Solucionario examen Matemáticas Educación Diversificada 03-2019

En el siguiente solucionario, se dará una argumentación breve sobre las respuestas del examen y los motivos por los cuales están correctas o incorrectas.

Pregunta 1

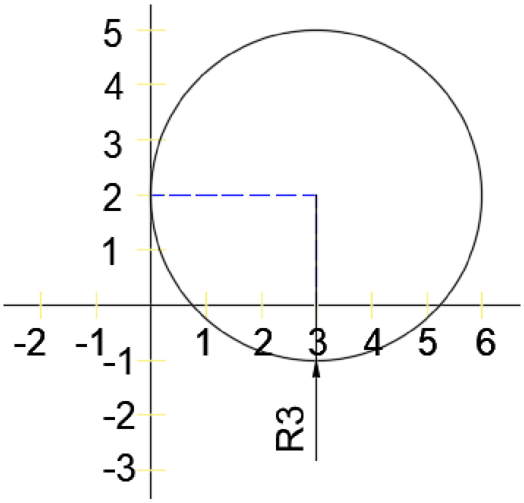


Figura 1. Circunferencia radio 3

Se tiene la circunferencia de la Figura 1, donde se observa que el centro se ubica en x=3 y y=2, o sea el par ordenado del centro es (3,2). También se observa en la figura que del centro hacia abajo en "y" se tienen 3 unidades hasta tocar la circunferencia, las 2 positivas y una negativa, por lo que el radio de dicha circunferencia es 3.

Ahora se ven las dos proposiciones:

I. El radio de la circunferencia es 2. Esto es falso, ya que como se vio anteriormente la circunferencia tiene un radio de 3, 2 sería sin contar la unidad negativa.

II. $(x+3)^2+(y+2)^2=4$ es la ecuación de la circunferencia. Como la ecuación de la circunferencia es $r^2=(x-a)^2+(y-b)^2$, donde r es el radio y el centro es (a,b), entonces sabiendo que el centro es (2,3) y el radio es 3, la ecuación debe ser: $(x-3)^2+(y-2)^2=3^2$ igual a $(x-3)^2+(y-2)^2=9$. Por lo tanto, II. es falso.

Respuesta correcta:

A. ambas. No es correcto, ambas son falsas.

B. ninguna, es correcta ya que ambas premisas son falsas.

C. solo I. La proposición I, es falsa.

D. solo II. La proposición II, es falsa.

Pregunta 2

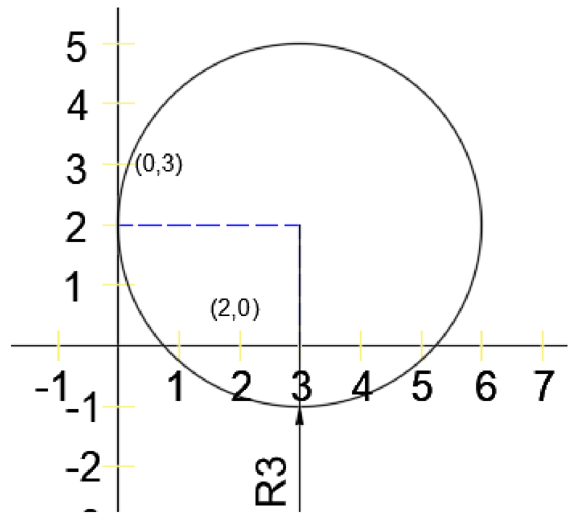


Figura 2. Circunferencia y dos puntos

Se tiene lo siguiente:

I. (2,0) es interior a la circunferencia. Como se observa en la Figura 2, el punto se encuentre en el 2 sobre el eje "x", y este efectivamente esta dentro de la circunferencia por lo que I. es verdadero.

II. (0,3) es exterior a la circunferencia. En este caso, como se ve en la Figura 2, el punto se ubica sobre el eje "y", en el 3, y este esta por fuera de la circunferencia, por lo que II. es verdad.

Respuesta correcta:

A. ambas. Es correcto, ambas son verdad.

B. ninguna, es incorrecta ya que ambas premisas son verdad.

C. solo I. La proposición I, es verdad, pero falta la II. que es verdad también.

D. solo II. La proposición II, es verdad, pero falta la I. que es verdad también.

Pregunta 3

Se tiene una circunferencia de radio 5 y de centro (2,-3). Se busca la ecuación de la misma. Se sabe que la ecuación tiene la forma: $r^2=(x-a)^2+(y-b)^2$. Todas las respuestas tienen $r^2=5^2=25$, entonces la correcta será la que tenga bien el centro.

Respuesta correcta:

A. $(x-2)^2+(y+3)^2=25$. Centro a=2 b=-3, ya que coincide con la pregunta, entonces esta es la correcta.

B. $(x+2)^2+(y-3)^2=25$. Centro a=-2 b=3, ya que no coincide con la pregunta, entonces esta es incorrecta.

C. $(x+2)^2+(y+3)^2=25$. Centro a=-2 b=-3, ya que no coincide con la pregunta, entonces esta es incorrecta.

D. $(x-2)^2+(y-3)^2=25$. Centro a=2 b=3, ya que no coincide con la pregunta, entonces esta es incorrecta.

Pregunta 4

Se tiene la circunferencia $(x-1)^2+(y+3)^2=9$, de la ecuación se sabe que el centro esta en (1,-3), y el radio es 3, ya que $r^2=3^2=9$. Se tienen 2 proposiciones:

I. y=0 es secante a la circunferencia. Siempre que se tiene y=a, siendo a cualquier número, se sabe que la recta es horizontal, en este caso al ser a=0, la recta horizontal coincide con el eje "x". Sabiendo que el centro esta en y=-3, y que el radio es r=3, o sea que de -3 se mueve 3 en todas direcciones, se ve que moviéndose 3 hacia arriba, la circunferencia llega hasta y=0, que es la recta naranja mostrada en la Figura 3, y esta recta toca la circunferencia en un único punto, lo que es la definición de una recta tangente. Como la recta secante debe tocar la circunferencia en dos puntos, entonces I es falso.

II. x=0 es tangente a la circunferencia. En este caso, cualquier recta x=a, siendo a cualquier número, indica que la recta es vertical, como se tiene que a=0, la recta x=0 coincide con el eje "y". El centro esta en x=1, si se mueve desde el centro hacia la izquierda con radio r=3, la circunferencia llega hasta x=-2 en su punto más a la izquierda, como la recta es vertical y pasa por x=0, entonces toca la circunferencia en dos puntos, tal y como se observa la línea amarilla en la Figura 3. Como se vio en I., cuando la recta toca dos veces la circunferencia se tiene una recta secante, y no tangente que se da cuando se toca un único punto. Entonces II. es falso.

