incorrecto, es menor que el área real.
- C. $24*\sqrt{3}$. Incorrecto, es menor que el área real.
- D. $72*\sqrt{3}$. Correcto.

Pregunta 11

Se tiene el polígono irregular ABCDE, mostrado en la Figura 10. Se busca conocer el perímetro del polígono.

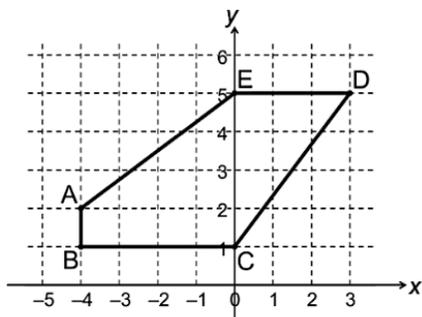


Figura 10. Polígono irregular

Para esto se cuentan las unidades rectas horizontales y verticales, y se debe calcular las rectas inclinadas AE y CD, que son la hipotenusa de dos triángulos mostrados en verde y café en la Figura 11.

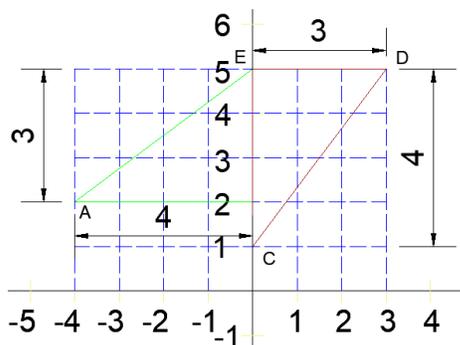


Figura 11. Triángulos en polígono

Si se observa la Figura 11, ambos triángulos son iguales, pero en diferentes posiciones, ya que sus catetos son de 4 y 3 unidades en ambos casos, por lo tanto, ambas hipotenusas serán iguales. Ahora se procede a calcular la hipotenusa de los triángulos.

$$h = \text{raíz}(3^2 + 4^2) = \text{raíz}(9 + 16) = \text{raíz}(25) = 5$$

Como ya se conocen las secciones inclinadas se procede a sumar los 5 lados del polígono.

$$\text{Perímetro} = AB + BC + CD + DE + AE$$

$$\text{Perímetro} = 1 + 4 + 5 + 3 + 5 = 18$$

Respuesta correcta:

- A. 17. Incorrecto, es menor que el perímetro calculado.
- B. 18 correcto.
- C. 20. Incorrecto, es mayor que el perímetro calculado.
- D. 21. Incorrecto, es mayor que el perímetro calculado.

Pregunta 12

Se busca el área del polígono. Como se vio anteriormente, se tienen dos triángulos iguales, por lo que el área del polígono es el área de los dos triángulos, más una franja de 4 cuadros horizontales por un cuadro vertical, justo debajo del triángulo verde. Entonces se tiene que:

$$\text{Área} = 2 * \text{Atriangulo} + \text{Arectangulo}$$

$$\text{Área} = 2 * (4 * 3) / 2 + 4 * 1 = (4 * 3) + 4 = 12 + 4 = 16$$

Respuesta correcta:

- A. 12. Incorrecto, es menor que el área calculada.
- B. 14. Incorrecto, es menor que el área calculada.
- C. 16. Correcto.
- D. 18. Incorrecto, es mayor que el área calculada.

Pregunta 13

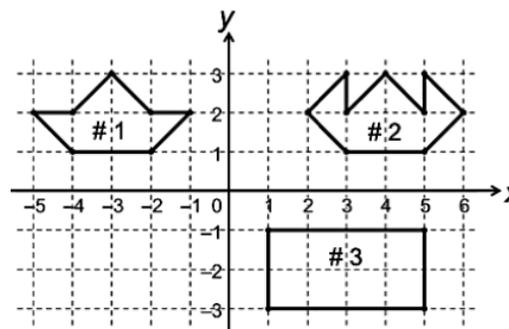


Figura 12. Tres figuras

El eje de simetría de la figura #1 es:

Respuesta correcta:

- A. $x=2$. Incorrecto, esta recta esta fuera de la figura.
- B. $y=2$. Incorrecto. Esta recta parte a la figura en dos mitades, una arriba y otra abajo, las cuales son distintas sin simetría alguna.
- C. $x=-3$. Correcto. Esta recta vertical parte la figura en dos mitades simétricas, una izquierda y otra derecha,
- D. $y=-3$. Incorrecto, esta recta está fuera de la figura.

Pregunta 14

Cuantos ejes de simetría se pueden trazar a la figura #2.

Respuesta correcta:

- A. 1. Correcto, la figura solo tiene un eje de simetría vertical el cual se puede trazar en $x=4$.
- B. 2. Incorrecto. No existe más de un eje de simetría.
- C. 3. Incorrecto. No existe más de un eje de simetría.
- D. 4. Incorrecto. No existe más de un eje de simetría.

Pregunta 15

Si $x=3$ es un eje simétrico de la figura #3, cual es un punto homólogo de $(1,-1)$?

Respuesta correcta:

- A. $(1,-1)$. Incorrecto, este es el mismo punto.
- B. $(1,-3)$. Incorrecto, sería homólogo si el eje de simetría fuese horizontal en $y=-2$.
- C. $(5,-1)$. Correcto, este es el espejo del punto en cuestión.
- D. $(5,-3)$. Incorrecto. Este punto es homólogo de $(1,-3)$.

Pregunta 16

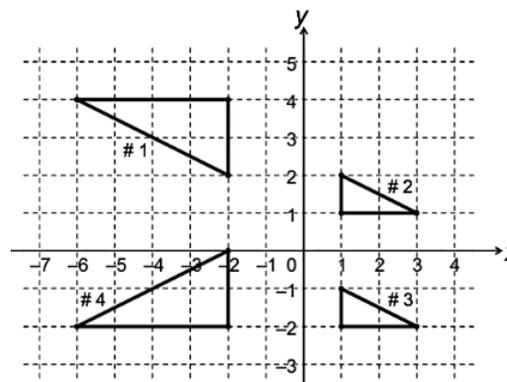


Figura 13. Cuatro figuras de triángulos

Si la figura #3 es una transformación de la figura #1 esta transformación se denomina:

Respuesta correcta:

- A. rotación. Incorrecto, ya que la rotación es alrededor de un punto y el tamaño no cambia, en este caso el tamaño si cambia.
- B. reflexión. Incorrecto. Esta es como un espejo, el tamaño no cambia.
- C. Traslación, acá se mantiene la posición y el tamaño, en este caso la posición y el tamaño sí cambian.
- D. homotecia. Correcto, esta es una homotecia centrada en el origen con un factor $k=-\frac{1}{2}$.

Pregunta 17

Si la figura #3 es una transformación de la figura #2 esta transformación se denomina:

Respuesta correcta:

- A. reflexión sobre el eje x. Incorrecto. La reflexión es como un espejo, en este caso las figuras tienen la misma orientación, para ser reflexión la posición debe cambiar como ser reflejada en un espejo.
- B. rotación de 90° hacia la derecha. Incorrecto. Se tienen en la misma posición, por lo que no es una rotación.