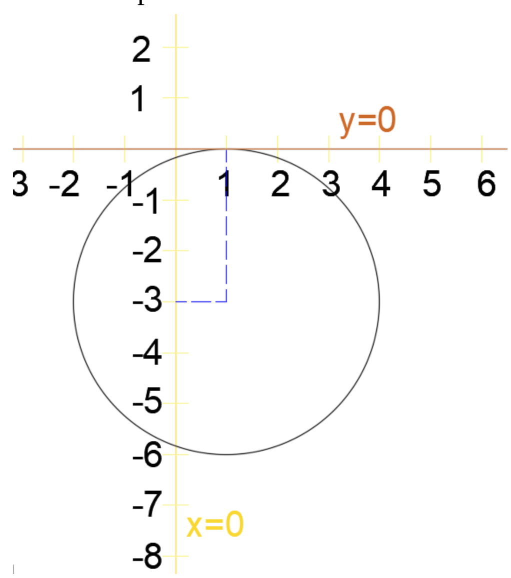


Figura 3. Circunferencia con rectas tangente y secante

Respuesta correcta:

A. ambas. Es incorrecto ya que I. y II. son falsas.

B. ninguna. Esta es la correcta, pues ninguna es verdadera.

C. solo I. Es incorrecto ya que I. es falsa.

D. solo II. Es incorrecto ya que II. es falsa.

Pregunta 5

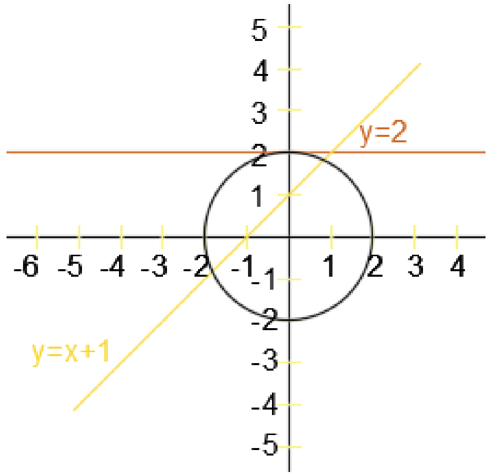


Figura 4. Circunferencia de radio 2 con dos rectas

Se tienen las siguientes proposiciones respecto a la circunferencia $x^2+y^2=4$ centro (0,0) y radio r=2:

I. y=2 es exterior a la circunferencia. Ya es conocido que y=a es horizontal, y esta se tiene horizontal a la altura de y=2 tal y como se ve la línea naranja de la Figura 4, como el radio es de 2 y el centro esta en y=0, el punto más arriba de la circunferencia esta en y=2, lo que produce que la recta y=2 toque la circunferencia en un solo punto, lo que la convierte en una recta tangente, y no exterior. I. es falsa.

II. y=x+1 es tangente a la circunferencia. Se tiene una recta de la forma y=mx+b. Donde "m" es la pendiente m=cambio en y/cambio en x, lo que significa que como m es positiva, por cada unidad que se mueva hacia arriba en "y" también se mueve una unidad en "x", y por otra parte, "b" es la intersección de la recta con el eje "y". EN este caso se tiene que la recta toca el eje "y" en y=1, y de allí se mueve una unidad hacia arriba y una hacia la derecha, finalmente para trazar la recta se unen los puntos "b" y el punto que se ubicó al moverse una unidad arriba y a la derecha, y se obtiene la recta amarilla mostrada en la Figura 4. Como se observa en la misma figura, esta recta choca dos veces con la circunferencia, lo que la convierte en una recta secante, y no tangente, por lo que II. es falsa.

Respuesta correcta:

A. ambas. No es correcto, ya que I. y II. son falsas.

B. ninguna Esta es la correcta, ya que ninguna proposición es verdad.

C. solo I. No es correcto, ya que I. es falsa.

D. solo II. No es correcto, ya que II. es falsa.

Pregunta 6

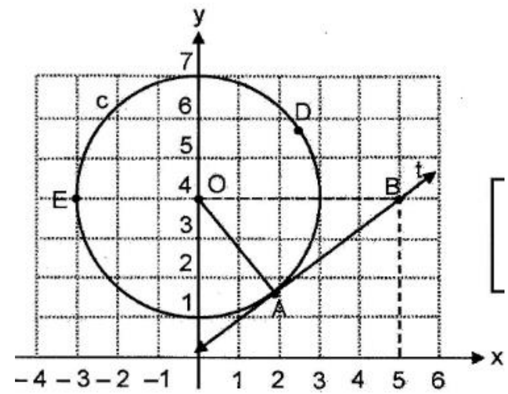


Figura 5. Circunferencia con recta tangente

O: centro de la circunferencia "c".

A: punto de tangencia de "t" con "c".

Respecto a la recta tangente "t" se debe encontrar cual de la respuesta es verdad.

Respuesta correcta:

A. paralela a la recta DO. No hay manera de saber el ángulo entre DO y "t", por lo que no hay certeza de que DO sea paralela a "t", aunque a simple vista parezca que sí lo es.

B. paralela a la recta BE. Claramente se aprecia en la Figura 5 que existe un ángulo agudo entre BE y "t", por lo que no son paralelas entre sí.

C. perpendicular a la recta AD. Claramente se aprecia en la Figura 5 que existe un ángulo agudo entre AD y "t", por lo que no son paralelas entre sí.

D. perpendicular a la recta AO. Por definición, se sabe que el radio de un círculo es perpendicular a cualquier recta tangente en el punto de tangencia, por lo que con certeza se sabe que AO si es perpendicular a “t”. Entonces esta es la correcta.

Pregunta 7

Como se observa en la Figura 5, el centro de la circunferencia original se tiene en (0,4), y el radio es 3, ya que del centro en 4 hasta el punto más arriba en 7 existen 3 unidades, entonces si se mantiene el centro en “y”, y en “x” se mueve dos unidades a la derecha, el nuevo centro se localiza en (2,4), tal y como se ve en la intersección de las rectas azules punteadas mostradas en la Figura 6. Entonces, como la ecuación de la circunferencia es $r^2=(x-a)^2+(y-b)^2$, se tiene $3^2=9=(x-2)+(y-4)$.

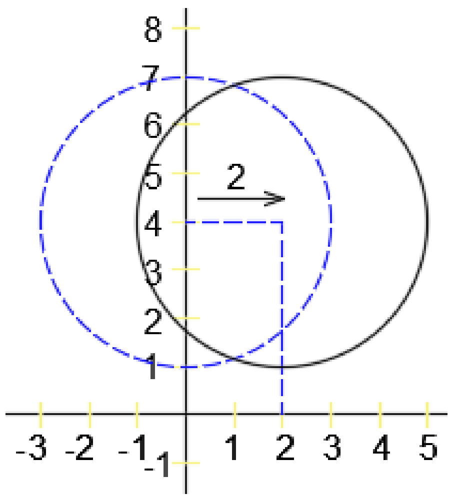


Figura 6. Traslación del centro en "x"

Como todas las respuestas tienen radio r=3, la diferencia está en los centros de las circunferencias.

Respuesta correcta:

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=9$. Centro en (2,-2), no es correcto.

B. $(x-2)^2+(y-4)^2=9$. Centro en (2,4), es correcto.

C. $(x-6)^2+(y-2)^2=9$. Centro en (6,2), no es correcto.

D. $(x+6)^2+(y+2)^2=9$. Centro en (-6,-2), no es correcto.

Pregunta 8

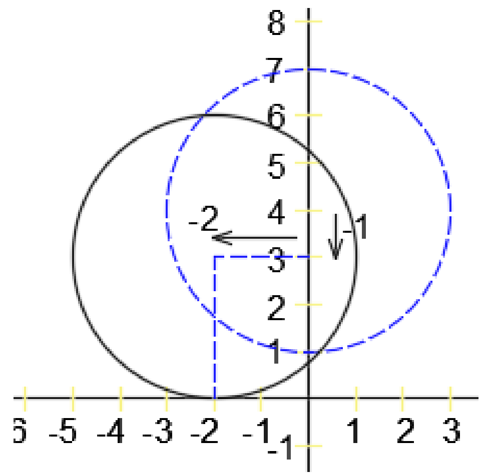


Figura 7. Circunferencia trasladad en "x" y "y"

Como se observa en la Figura 5, el centro de la circunferencia original se tiene en (0,4), y el radio es 3, ya que del centro en 4 hasta el punto más arriba en 7 existen 3 unidades, entonces si se mueve el centro una unidad hacia abajo en “y”, y en “x” se mueve dos unidades a la izquierda, el nuevo centro se localiza en (-2,3), tal y como se ve en la intersección de las rectas azules punteadas mostradas en la Figura 7Figura 6. Entonces, como la ecuación de la circunferencia es $r^2=(x-a)^2+(y-b)^2$, se tiene $3^2=9=(x+2)+(y-3)$.

Como todas las respuestas tienen radio r=3, la diferencia está en los centros de las circunferencias.

Respuesta correcta:

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=9$. Centro en (-2,3), es correcto.

B. $(x-2)^2+(y+3)^2=9$. Centro en (2,-3), no es correcto.

C. $(x-6)^2+(y-2)^2=9$. Centro en (6,2), no es correcto.

D. $(x-2)^2+(y-5)^2=9$. Centro en (2,5), no es correcto.

Pregunta 9

Se tiene el siguiente polígono:

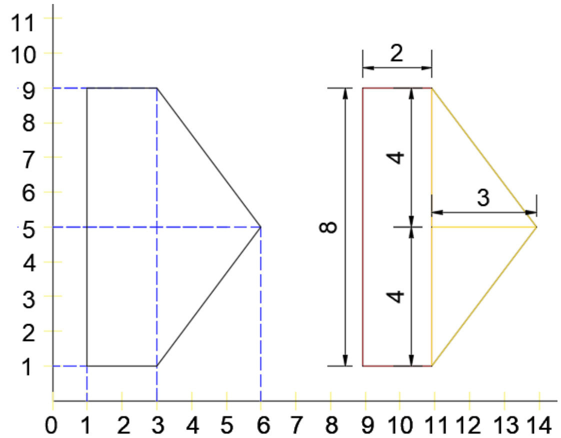


Figura 8. Polígono de 5 lados

Como se observa en la Figura 8, el polígono puede verse como un rectángulo de 8 unidades de largo y 2 de ancho, y además dos triángulos iguales, con 4 unidades de base y 3 de altura. Entonces, solo falta por conocer la hipotenusa de los triángulos para calcular el perímetro mostrada en la Figura 9.

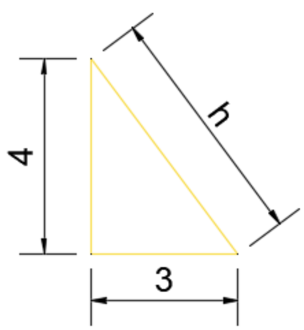


Figura 9. Triángulo

Se calcula la hipotenusa por Pitágoras tal y como se muestra enseguida:

$$\text{hipotenusa}^2=\text{cateto1}^2+\text{cateto2}^2$$

$$h^2=4^2+3^2=16+9$$

$$h=\text{raíz}(25)=5$$

Ahora si se vuelve a la Figura 8, ya se conocen todos los lados, por lo que simplemente se suman los 5 lados del polígono:

Perímetro=8+2+5+5+2=22

Respuesta correcta:

A. 22. Correcta.

B. 23. Incorrecta.

C. 25. Incorrecta.

D. 26. Incorrecta.

Pregunta 10

Ahora se requiere el área del polígono mostrado en la Figura 8, como se muestra en la figura, se tiene un rectángulo y dos triángulos, por lo tanto el área del polígono es:

$$\text{Área}=\text{A.Rectángulo}+(2*\text{A.Triángulo})$$

$$A=(2*8)+[2*(3*4)/2]$$

Dentro del paréntesis cuadrado se tiene un 2 arriba y un dos abajo por lo que se cancelan entre sí, y queda:

$$A=(2*8)+[(3*4)]$$

$$A=16+12=28$$

Respuesta correcta:

A. 20. Incorrecta.

B. 21. Incorrecta.

C. 27. Incorrecta.

D. 28. Correcta.

Pregunta 11

Se tiene un polígono con apotema igual a 5*raíz(3) y tiene un máximo de 9 diagonales.

Lo primero que se debe hacer es identificar el número de lados del polígono. Si se parte de polígono cuadrado que es el más sencillo, se sabe que tiene un máximo de 2 diagonales asociado a 4 lados, un hexágono, tiene un máximo de 3 diagonales asociadas a 6 lados, un octágono, tiene un máximo de 4 diagonales, asociadas a 8 lados, entonces, como se aprecia en la Figura 10, un polígono regular tiene el doble de lados que el máximo de sus diagonales.