C. homotecia con centro en el sistema de coordenadas. Incorrecto, no hay un factor k que coincida con la transformación.

D. traslación de 3 unidades hacia abajo. Correcto, ya que se tiene la misma posición, y solamente se movió a imagen 3 unidades hacia abajo.

Pregunta 18

La figura #4 es una transformación sobre $y=1$ de la figura #1. Entonces la imagen de $(-2,4)$ corresponde a:

Respuesta correcta:

- A. $(-2,0)$. Incorrecto, este par ordenado corresponde a $(-2,2)$.
- B. $(-2,2)$. Incorrecto, este par ordenado corresponde a $(-2,0)$.
- C. $(-2,-1)$. Incorrecto, este corresponde a $(-2,3)$.
- D. $(-2,-2)$. Correcto.

Pregunta 19

Se busca saber cuál sección plana se obtiene producto de la intersección de un plano perpendicular a la base del cono y no pasa por el vértice.

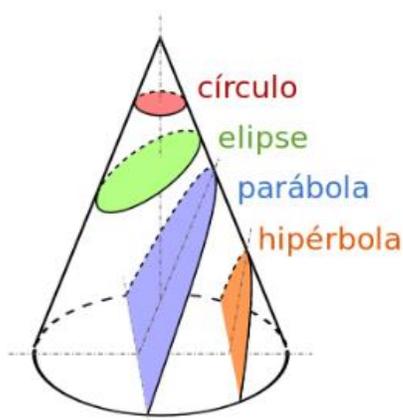


Figura 14. Cortes planos a un cono

Respuesta correcta:

A. elipse. Es incorrecto, ya que la elipse es una sección producida por un plano que no pasa por

la base y tiene cierta inclinación respecto a la base.

B. parábola. Es incorrecta, pues la parábola es producto de la intersección del cono con un plano paralelo a la generatriz y que no pasa por el vértice.

C. hipérbola. Es correcto, ya que la hipérbola es similar a la parábola, con la diferencia que el plano de corte no es paralelo a la generatriz, y tampoco pasa por el vértice.

D. circunferencia. Es incorrecto, ya que la circunferencia se da con el corte de un plano paralelo a la base.

Pregunta 20

Un cono mide 12 de altura y el diámetro de su base mide 8. ¿Si se hace un corte paralelo a la base a la mitad de la altura, cuanto es el radio de dicho corte a la mitad de la altura?

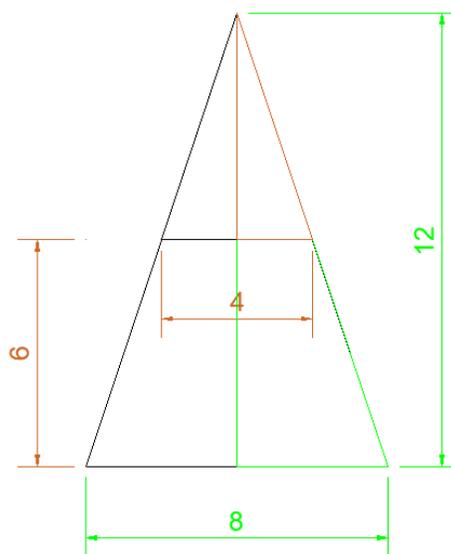


Figura 15. Cono con corte paralelo a la base

Se puede hacer por relación de triángulos semejantes, con los triángulos verde y café mostrados en la Figura 15, que muestra el cono visto desde un costado, y el triángulo café esta encima del verde. Entonces, la base del café es la incógnita que se busca, que se llamara "x" en este caso, y la altura es la mitad de 12 o sea 6. En

cuanto a la base del verde es la mitad del diámetro, en este caso $8/2=4$, y la altura es 12. Entonces la relación de triángulos semejantes se toma como la medida buscada, que es la base del café, entre la altura del café, y se debe igualar a la base del verde entre a altura del verde, o sea se igualan base/altura del mismo triángulo a la base/altura del otro, tal y como se muestra enseguida:

$$x/6=4/12$$

$$x=6*(4/12)=6*(1/3)=6/3=2$$

Entonces, la base el triángulo verde es 2, y esta medida es la misma que la del radio de la circunferencia producto del corte de un plano paralelo a la base del cono, justo a la mitad de la altura.

Respuesta correcta:

- A. 1,5. Incorrecto, es menor que el radio.
- B. 2,0. Correcto.
- C. 2,5. Incorrecto, es mayor que el radio.
- D. 3,0. Incorrecto, es mayor que el radio.

Pregunta 21

Se tiene el corte de un cilindro circular por n plano paralelo a la base, tal y como se muestra en el cilindro de la izquierda en la Figura 16, como se ve en esta figura, al ser paralelo a la base, se genera una circunferencia con el mismo radio que el de la base. En este caso el diámetro de la base es 10, o sea que el radio de la base y también de la sección circular plana es 5. Ahora se busca la longitud, que sería el perímetro de la circunferencia, calculado con la fórmula mostrada enseguida:

$$\text{Longitud}=2*\pi*r=2*\pi*5=10*\pi$$

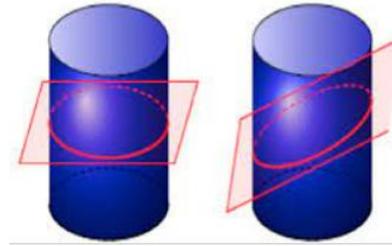


Figura 16. Secciones planas cilíndricas

Respuesta correcta:

- A. $5*\pi$. Incorrecto, falta multiplicar por el 2.
- B. $10*\pi$. Correcto.
- C. $20*\pi$. Incorrecto, se multiplico por el diámetro en lugar del radio.
- D. $25*\pi$. Incorrecto, es mayor que la longitud.

Pregunta 22

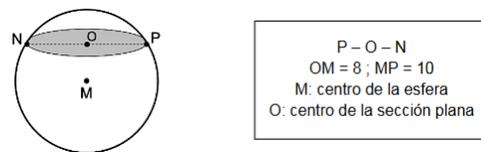


Figura 17. Sección plana en esfera

Se tiene la esfera con el corte mostrado en la Figura 17, si se ve la esfera desde una vista tal que la sección plana que perpendicular a los ojos del visor, la sección plana se observa como una línea recta, tal y como se muestra en la Figura 18. Acá vemos como se forma un triángulo MOP, donde se conoce la hipotenusa $MP=10$, que es igual al radio de la esfera, y también se conoce la recta perpendicular al plano $OM=8$, entonces por Pitágoras se puede calcular OP , que es el radio de la sección plana, y a partir de este se calcula la longitud o perímetro de la circunferencia.