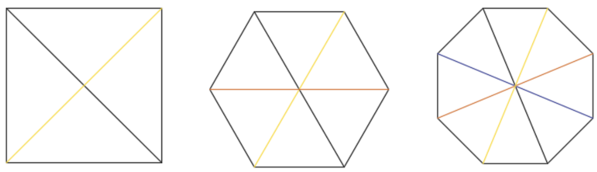


Figura 10. Polígonos regulares con diagonales

Entonces, si el polígono tiene 9 diagonales 9*2=18, este tendrá 18 lados.

La segunda cosa por hacer, es encontrar la medida de los ángulos internos del polígono, esto se encuentra sabiéndolo de memoria o bien con la siguiente fórmula:

$$\theta=180-\frac{360}{n}$$

$$\theta=180\text{-}360/18$$

$$\theta=180\text{-}20=160°$$

Entonces ya se sabe que el polígono tiene 18 lados y que sus ángulos internos miden 160°, tal y como se muestra en la Figura 11.

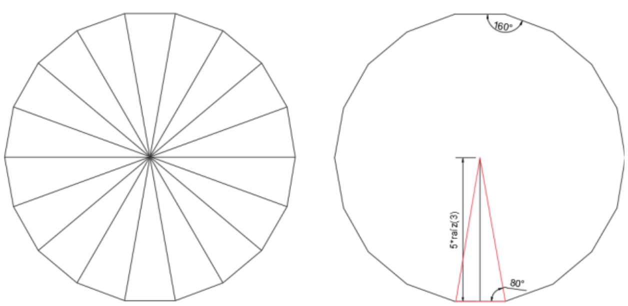


Figura 11. Polígono 18 lados

Ahora, si se retoma el problema se tienen 2 proposiciones:

I. El área del polígono es 150*raíz(3). El área se puede encontrar sumando 18 veces el área del triángulo rojo mostrado en la Figura 11, que se puede ver como un triángulo isósceles, conformado por dos triángulos rectángulos como el que se muestra en la Figura 12, o sea que el área del triángulo isósceles es la base del triángulo rectángulo por la altura. Ya se conoce la apotema que es la altura del triángulo entonces se debe encontrar el valor de la base.

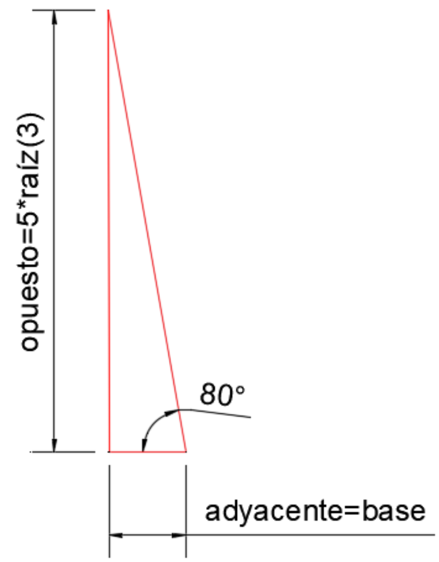


Figura 12. Triángulo rectángulo

Para encontrar la base del triángulo de la Figura 12, se debe utilizar trigonometría, en este caso la relación de tangente, pues se conoce uno de los ángulos internos.

$$\tan(\theta)=\frac{opuesto}{adyacente}$$

Despejando la base (adyacente) se obtiene:

$$adyacente=\frac{opuesto}{\tan(\theta)}$$

$$adyacente=\frac{5\cdot raíz(3)}{\tan(80)}=\frac{5\cdot raíz(3)}{5{,}67}$$

base=adyacente=1,53

Como ya se conoce la base del triángulo rectángulo, se puede calcular el área del triángulo isósceles (ATI) tal y como se muestra enseguida:

ATI=base*altura=1,53*5*raíz(3)=7,65*raíz(3)

Ahora se debe multiplicar el área ATI por los 18 triángulos para completar el área del polígono (AP):

AP=18*7,65*raíz(3)=137,7*raíz(3)

El área es diferente a 150*raíz(3), por lo que I. es falso.

II. El perímetro es 78. Como ya se conoce la base de un triángulo rectángulo, solo queda encontrar el lado del polígono, que es simplemente dos veces la base, y multiplicar dicho lado por los 18 lados del polígono para encontrar su perímetro:

Lado=2*1,53=3,06

Perímetro=18*3,06=55,08

El perímetro es diferente a 78, por lo que II es falso.

Respuesta correcta:

A. ambas. No es correcto, ya que ambas premisas son falsas.

B. ninguna. Es correcto.

C. solo la I. No es correcto, ya que I. es falsa.

D. solo la II. N o es correcto, ya que II. es falsa.

Pregunta 12

Lote rectangular, 4 lados, 2 lados de la misma medida. El costo por metro cuadrado es ₡10 000/m². Perímetro es igual a 46 m, y el largo excede al ancho en 7 metros. Se busca conocer el costo del lote. Para esto se debe encontrar el área del lote. Se inicia con el perímetro que ya se conoce:

Perímetro=Largo+Largo+Ancho+Ancho

Perímetro=2*Largo+2*Ancho

Luego, se sabe que el largo es 7 metros mayor que el ancho, o sea que el largo es el ancho más 7 metros:

Largo=Ancho+7

Ahora se sustituye el largo en el perímetro:

Perímetro=2*(Ancho+7)+2*Ancho

Como ya se conoce el perímetro de 46 m, se sustituye y se despeja el ancho:

46=[2*(Ancho+7)]+2*Ancho

46=[2*Ancho+14)]+2*Ancho

46=4*Ancho+14

46-14=4*Ancho

32=4*Ancho

32/4=Ancho

Ancho=8

Como ya se conoce que el ancho es 8 m, para encontrar el largo se le suma 7 a los 8 m:

Largo=Ancho+7=8+7=15 m

Ahora para encontrar el área se multiplica el ancho por el largo, ya que es un rectángulo:

Área=Ancho*Largo=8*15=120 m²

Como ya se conoce el área del lote, y también se conoce el costo por metro cuadrado, simplemente se multiplican la cantidad de metros cuadrados por el costo como se muestra enseguida:

Costo del lote=Área*Costo por m²

Costo del lote=120 m²*₡10 000/m².