En este caso se plantea Pitágoras de la siguiente manera:

$$10^2=OP^2+8^2$$

$$10^2-8^2=OP^2$$

$$100-64=OP^2$$

$$36=OP^2$$

$$OP=\text{raíz}(36)=6$$

El radio de la sección plana es $OP=6$, ahora se calcula la longitud con la ecuación del perímetro de una circunferencia:

$$\text{Longitud}=2*\pi*r=2*\pi*6=12*\pi$$

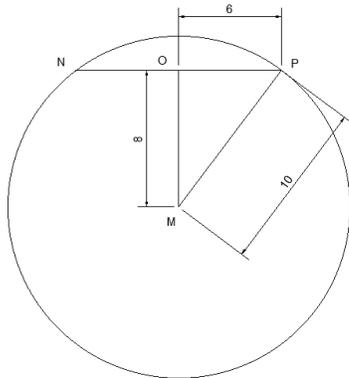


Figura 18. Sección plana perpendicular a la vista

Respuesta correcta:

- A. $12*\pi$. Correcto.
- B. $16*\pi$. Incorrecto, es mayor que la longitud calculada.
- C. $18*\pi$. Incorrecto, es mayor que la longitud calculada.
- D. $20*\pi$. Incorrecto, es mayor que la longitud calculada.

Pregunta 23

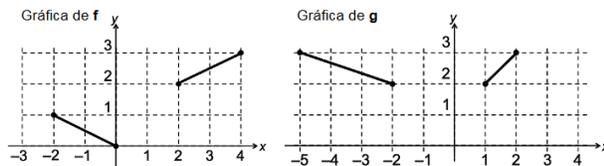


Figura 19. Gráficas de f y g

Se busca el ámbito de “F”, que es el conjunto de todas las imágenes posibles, en este caso se tiene la unión de dos intervalos, como ambas rectas mostradas en la gráfica de “f” tienen extremos rellenos, ver Figura 19, esto significa que esos puntos son parte del ámbito y los paréntesis

cuadrados van cerrados. Como se ve en la Figura 19, el primer intervalo inicia en $y=0$ y termina en $y=1$, y el segundo inicia en $y=2$ y termina en $y=3$.

Respuesta correcta:

- A. $[0,1] \cup [2,3]$. Correcto.
- B. $[0,1] \cup [2,4]$. Incorrecto, el segundo intervalo incluye el 4 que no es parte del ámbito.
- C. $[-2,0] \cup [2,4]$. Incorrecto, el primer intervalo incluye $-2,-1$ que no son parte del intervalo, y no incluye al 1 que si es parte del intervalo, y el segundo intervalo incluye el 4 que no es parte del ámbito.
- D. $[-2,0] \cup [3,4]$. Incorrecto, el primer intervalo incluye $-2,-1$ que no son parte del intervalo, y no incluye al 1 que, si es parte del intervalo, y el segundo intervalo incluye el 4 que no es parte del ámbito, y no incluye al 2 que si es parte del ámbito.

Pregunta 24

Se busca conocer el dominio de “g”. En este caso se debe identificar los intervalos de las posibles preimágenes, es decir los valores de “x”. El primero va desde $x=-5$ hasta $x=-2$, y el segundo desde $x=1$ hasta $x=2$.

Respuesta correcta:

- A. $[2,3]$. Incorrecto, son dos intervalos no uno.
- B. $[-5,2]$. Incorrecto, son dos intervalos no uno.
- C. $[-5,-2] \cup [1,2]$. Correcto.
- D. $[-5,-2] \cup [2,3]$. Incorrecto, el segundo intervalo no incluye al 1 que si es parte del dominio, y este incluye al 3 que no es parte del dominio.

Pregunta 25

Se busca el dominio tal que se obtenga 0 como resultado de la función.

$$\text{con } f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

- I. $2 \in D$ II. $\{-2\} \subset D$ III. $D = \{-2\} \cup \{2\}$

Entonces, se debe ver cuales valores de “x” al evaluarse en la función resulta $y=0$.

$$f(2) = \frac{2^2 - 4}{2 + 2} = \frac{4 - 4}{2 + 2} = \frac{0}{4} = 0$$

El 2 si es parte del dominio buscado, pues al evaluarlo en “f” se obtiene $f(2)=0$.

Ahora se evalúa el -2:

$$f(-2) = \frac{(-2)^2 - 4}{-2 + 2} = \frac{4 - 4}{-2 + 2} = \frac{0}{0}$$

Al evaluar el -2 se obtiene una división entre 0, lo que no existe, por lo tanto, $x=-2$ no forma parte del dominio.

Respuesta correcta:

- A. I. Correcto.
- B. II. Incorrecto, -2 hace que se divida entre 0 lo que no existe.
- C. III. Incorrecto, -2 hace que se divida entre 0 lo que no existe.
- D. I. y III. Incorrecto, -2 hace que se divida entre 0 lo que no existe.

Pregunta 26

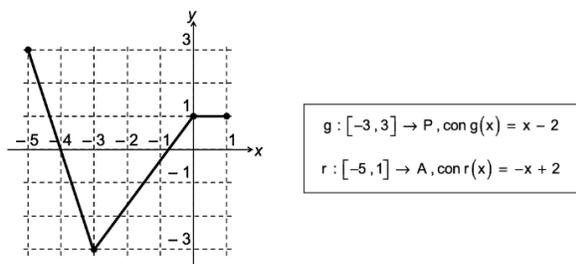


Figura 20. Gráfica de f y expresiones de g y r

Se busca en primera instancia encontrar un intervalo donde “f” tenga inversa. Para obtener la función inversa, se debe despejar la “x” y dejar la función con “y” como variable independiente y la

“x” como la dependiente. Por ejemplo, en la Figura 20, se ven 3 tramos para la gráfica de “f”, primero de izquierda a derecha una función del tipo lineal con la forma $y=mx+b$, con m negativo pues la recta es decreciente, el segundo tramo es de la misma forma. sólo que con m positiva ya que la función crece, y por último se tiene una recta horizontal del tipo $y=a$, siendo a un número en este caso $a=1$. Entonces, para los primeros dos tramos, si se tiene una x en la expresión, por lo que si es posible encontrar la inversa, como se mencionó, se debe despejar la “x”, si se tiene $y=mx+b$, la inversa es: $x=(y-b)/m$. Entonces cualquier intervalo desde $x=-5$ hasta $x=-3$, o de $x=-3$ hasta $x=0$ permite encontrar la inversa. Por otra parte, en cualquier intervalo desde $x=0$ hasta $x=1$, no se puede encontrar una función inversa.

Respuesta correcta:

- A. [-1,1]. Incorrecto, incluye al 1 que no tiene inversa.
- B. [-2,1]. Incorrecto, incluye al 1 que no tiene inversa.
- C. [-4,-2]. Incorrecto, si bien este es un intervalo que está dentro de los intervalos que permiten función inversa, desde $x=-4$ hasta $x=-3$ se tiene una función decreciente, y desde $x=-3$ hasta $x=-2$ se tiene una función creciente, por lo que se tiene una combinación de dos tramos con expresiones distintas.
- D. [-5,-4]. Correcto.

Pregunta 27

Se tienen las siguientes proposiciones:

- I. $(f \circ g)(-2) = -4$. Es igual que $f(g(-2))$. $g(-2) = -2 - 2 = -4$. Ahora $f(-4) = 0$, I. es incorrecto.
- II. Es factible efectuar $(g \circ r)(x)$. NO es factible, ya que los dominios de ambas funciones son distintos.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, ambas son mentira.

B. ninguna. Correcto.

C. solo la I. Incorrecto, ambas son mentira.

D. solo la II. Incorrecto, ambas son mentira.

Pregunta 28

I. $A=\{-1,0\}$ y $B=\{1,2\}$, R es la relación de A en B, R: $y=-x+1$

II. $D=\{0,2\}$ y $E=\{1,5\}$, Q es la relación de D en E, Q: $y=x^2+1$

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto, R es función, ya que al evaluar -1 en $y=-1+1=2$, y al evaluar 0 $y=0+1=1$, B debería ser $B=\{0,1\}$ y Q sí es función, pues al evaluar 0 $y=0^2+1=1$ y al evaluar 2 $y=2^2+1=5$.

B. ninguna. Incorrecto, ambas son funciones.

C. solo la I. Incorrecto, R no es función.

D. solo la II. Incorrecto. Ambas son funciones.

Pregunta 29

Si $f(x)=(x/2)-3$ y $f^{-1}(x)=a*x+b$, se cumple que:

Se debe hacer $f(x)=y$ y despejar la "x":

$$y=(x/2)-3$$

$$y-3=x/2$$

$$x=2*(y-3)$$

$$x=2*y-6$$

Respuesta correcta:

A. $a=2$ y $b=6$. Incorrecta, a está bien, pero b tiene signo contrario.

B. $a=6$ y $b=2$. Incorrecto. Están invertidos, y el 6 debe ser negativo.

C. $a=2$ y $b=-6$. Correcto.

D. $a=-6$ y $b=2$. Incorrecto, están invertidos.

Pregunta 30

Se tiene la función "f" que posee inversa

$$f:[8,+\infty[\rightarrow \mathbb{P}, f(x)=2*\text{raíz}(x+1)-3.$$

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. El ámbito de f^{-1} es $[3,+\infty[$. El ámbito de la inversa de "f" es el dominio de "f", entonces se busca el dominio de "f", en este caso la limitante es la raíz, pues no puede ser la raíz de un número negativo, entonces $x+1$, que es la expresión dentro de la raíz cuadrada no puede ser negativo, $x+1$, empieza a ser negativo con $x<-1$, ya que si $x=-1$ $-1+1=0$, entonces el dominio de "f" que es el ámbito de " f^{-1} " debe iniciar en $x=-1$, y termina en infinito positivo. Ámbito de f^{-1} $[-1,+\infty[$. I. es falso.

II. El dominio de " f^{-1} " es $[8,+\infty[$. En este caso el dominio de " f^{-1} " es el ámbito de "f", como ya se conoce el dominio de "f", se evalúa el primer término, que es -1, entonces:

$$f(-1)=2*\text{raíz}(-1+1)-3$$

$$f(-1)=2*\text{raíz}(0)-3=-3$$

El dominio de " f^{-1} ", que es igual al ámbito de "f" inicia en $y=-3$, y hasta infinito $[-3,+\infty[$. II. es falso.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, ambas son falsas.

B. ninguna. Correcto.

C. solo la I. Incorrecto, ambas son falsas.

D. solo la II. Incorrecto, ambas son falsas.

Pregunta 31

Se tiene una recta dada por la relación $y=-4x+b$. El par ordenado (1,2) es parte de la recta. Se busca la intersección de la recta con el eje "y". Esto se da cuando x es igual a 0. En este caso se tiene un punto de la recta, dado por el par ordenado $x=1$ y

$y=2$. Entonces se plantea la relación con este par ordenado y se despeja el b :

$$2 = -4 \cdot 1 + b$$

$$2 + 4 = b$$

$$6 = b$$

Entonces la relación queda de la siguiente manera:

$$y = -4x + 6$$

O sea que la recta interseca el eje "y" cuando $x=0$ y en ese caso $y=6$. El punto de intersección está en $(0,6)$

Respuesta correcta:

- A. $(0,3)$. Incorrecto, el "x" está bien pero el "y" está mal.
- B. $(0,6)$. Correcto.
- C. $(0,-2)$. Incorrecto, el "x" está bien pero el "y" está mal.
- D. $(0,-4)$. Incorrecto, el "x" está bien pero el "y" está mal.

Pregunta 32

Se tiene la recta $y=x+3$, y las siguientes proposiciones:

- I. La pendiente es 1. Es cierto, pues la recta es de la forma $y=m \cdot x+b$, donde m es la pendiente y b la intersección con el eje "y". I. es verdad.
- II. La intersección de la recta con el eje "x" es $(3,0)$. Esta intersección se da cuando $y=0$, entonces se sustituye $y=0$ y se despeja el "x":

$$0 = x + 3$$

$$-3 = x$$

Se tiene que la intersección con el eje "x" se da en $x=-3$ y $y=0$, o sea en $(-3,0)$. II. es falso.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, II. es falso.
- B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.
- C. solo la I. Correcto.
- D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 33

Se tiene el mínimo de una función cuadrática en el punto $(1,3)$, entonces el ámbito corresponde a:

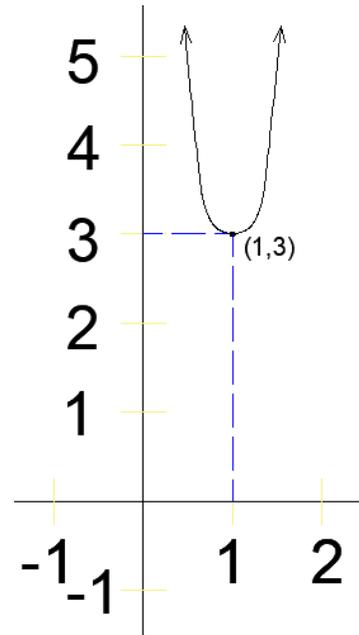


Figura 21. Gráfica de una función cuadrática

Como se ve en la Figura 21, $(1,3)$ es el punto más abajo, o sea que el ámbito inicia en $y=3$, y como las flechas lo indican, la función crece hasta $y=+\infty$, por lo tanto el ámbito es $[3,+\infty[$.

Respuesta correcta:

- A. $]-\infty,1]$. Incorrecto, este intervalo no es parte del ámbito.
- B. $]-\infty,3]$. Incorrecto, solo el 3 es parte del ámbito.
- C. $[1,+\infty[$. Incorrecto, se incluye del 1 al 2, que no forman parte del ámbito.
- D. $[3,+\infty[$. Correcto.

Pregunta 34

Se tiene que $f(x)=b^x$, con un punto de la gráfica de “P” correspondiente a $(-2,16)$. Encontrar el valor de b :

Se debe plantear la función con $x=-2$ y $f(x)=y=16$, y se despeja b de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 16 &= b^{-2} \\ 16 &= 1/b^2 \\ b^2 &= 1/16 \\ \text{raíz}(b^2) &= \text{raíz}(1/16) \\ b &= 1/4 \end{aligned}$$

Respuesta correcta:

- A. 4. Incorrecto, $4=1/b$.
- B. 8. Incorrecto.
- C. 1/4. Correcto.
- D. 1/8. Incorrecto, $1/8=b/2$.