Como se tienen m² arriba y abajo estos se cancelan y al multiplicar queda el costo total en colones:

Costo del lote=₡1 200 000

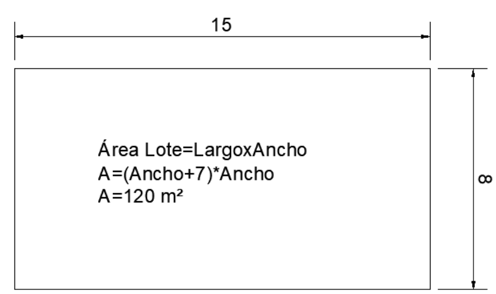


Figura 13. Lote rectangular

Respuesta correcta:

A. 540 000. Incorrecta, es menor al costo.

B. 1 200 000. Correcta es igual al costo calculado.

C. 3 220 000. Incorrecta, es mayor al costo.

D. 4 800 000. Incorrecta, es mayor al costo.

Pregunta 13

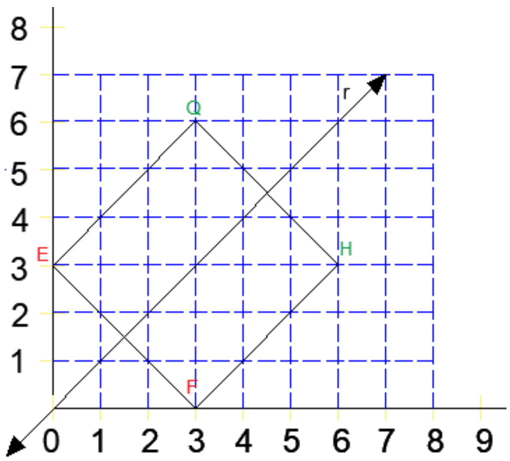


Figura 14. Cuadrado con eje de simetría

De la Figura 14, se tiene un eje de simetría representado por la recta "r", donde la simetría se toma como un espejo perpendicular a la recta "r", como se muestra en la figura los puntos verdes, Q y H son simétricos, así como los puntos rojos, E y F también lo son entre sí. Entonces se pregunta de las respuestas cuales puntos son homólogos, que quiere decir que son iguales respecto al eje de simetría.

Respuesta correcta:

A. F y Q. Serían homólogos, si la recta "r" pasa por los puntos E y H, lo que no es así, entonces no es correcto.

B. F y H. Incorrecto, serían homólogos si la recta "r" se rota 90° con el eje de rotación en el centro del cuadrado.

C. E y F. Es correcto, por la razón descrita anteriormente, son los dos puntos rojos.

D. E y H. Serían homólogos si el eje pasa por os puntos Q y F, que es incorrecto.

Pregunta 14

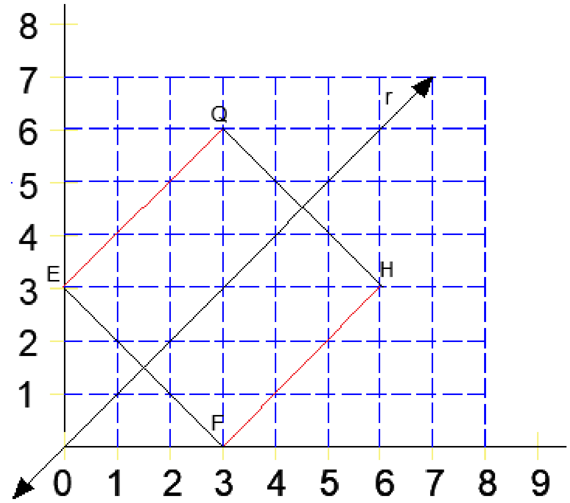


Figura 15. Cuadrado con rectas homólogas

Siguiendo el mismo principio que en la **Pregunta 13,** las únicas rectas homólogas, son las marcadas en color rojo, ya que son aquellas que se "reflejan en el espejo de simetría".

Respuesta correcta:

A. FQ Y EQ. No hay manera de acomodar el eje de simetría para que estos segmentos sean homólogos. Incorrecta.

B. FQ y EH. Estos segmentos son perpendiculares, no hay manera de acomodar el eje de simetría para que sean homólogos, incorrecta.

C. EF y QH. Incorrecto, serían homólogos si la recta "r" se rota 90° con el eje de rotación en el centro del cuadrado.

D. EQ y FH. Estas sí son homólogas, ya que son las que "reflejan" a ellas mismas respecto a "r". Correcta.

Pregunta 15

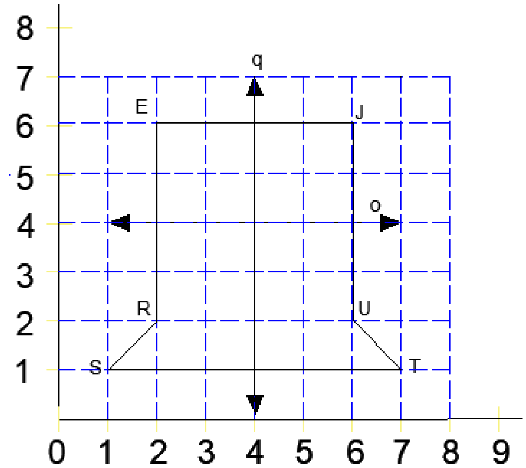


Figura 16. Polígono irregular

Se tiene el polígono de la Figura 16, y se tienen las siguientes premisas:

I. Eje de simetría del polígono ERSTUJ corresponde a y=4. La recta y=4 es horizontal, y esta corresponde a la recta "o" mostrada en la Figura 16, el eje de simetría del polígono sería x=4, que corresponde a la recta "q" mostrada en la misma figura, esto pues el lado derecho e izquierdo respecto a "q" son iguales. Por tanto I. es falso.

II. Existe un eje de simetría para el cuadrilátero ERUJ, tal que, E sea homólogo a R entre sí. Es verdad, ya que el eje "o" que corresponde a y=4, hace que E y R sean homólogos entre sí, para el cuadrilátero ERUJ.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I. es falso.
B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.
C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.
D. solo la II. Correcto, la II. es verdad

Pregunta 16

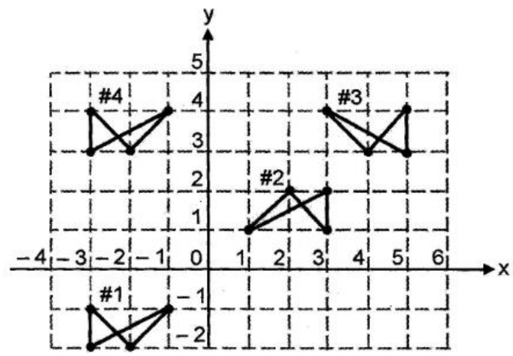


Figura 17. Cuatro figuras en plano de coordenadas

Se supone que la figura #2 es la transformación de la figura #1, mostradas en la Figura 17 y en la Figura 18.

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. El punto imagen de (-3,-2) es (2,2). En la Figura 18, el punto (-3,-2) de la figura #1 se muestra en color amarillo, y la imagen se muestra también en amarillo en la figura #2, la cual corresponde al par ordenado (3,2). Por lo tanto I. es mentira.