Pregunta 35

Si se tiene $f(x)=\log_b(x)$, $f(b^2)$ es:

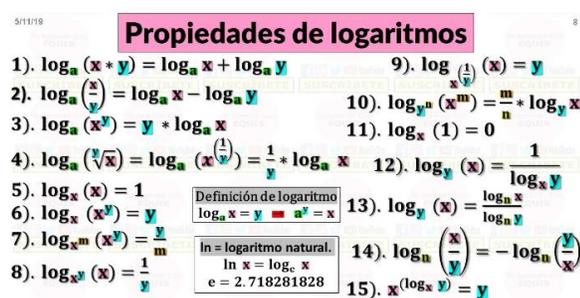


Figura 22. Reglas de logaritmos

Acá se usan las reglas 1 y 5 mostradas en la Figura 22, primero se plantea $f(b^2)=f(b*b)$:

$$f(b^2)=\log_b(b*b)$$

Usando la regla 1:

$$f(b^2)=\log_b(b)+\log_b(b)$$

Usando la regla 5:

$$f(b^2)=1+1=2$$

Respuesta correcta:

- A. 1. Incorrecto, $1=f(b)$
- B. 2. Correcto.
- C. b. Incorrecto.
- D. b^3 . Incorrecto.

Pregunta 36

En la expresión $10^{x+h}=1000^h$ se cumple:

Acá se inicia aplicando \log_{10} a ambos lados, para luego usar la regla 3 y la 5 mostradas en la Figura 22:

$$\log_{10} 10^{x+h} = \log_{10} 1000^h$$

Aplicando la regla 3:

$$(x+h) * \log_{10} 10 = h * \log_{10} 1000$$

$$(x+h) * \log_{10} 10 = h * \log_{10} (10 * 10 * 10)$$

$$(x+h) * \log_{10} 10 = h * (\log_{10}(10) + \log_{10}(10) + \log_{10}(10))$$

Aplicando la regla 5:

$$(x+h) * 1 = h * (1+1+1)$$

$$(x+h) = h * 3$$

$$x = 3 * h - h$$

$$x = 2 * h$$

Respuesta correcta:

- A. $x=2*h$. Correcto.
- B. $x=3*h$. Incorrecto.
- C. $x=-2*h+3$. Incorrecto.
- D. $x=-2*h-3$. Incorrecto.

Pregunta 37

Si el área de un círculo se aumenta en 4π se obtiene otro círculo con área de 200π entonces se debe encontrar el radio del círculo original.

El área del círculo original es la del nuevo círculo menos los 4π que se aumentaron

$$\text{Área Original} = 200\pi - 4\pi = 196\pi$$

Ahora se sabe que el área de un círculo esta dada por la fórmula $\text{Área} = \pi * r^2$, entonces sabiendo que el área original es 196π , se puede sustituir en la ecuación del área del círculo y se despeja r:

$$196\pi = \pi * r^2$$

$$196 = r^2$$

$$\text{raíz}(196) = \text{raíz}(r^2)$$

$$14 = r$$

Respuesta correcta:

- A. 14. Correcto.
- B. 25. Incorrecto.
- C. $2 * \text{raíz}(51)$. Incorrecto.
- D. $10 * \text{raíz}(2)$. Incorrecto.

Pregunta 38

Se tienen las siguientes compras de don Fernando:

1 bollo de pan y 1 litro de leche, costó ₡1000.

3 bollos de pan y 2 litros de leche, costó ₡2700.

Se debe encontrar el costo de cada litro de leche.

Para iniciar se toma $P = 1$ bollo de pan y $L = 1$ litro de leche, ahora se plantean las compras en forma de ecuación, y no se usa el símbolo de colones para facilidad, entonces las ecuaciones de las compras quedan de la siguiente manera:

$$1 * P + 1 * L = 1000$$

$$3 * P + 2 * L = 2700$$

En este caso se debe encontrar el valor de L, entonces en la ecuación 1 se despeja P en términos de L, tal como se muestra enseguida:

$$P = 1000 - L$$

Ahora se sustituye el P despejado en la ecuación 2, y se despeja el L:

$$3 * (1000 - L) + 2 * L = 2700$$

$$3000 - 3 * L + 2 * L = 2700$$

$$3000 - 2700 = 3 * L - 2 * L$$

$$300 = 1 * L$$

Para encontrar cuanto vale cada pan, se sustituye el valor de el litro de leche en la ecuación 1

$$1 * P + 300 = 1000$$

$$P = 1000 - 300 = 700$$

El litro de leche vale ₡300 y el bollo de pan vale ₡700.

Respuesta correcta:

- A. 545. Incorrecto.
- B. 600. Incorrecto, este es el precio de dos litros de leche.
- C. 760. Incorrecto.
- D. 800. Incorrecto

La pregunta esta mal planteada, pues no está la respuesta correcta.

Pregunta 39

t	1	3	9	k
n(t)	0	1	2	3

Se tiene la función logarítmica $n(t)$, mostrada en la tabla anterior, y se busca conocer la imagen de 3, en este caso parece se que la tabla esta al revés, pues debería ser t la variable independiente y $n(t)$ la variable dependiente de t, según las convenciones matemáticas, si este fuera el caso la imagen de 3 es 1, pero parece se la tabla muestra a t como a variable dependiente, y $n(t)$ la independiente, se va a trabajar con t como la variable dependiente y $n(t)$ como la independiente. Con esta convención se tiene que la imagen de 0 es 1, la imagen de 1 es 3, la imagen

de 2 es 9 y faltaría la imagen de 3, se debe identificar como crece la función. Entonces, las imágenes son 1,3,9, el incremento parece ser multiplicando la imagen anterior por 3, pues:

$1*3=3$ y $3*3=9$, entonces la siguiente imagen será $9*3=27$.

Respuesta correcta:

- A. 12. Incorrecto.
- B. 15. Incorrecto.
- C. 18. Incorrecto.
- D. 27. Correcto, este es el resultado de $9*3=27$.

Pregunta 40

Se tiene una fábrica de zapatos, el costo por confeccionar cada zapato es de ₡4000, y además se tiene un costo fijo semanal de ₡100 000 por semana, se busca obtener una función “C”, que indique el costo semanal en colones, por cada par de zapatos, representados por “x”.

Entonces, si “x” es la cantidad de pares de zapatos producidos por semana y ₡4000 el costo por cada par de zapatos, el costo por los zapatos en la semana es de $4000*x$, y además de este costo, se le debe sumar los ₡100 000 del costo fijo por semana, entonces la ecuación para obtener el costo total por producir “x” cantidad de pares de zapatos es la siguiente:

$$C(x)=4000*x+100\ 000$$

Respuesta correcta:

- A. $C(x)=104\ 000*x$. Incorrecto, se esta sumando 100 000 por cada par y no como un costo fijo.
- B. $C(x)=4000*x+100\ 000$. Correcto
- C. $C(x)=5000*x+100\ 000$. Incorrecto, se está tomando el costo por cada par como 5000, mil colones más del costo real.

D. $C(x)=100\ 000*x+4000$. Incorrecto, se está tomando 100 000 como el costo por cada par y los 4000 como el costo fijo, es al revés.

Pregunta 41

Se tiene que el crecimiento de insectos por día está dado por la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4
Cantidad de insectos	4	16	64	k

Se busca el valor de “k” que corresponde a la población de insectos para el día 4. Aquí se debe identificar como es que crece esta población, inicia con 4 el primer día luego 16 para el segundo día y para el 3er día 64. Entonces se identifica que cada día se multiplica el día anterior por 4:

$4*4=16$, $16*4=64$, $64*4=256$. Para el cuarto día habrá 256 insectos.

Respuesta correcta:

- A. 80. Incorrecto.
- B. 85. Incorrecto.
- C. 192. Incorrecto.
- D. 256. Correcto.

Pregunta 42

x	0	1	4	9	n
r(x)	0	1	2	3	4

Con base en la función “r” se tienen las siguientes premisas:

- I. La pre imagen de 4 es 16. Correcto, si se observa la tabla anterior, la función “r” es raíz(x), pues $raíz(1)=1$, $raíz(4)=2$, $raíz(9)=3$, $raíz(16)=4$. I. es verdad.
- II. El modelo que mejor se adapta a la función “r” es una función cuadrática. Como se vio en I. la función $r(x)=raíz(x)$, no es cuadrática. II es falso.

Respuesta correcta:

- A. ambas. II. Incorrecto, II. es falso.
- B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.
- C. solo la I. Correcto.
- D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 43

Se tienen las notas de cívica de un estudiante para los 3 periodos lectivos:

Periodo	I Periodo	II Periodo	III Periodo
Valor porcentual	20%	30%	50%
Nota	100	90	80

Se busca el promedio anual, y se obtiene de la siguiente manera:

Se debe multiplicar la nota por el valor porcentual, pero el valor porcentual se debe dividir entre 100 por ciento antes de multiplicar, entonces se tienen los siguientes valores porcentuales:

I periodo: $20\%/100\%=0,2$

II periodo: $30\%/100\%=0,3$

III periodo: $50\%/100\%=0,5$

Ahora sí, se multiplica cada nota por cada valor porcentual ya dividido entre 100% y se suman los tres, tal como se muestra enseguida:

$$\text{Promedio anual}=(100*0,2)+(90*0,3)+(80*0,5)$$

$$\text{Promedio anual}=(20)+(27)+(40)=87\%$$

Respuesta correcta:

- A. 87. Correcto.
- B. 88. Incorrecto.
- C. 90. Incorrecto.
- D. 92. Incorrecto.

Pregunta 44

Se tienen las calificaciones de 11 estudiante en el mismo examen, mostradas a continuación:

96	92	92	93	98	92	100	93	97	96	96
----	----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----

I. En los datos hay más de una moda. Es correcto, el 92 y el 96 aparecen 3 veces cada uno, por ende, hay dos modas, y se dice que los datos son bimodales.

II. La mediana del grupo es 92. Para encontrar la mediana se ordenan los datos de menor a mayor, y se busca el dato justo a la mitad del total de datos, en este caso luego de ordenar los datos, la mediana será el dato número 6, pues son 11 datos, y si se ubica en el dato 6, se tienen 5 a la derecha y 5 a la izquierda, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

92	92	92	93	93	96	96	96	97	98	100
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

En este caso la mediana es 96 y no 92. II es falso.

III. La media aritmética es 95. Para esto se suman todos los datos y se divide entre el total de 11 datos, pues la media aritmética es lo mismo que el promedio:

$$92+92+92+93+93+96+96+96+97+98+100=1045$$

$$1045/11=95$$

III. es correcto.

Respuesta correcta:

- A. I. Incorrecto, la III. es verdad también.
- B. III. Incorrecto, la I. es verdad también.
- C. I y II. Incorrecto, II es falso.
- D. I y III. Correcto.

Pregunta 45

Se tiene la información de las horas semanales que invierten un grupo de amigos, mostrada en seguida:

Horas dedicadas a escuchar música a la semana por un grupo de amigos	
Horas	Cantidad de amigos
De 4 a menos de 6	2
De 6 a menos de 8	3
De 8 a 10	5

Se busca conocer el promedio total de horas semanales:

La información está en tres intervalos con diferencias de dos horas cada uno, entonces se toma la cantidad de horas por intervalo, como la que está en medio, por ejemplo, en el primer intervalo de 4 a 6 horas, se toma como 5 horas, el de 6 a 8, se toma como 7 horas y el de 8 a 10, se toma como 9 horas. Por otra parte, se tiene un total de 10 amigos, entonces, el promedio se obtiene multiplicando las horas por la cantidad de estudiantes, se suman todas y se divide entre el total de 10 estudiantes:

$$5*2+7*3+9*5=76$$

$$\text{Promedio}=76/10=7,6$$

Respuesta correcta:

- A. 3,3. Incorrecto.
- B. 4,2. Incorrecto.
- C. 5,6. Incorrecto.
- D. 7,6. Correcto.

Pregunta 46

Departamento	Mín	Q1	Me	Q3	Máx
Mercadeo	22	30	34	41	46
Informática	18	26	34	40	44
Contabilidad	19	22	30	34	42
Secretariado	24	28	36	40	52

Se busca el recorrido intercuartílico de los datos del departamento de mercadeo. Este recorrido se calcula como el cuartil 3 menos el cuartil 1,

Recorrido intercuartílico: $Q3-Q1$, $Q3=41$, $Q1=30$, $\text{Recorrido}=41-30=11$.

Respuesta correcta:

- A. 11. Correcto.
- B. 12. Incorrecto, es mayor que el recorrido intercuartílico.
- C. 16. Incorrecto, es mayor que el recorrido intercuartílico.
- D.24. Incorrecto, es mayor que el recorrido intercuartílico.

Pregunta 47

Se busca el recorrido de los datos del departamento de informática:

En este caso, el recorrido total de los datos se toma como el valor máximo menos el valor mínimo:

$$\text{Recorrido}=\text{Máx}-\text{Mín}, \text{Máx}=44, \text{Mín}=18:$$

$$\text{Recorrido}=44-18=26$$

Respuesta correcta:

- A. 10. Incorrecto, es menor que el recorrido.
- B. 14. Incorrecto, es menor que el recorrido.
- C. 18. Incorrecto, es menor que el recorrido.
- D. 26. Correcto.