II. La figura #2, nace de aplicar una homotecia con k=-1, centrada en el origen de coordenadas. Para saber esto, se hace una lista de las imágenes en la figura #2 asociadas a los puntos de la figura #1, esta lista se muestra enseguida:

Punto	Figura #1	Figura #2
Amarillo	(-3,-2)	(3,2)
Azul	(-3,-1)	(3,1)
Verde	(-2,-2)	(2,2)
Rojo	(-1,-1)	(1,1)

Como se observa en el cuadro, las imágenes de los puntos, pares ordenados en figura #2, tienen el mismo valor, pero con signo opuesto, o sea que k es efectivamente -1. Además, como se tiene la misma distancia desde el origen en ambas figuras, el origen es el centro. II. es verdad.

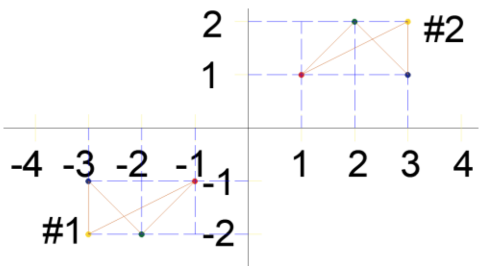


Figura 18. Figuras #1 y #2

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecta, I. es falso.

B. ninguna. Incorrecta, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecta, I. es falso.

D. solo la II. Correcto.

Pregunta 17

Se supones que la figura #4 se obtiene de una transformación a la figura #1 (ver Figura 19).

Se consideran las siguientes proposiciones:

I. La imagen de (-3,-1) es (-3,3). Se tiene el punto azul en #1 (-3,-1), el cual coincide con el azul en #4 con el par ordenado (-3,4). I. es falso.

II. La figura #4 se obtuvo al aplicar una traslación de 4 unidades hacia arriba la figura #1. Es falso, para esto vemos cuanto se desplaza hacia arriba cualquier punto, en este caso se toma el punto amarillo, el cual se traslado 5 unidades y no 4. II. es falso.

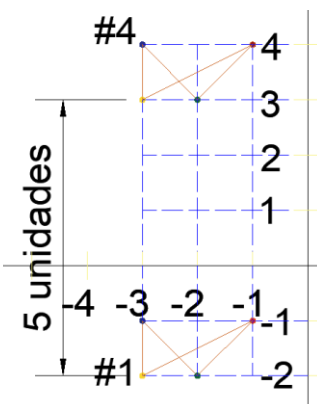


Figura 19. Figuras #1 y #4

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, ambas son falsas.

B. ninguna. Correcto.

C. solo la I. Incorrecto, ambas son falsas.

D. solo la II. Incorrecto, ambas son falsas.

Pregunta 18

Se tiene que la figura #4 nace de transformar la figura #3, se muestran en la

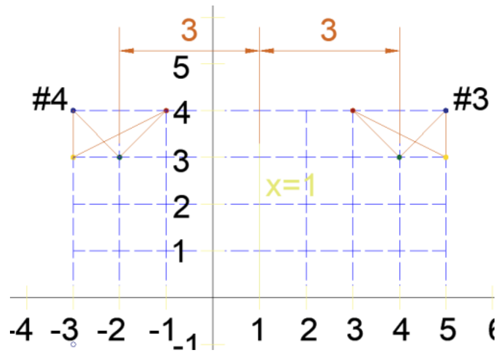


Figura 20. Figuras #3 y #4

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. La imagen de (-3,3) es (5,3). El punto (-3,3) es el punto amarillo en 4, entonces la imagen de este es el amarillo en 3, que corresponde a (5,3). I. es verdad.

II. La figura #4 nace de aplicar una reflexión a la figura #3 sobre x=1. Es correcto, como se ve en la Figura 20, la línea vertical amarilla es x=1, y se observa que todos los puntos están a la misma distancia de esta línea amarilla, es decir, es como si la línea amarilla x=1 es un espejo para las figuras. Como ejemplo se toma el punto verde, y se ve como en ambas figuras el mismo punto esta distanciado 3 unidades a la izquierda y a la derecha para las figuras #4 y #3 respectivamente. II. es verdad.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. es verdad también.

D. solo la II. Incorrecto, la I. también es verdad.

Pregunta 19

Se tiene una sección plana producto de la intersección de un cono circular recto y un plano paralelo a la generatriz que no pasa por el vértice y es oblicuo a la base. Se busca conocer cuál es esta sección plana. En la Figura 21, se muestran 4 secciones cónicas.

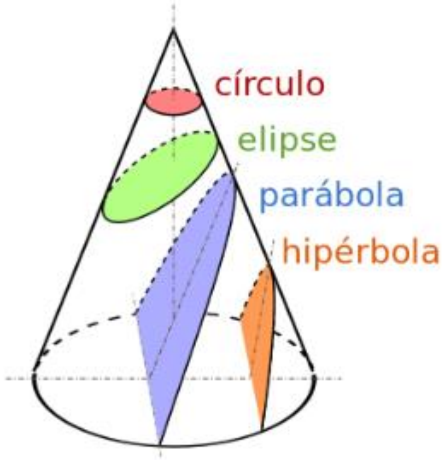


Figura 21. Secciones cónicas

Respuesta correcta:

A. elipse. Es incorrecto, ya que la elipse es una sección producida por un plano que no pasa por la base y tiene cierta inclinación respecto a la base.

B. parábola. Es la correcta, pues la parábola es producto de la intersección del cono con un plano paralelo a la generatriz y que no pasa por el vértice.

C. hipérbola. Es incorrecto, ya que la hipérbola es similar a la parábola, con la diferencia que el plano de corte no es paralelo a la generatriz,

D. circunferencia. Es incorrecto, ya que la circunferencia se da con el corte de un plano paralelo a la base.

Pregunta 20

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. Si se corta un cilindro circular con un plano paralelo a la base, siempre se tiene una elipse. Es falso, como se ve en la Figura 22, para obtener una elipse al cortar un cilindro circular, el plano debe ser oblicuo a la base, si este es paralelo, se obtiene una circunferencia.

II. Un corte a una esfera con un plano secante, o sea en más de un punto, siempre se obtiene una sección circular. Es verdad, tal y como se muestra en la Figura 23, un corte horizontal u oblicuo genera un círculo, el vertical, si bien no se muestra, también genera una sección plana circular. se puede hacer el ejercicio de hacer diferentes cortes a una naranja, variando el ángulo del plano de corte, en todos los casos se obtiene una sección aproximadamente circular, no se puede decir que exactamente, ya que la naranja tiene irregularidades y no es perfectamente esférica.