Pregunta 48

Se tienen las siguientes premisas:

I. Los recorridos intercuartílicos de contabilidad y secretariado son iguales. Para esto se deben calcular los recorridos intercuartílicos de ambos departamentos, se inicia con contabilidad:

$$\text{Contabilidad: } Q1=22, Q3=34, RI=34-22=12$$

$$\text{Secretariado: } Q1=28, Q3=40 RI=40-28=12.$$

I. es verdad.

II. Hay evidencia que los datos de secretariado varían más que los de contabilidad. Para esto se calcula el recorrido de ambos datos:

Contabilidad: Máx=42, Mín=19,

Recorrido=42-19=23

Secretariado: Máx=52, Mín=24,

Recorrido=52-24=28

Ya que el recorrido de secretariado es mayor que el de contabilidad, se puede decir que estos varían más que los de contabilidad. II. es verdad.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Correcto.
- B. ninguna. Incorrecto, ambos son verdad.
- C. solo la I. Incorrecto, ambos son verdad.
- D. solo la II. Incorrecto, ambos son verdad.

Pregunta 49

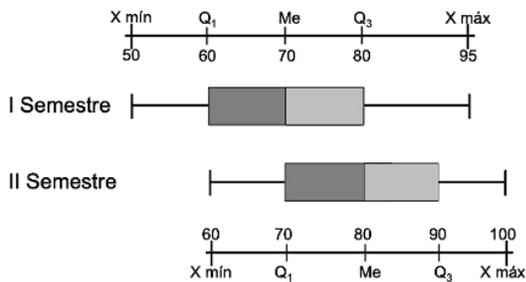


Figura 23. Gráfico de diagrama de cajas

Los diagramas de cajas de la Figura 23, muestran el resumen de las calificaciones finales de estadística en dos semestres.

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. La nota mínima del I semestre es menor que la del semestre II. La nota mínima en el semestre I es 50, y la del semestre II es 60, tal y como se observa en la Figura 23, 50 es menor que 60, por lo que I. es verdad.

II. El recorrido intercuartílico del semestre II es mayor que el del semestre I. Se deben calcular los rangos intercuartílicos restando al Q3 el Q1:

RI semestre I: $Q3-Q1=80-60=20$

RI semestre II: $Q3-Q1=90-70=20$

Si bien los cuartiles son distintos la diferencia entre ellos que es el rango intercuartílico es la misma, por lo que II es falso.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, II.es mentira.
- B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.
- C. solo la I. Correcto.
- D. solo la II. Incorrecto, II.es mentira.

Pregunta 50

Se busca ver si las siguientes proposiciones son falsas o verdaderas:

I. Con certeza, en cada semestre hubo al menos una calificación de 80. Si se recuerda, para encontrar la posición del cuartil hay una formula, y en caso de que la posición quede con decimales, el cuartil se obtiene con una fórmula que utiliza dos de los datos observados, entonces al final el cuartil no necesariamente es un dato observado, sino que puede salir producto de una fórmula, entonces no hay certeza que el semestre I, haya una nota de 80. I. es falso.

II. En cada semestre, al menos un 25% de las notas finales están entre 70 y 80. Es verdad, ya que en el semestre I $Me=70$ y $Q3=80$, entonces el 25% de los datos ubicados entre la media y $Q3$ están en el rango de 70 a 80. Para el semestre II, se tiene que $Q1=70$ y $Me=80$, o sea que el 25% de los datos entre el primer cuartil y la media están en el rango de 70 a 80. II. es verdad.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, I. es falso.

- B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.
C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.
D. solo la II. Correcto.

Pregunta 51

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. El recorrido de las notas del I semestre es mayor que el del segundo semestre. Se deben estimar ambos recorridos restando el mínimo al máximo:

$$\text{Recorrido I: Máx-Mín}=95-50=45$$

$$\text{Recorrido II: Máx-Mín}=100-60=40$$

Es verdad que el recorrido del semestre I es mayor que el del II. I. es verdad.

II. Hay total certeza de que en el semestre II hubo al menos una nota de 80, pero no hay certeza de lo mismo para el semestre I. Es verdad, ya que la mediana en el semestre II. es 80, pero para el Q3 en semestre I no hay evidencia de que sea 80, pudo haber sido calculado con fórmula en caso de que se utilicen dos valores.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Correcto.
B. ninguna. Incorrecto, ambas son correctas.
C. solo la I. Incorrecto, ambas son correctas.
D. solo la II. Incorrecto, ambas son correctas.

Pregunta 52

Se tiene información de parámetros estadísticos de la masa de 32 estudiantes mostrados enseguida:

Género	Cantidad	Promedio de masa en kg	Desviación estándar en kg
Masculino	14	58	3
Femenino	18	48	5

Además, se tienen datos muestrales de 5 estudiantes, que se muestran a continuación:

Esudiante	Masa en kg
Juan	70
José	64
Rita	65
María	64
Ana	60

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. La masa de Juan es relativamente superior a la de Rita. Para esto se debe encontrar las masas relativas (representadas por MR), de la siguiente manera:

$$MR = \frac{\text{Masa} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$$

Juan:

$$MR = \frac{70 - 58}{3} = 4$$

Rita:

$$MR = \frac{65 - 48}{5} = 3,4$$

Efectivamente la masa relativa de Juan es mayor que la de Rita. I. es verdad.

II. En términos relativos, son más variables las masas de las mujeres que las de los varones. Para verificar esto se debe obtener el coeficiente de variación (representado como CV), obtenido de la siguiente manera:

$$CV = 100 * \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}}$$

Mujeres:

$$CV = 100 * \frac{5}{48} = 10,42\%$$

Hombres:

$$CV = 100 * \frac{3}{58} = 5,17\%$$

Efectivamente el coeficiente de variación de las mujeres es mayor que el de los hombres, por lo que si son más variables.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Correcto.
- B. ninguna. Incorrecto, ambas son correctas.
- C. solo la I. Incorrecto, ambas son correctas.
- D. solo la II. Incorrecto, ambas son correctas.

Pregunta 53

I. La masa de José es relativamente superior a la de Ana. Se deben calcular las masas relativas MR:

José:

$$MR = \frac{64-58}{3} = 2$$

Ana:

$$MR = \frac{64-48}{5} = 2,4$$

Como la MR de Ana es mayor que la MR de José, I. es falso.

II. En términos relativos José y María tienen la misma masa. Es correcto, ambos tienen 64 kg.

José:

$$MR = \frac{64-58}{3} = 2$$

María:

$$MR = \frac{60-48}{5} = 3,2$$

Ya que la MR de María es mayor que la MR de José, II. es falso.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- B. ninguna. Correcto.
- C. solo la I. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- D. solo la II. Incorrecto, ambas son incorrectas.

Pregunta 54

Se tiene el espacio muestral E:

$$E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$$

Además, se tienen 3 eventos:

- A: obtener un número divisible por 2.
- B: obtener un número divisible por 3.
- C: obtener un número mayor o igual que 6.

Y la relación de los eventos A y C se muestra en la

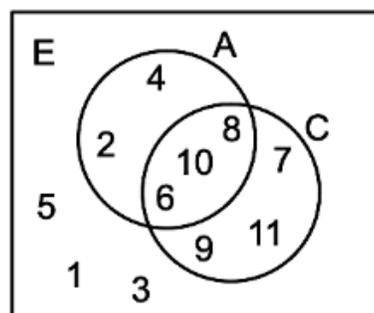


Figura 24. Relación de eventos A y C en E

Considere cuales de las proposiciones son verdad:

I. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Se tiene que la intersección de A y B se da por 6, ya que este es un número divisible por 2 y por 3 a la vez, por lo que se debe restar esta probabilidad, entonces:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. I es incorrecto.