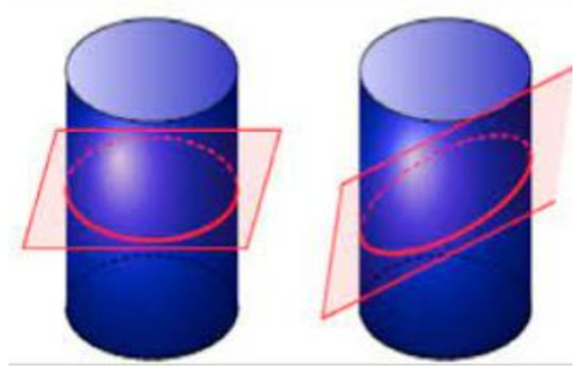


Figura 22. Secciones cilíndricas

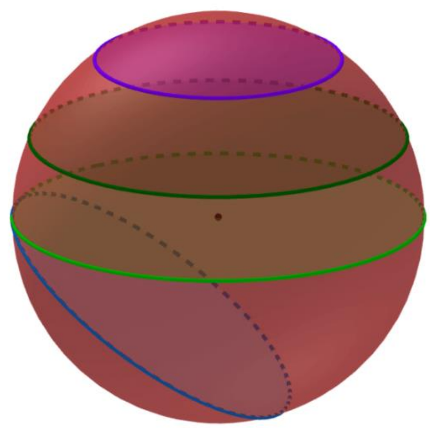


Figura 23. Secciones planas de una esfera

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.

D. solo la II. Correcto, la II. es la única verdadera.

Pregunta 21

Se tiene la esfera con el corte plano oblicuo mostrado en la Figura 24.

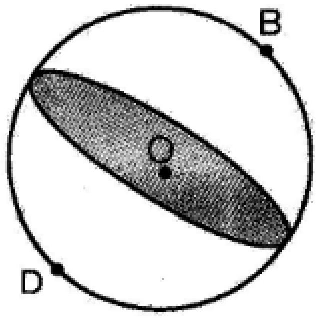


Figura 24. Esfera con plano de crote oblicuo

B – O – D

O: centro de la esfera y de la sección plana

Como el centro de la sección circular coincide con el de la esfera, el diámetro de la esfera es igual al diámetro de la sección circular. Se dice que dicho diámetro es igual a 6, y se pide la distancia del centro de la circunferencia plana hasta la superficie de la esfera, lo que es igual al radio de la circunferencia. Entonces si el diámetro es 6, el radio es igual a 3.

Respuesta correcta:

A. 3. Correcta, el radio es 3.

B. 4. Incorrecta, el radio es 3.

C. 6. Incorrecta, 6 es el valor del diámetro.

D. 12. Incorrecta, el radio es 3.

Pregunta 22

Se tiene el cilindro circular partido por la mitad en dos partes iguales, y se pide encontrar el valor del área de el corte, que, al ser un corte vertical, es un rectángulo. Ahora se debe encontrar el valor de los lados de dicho rectángulo.

Como O es el centro, entonces HO=OF=radio de la base, esto se puede ver también como que HF es el diámetro de la base, que es igual a 1 m. Si se observa una de las mitades del cilindro desde una vista perpendicular al plano de corte, se tiene el rectángulo HFQE, mostrado en la Figura 26, con largo= 10 m y ancho=1 m. Entonces el área es igual a largo*ancho=10*1=10 m.

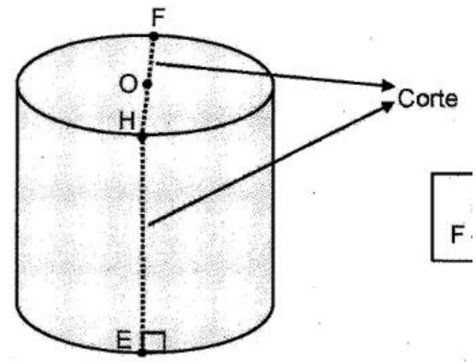


Figura 25. Cilindro dividido en dos partes iguales

O: centro de la base de la tuca

F – O – H; HE = 10 m; OH = 0,5 m

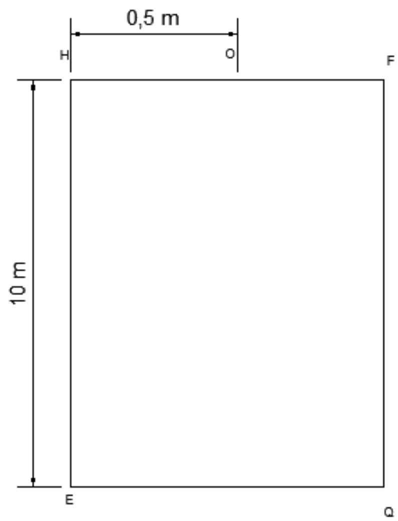


Figura 26. Sección plana rectangular

Respuesta correcta:

A. 5. Incorrecto, el área es 10 m.

B. 10. Correcto.

C. 11. Incorrecto, el área es 10 m.

D. 21. Incorrecto, el área es 10 m.

Pregunta 23

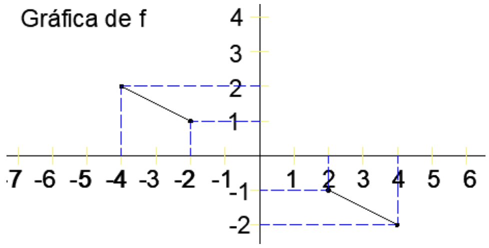


Figura 27. Gráfica de f

Se quiere saber el ámbito de la función f, que es el intervalo de valores en "y", correspondiente a las imágenes de la función en "x".

Respuesta correcta:

A. [-2,-1] U [1,2]. Correcto, como se ve en la Figura 27, los valores de "y" inician en -2 hasta1, para la línea del cuarto cuadrante (inferior derecho), y luego brinca a y=1 hasta y=2, esto para la parte de la gráfica en el segundo cuadrante (superior izquierdo). Como los puntos están cerrados, significa que son parte del intervalo por lo que los paréntesis cuadrados deben ir cerrados.

B. [-2,-1] U [2,4]. Incorrecto, el segundo intervalo incluye al 3 y 4 que no son parte del ámbito, y no incluye al 1 que sí lo es.

C. [-2,-1] U [1,+∞[. El segundo intervalo incluye todos los valores positivos, y el intervalo debe llegar hasta 2. Incorrecto.

D.]-∞,-2] U [2,4[. Incorrecto, el primer intervalo inicia en menos infinito, lo que no es cierto, el segundo intervalo no incluye al 1, que sí es parte del ámbito, y también incluye al 3 y 4, que no lo son.