II. El complemento de C con respecto a E es $C^c = \{1,3,5\}$. Como espacio de C es el conjunto de números mayores o iguales que 6, el complemento son los números menores que 6, o sea $C^c = \{1,2,3,4,5\}$. II. es incorrecto.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- B. ninguna. Correcto.
- C. solo la I. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- D. solo la II. Incorrecto, ambas son incorrectas.

Pregunta 55

I. $P(B \cap C) = 0$. Incorrecto, ya que el 9 es un número mayor que 6 divisible por 3.

II. $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$. Es verdad, ya que como tienen una intersección, esta intersección debe restarse a la suma de las probabilidades individuales.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, la I es falsa.
- B. ninguna. Incorrecto, la II es verdad.
- C. solo la I. Incorrecto, la I es falsa.
- D. solo la II. Correcto.

Pregunta 56

I. $P(A \cup B \cup C) = 1$.

$P(A \cup B \cup C) =$

$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C)$

Hay 5 números divisibles por 2: {2,4,6,8,10}, y en total hay 11 números:

$P(A) = 5/11 = 0,45$

Hay 3 números divisibles por 3: {3,6,9}

$P(B) = 3/11 = 0,27$

Hay 6 números mayores o iguales que 6: {6,7,8,9,10,11}

$P(C) = 6/11 = 0,55$

Hay un número divisible por 2 y 3: {6}

$P(A \cap B) = 1/11 = 0,09$

Hay 3 números mayores o iguales que 6 divisibles por 2: {6,8,10}

$P(A \cap C) = 3/11 = 0,27$

Hay dos números mayores o iguales que 6 divisibles por 3: {6,9}

$P(B \cap C) = 2/11 = 0,18$

Entonces ya se tienen las probabilidades de los eventos individuales y las intersecciones, ahora se suman las individuales y se restan las intersecciones:

$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C)$

$0,45 + 0,27 + 0,55 - 0,09 - 0,27 - 0,18 = 0,73$.

Como $P(A \cup B \cup C) = 0,73$ no es 1, I. es incorrecto.

II. B se compone por dos puntos muestrales. Se tienen los siguientes números divisibles por 3:

3, 6, 9, o sea que son 3 puntos muestrales y no dos. II. es incorrecto.

Respuesta correcta:

- A. ambas. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- B. ninguna. Correcto.
- C. solo la I. Incorrecto, ambas son incorrectas.
- D. solo la II. Incorrecto, ambas son incorrectas.

Pregunta 57

Bolsa # 1	Bolsa # 2	Bolsa # 3	Bolsa # 4
5 rojos	10 rojos	3 rojos	6 rojos
1 azul	1 azul	1 azul	1 azul
4 blancos	4 blancos	4 blancos	4 blancos

Se busca cual bolsa ofrece la mayor probabilidad de obtener al azar un balón blanco o azul. Para esto se debe obtener la probabilidad de obtener un balón blanco o azul en cada una de las bolsas. De una vez se calcula la probabilidad de todos los balones en todas las bolsas dividiendo la cantidad de balones de cada color entre la cantidad de balones total por bolsa de la siguiente manera:

Bolsa		1	2	3	4
Balones totales		10	15	8	11
Balones rojos	Unidades	5	10	3	6
	Probabilidad	0,50	0,67	0,38	0,55
Balones azules	Unidades	1	1	1	1
	Probabilidad	0,10	0,07	0,13	0,09
Balones blancos	Unidades	4	4	4	4
	Probabilidad	0,40	0,27	0,50	0,36

Ahora se suman las probabilidades de balones blancos representado por P(B) o azules P(A) por bolsa, estos se suman pues puede ser uno o el otro.

Bolsa #1:

$$P(B)=0,4; P(A)=0,1$$

$$P(B)+P(A)=0,5$$

Bolsa #2:

$$P(B)=0,27; P(A)=0,07$$

$$P(B)+P(A)=0,34$$

Bolsa #3:

$$P(B)=0,5; P(A)=0,13$$

$$P(B)+P(A)=0,63$$

Bolsa #4:

$$P(B)=0,36; P(A)=0,09$$

$$P(B)+P(A)=0,45$$

Se tiene que la mayor probabilidad de obtener un balón Azul o Blanco al azar esta en la bolsa #3, la segunda en la #1, luego la #4 y por último la #2.

Respuesta correcta:

- A. 1. Incorrecto.
- B. 2. Incorrecto.
- C. 3. Correcto.
- D. 4. Incorrecto.

Pregunta 58

La bolsa con la mayor probabilidad de obtener un balón al azar rojo o blanco es:

Se deben sumar las probabilidades de los balones rojos P(R) y blancos P(B)

Bolsa #1:

$$P(B)=0,4; P(R)=0,5$$

$$P(B)+P(R)=0,9$$

Bolsa #2:

$$P(B)=0,27; P(R)=0,67$$

$$P(B)+P(R)=0,94$$

Bolsa #3:

$$P(B)=0,5; P(R)=0,38$$

$$P(B)+P(R)=0,88$$

Bolsa #4:

$$P(B)=0,36; P(R)=0,55$$

$$P(B)+P(R)=0,91$$

Se tiene que la mayor probabilidad de obtener un balón blanco o rojo es la bolsa #2, la segunda es la #4, luego la #1 y por último la #3.

Respuesta correcta:

- A. 1. Incorrecto.
- B. 2. Correcto.
- C. 3. Incorrecto.
- D. 4. Incorrecto.

Pregunta 59

Se tienen los siguientes resultados respecto a un estudio de lateralidad

Lateralidad de los estudiantes			
Sexo	Izquierdo (a)	Derecho (a)	Total
Mujeres	2	18	20
Hombres	3	30	33
Total	5	50	53

Se busca la probabilidad de obtener al azar una mujer izquierda o un hombre derecho.

$$\text{Mujer izquierda} = 2/53$$

$$\text{Hombre derecho} = 30/53$$

$$\text{Mujer izquierda u Hombre derecho} \\ = 2/53 + 30/53 = 32/53$$

Respuesta correcta:

A. 21/53. Incorrecto.

B. 25/53. Incorrecto.

C. 32/53. Correcto.

D. 35/53. Incorrecto.

Pregunta 60

Ahora se busca un estudiante al azar que sea hombre izquierdo o mujer izquierda o derecha.

$$\text{Mujer} = 20/53.$$

$$\text{Hombre izquierdo} = 3/53$$

$$\text{Mujer u Hombre izquierdo} = 3/53 = 20/53 + 23/53$$

Respuesta correcta:

A. 22/53. Incorrecto.

B. 23/53. Correcto.

C. 36/53. Incorrecto.

D. 38/53. Incorrecto.