Pregunta 24

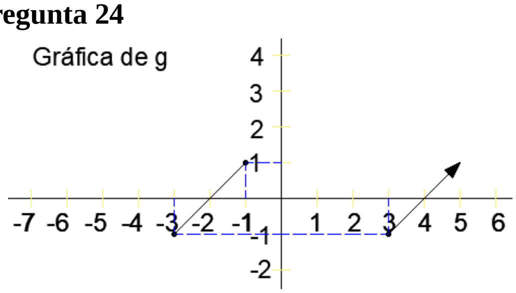


Figura 28. Gráfica de g

Se tiene la gráfica de la función "g", mostrada en la Figura 28, y se busca el dominio de "g", es decir todos los valores de la variable independiente "x". Al igual que en la **Pregunta 23,** se tienen puntos rellenos, por lo que estos valores forman parte del intervalo, pero, además, la parte a la derecha del eje "y" tiene una flecha, esto indica que el intervalo continúa hasta +∞.

Respuesta correcta:

A. [-1,1] U {3}. Incorrecto, {3} está mal, ya que se continúa hasta +∞.

B. [-3,-1] U [1,3]. Incorrecto, la parte derecha inicia en 3 y termina en +∞.

C. [1,-1] U [3,+∞[. Incorrecto, el primer intervalo es el ámbito no el dominio.

D. [-3,-1] U [3,+∞[. Correcto, los valores de x inician en -3 y terminan en -1 para el primer intervalo, y para el segundo inician en 3 y terminan en +∞.

Pregunta 25

Se tiene la siguiente función:

$$f(x)=\frac{x^2-9}{x}$$

Se busca saber cuáles de las siguientes proposiciones son verdad:

I. $-3 \in D$	II. $\{3\} \subset D$	III. $D = \{-3\} \cup \{0\} \cup \{3\}$

Todas las proposiciones son respecto al dominio de la función, en este caso, la única restricción que tiene "f" es el 0, ya que si se evalúa x=0, como se tiene "x" en el denominador, se tendría la siguiente expresión:

$$f(0)=\frac{0^2-9}{0}$$

Donde se observa que se divide entre 0, lo que no existe matemáticamente, por lo tanto 0 no forma parte del dominio de la función "f".

Si bien -3 y 3 evaluados en la función hacen que se tenga 0 en el numerador, esto no es una restricción, ya que es matemáticamente posible.

Respuesta correcta:

A. I. Incorrecto, falta II.

B. II. Incorrecto, falta I.

C. III. Incorrecto {0} no es parte del dominio.

D. I y II. Correcto, ambas son verdad.

Pregunta 26

Se tienen tres funciones, “f” en una gráfica (Figura 29), y “g” y “r” con expresiones matemáticas.

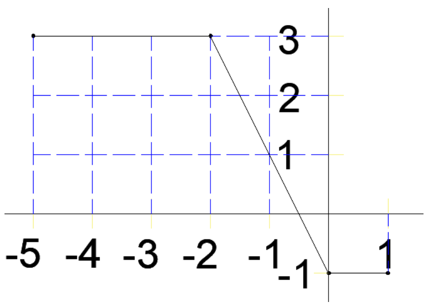


Figura 29. Gráfica de la función "f"

Se busca un intervalo donde “f” tiene inversa. La pregunta no específica si es la inversa de la función o una función inversa, que son cosas distintas. Por lo que se considera que es la función inversa, lo que significa que, en la función inversa, el dominio es el ámbito de la función, y el ámbito de la función inversa es el dominio de la función original. En las zonas de rectas horizontales, la función no tiene función inversa, ya que, si se invierte, una preimagen en la función inversa tiene varias imágenes, lo que no es posible en una función, por ejemplo, en el intervalo [-5,-2], la única imagen es 3, si hacemos inversa, la preimagen 3 tiene todo un intervalo ([-5,-2]), de imágenes, lo que no es posible para una función matemática. En el intervalo [-2,0], se tiene una recta inclinada, al hacer inversa esta parte de la función, si se mantiene la relación de una imagen por cada preimagen, lo que es correcto.

Respuesta correcta:

A.]-1,1[. Incluye parte de una recta horizontal, lo que no es correcto.

B.]-2,0[. Es correcto, incluye solamente la recta inclinada.

C.]-3,-1[. Incorrecta, incluye parte de una recta horizontal.

D.]-4,-2[. Incorrecta, incluye solamente una recta horizontal.

Pregunta 27

$g:[-6,0] \rightarrow P$, con $g(x) = x + 1$
$r:[2,8] \rightarrow A$, con $r(x) = -x + 2$

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. (f o g)(-2)=1. g(-2)= -1, f(-1)= -1. Esta bien.

II. (g o r) (x)= -x+3. g(r(x))= g(-x+2)=(-x+2)+1

g(-x+2)=(-x+2)+1=-x+3. Es verdad.

III. Es factible efectuar (r o g)(x). r(g(x))=r(x+1)= -(x+1)+2

r(x+1)= -(x+1)+2= -x+1. Si se puede calcular, pero se tiene la restricción de los dominios, donde el dominio de “g” es [-6,0] y el de “r” es [2,8], esto hace que no sea posible efectuar la composición. Es falso.

Respuesta correcta:

A. I. Incorrecta, falta II.

B. II. Incorrecta, falta I.

C. III. Incorrecta, III. es falso.

D. I y II. Correcta

Pregunta 28

Se tiene la función “f” y la forma de su inversa tal y como se muestra a continuación:

$$f(x)=x-\frac{1}{2} \quad y \quad f^{-1}(x)=ax+b$$

Entonces se busca cuál de las respuestas se cumple con certeza.

Para encontrar la función inversa, se debe encontrar una relación que haga que las imágenes, o valores de “y” se comporten como la variable independiente, y den como resultado los mismos valores de “x”, ósea que “x” se comporte como la variable dependiente. Una forma de obtener esta relación es sustituir f(x)=y y despejar la “x”, tal y como se muestra enseguida:

$$f(x)=y=x-\frac{1}{2}\ \text{-->}\ y+\frac{1}{2}=x$$

Entonces ya se tiene la forma buscada, pero se tiene con “y” como variable independiente de la forma f(y)=my+b:

$$f(x)^{-1}=m\cdot y+b=1\cdot y+\frac{1}{2}$$

De lo anterior se ve como m=1 y b=1/2. Se puede hacer la siguiente comprobación:

Se toma un número al azar, en este caso usamos el 15, f(15)=15-1/2=14,5, o sea que la imagen de 15 es 14, para verificar que la inversa esté bien, se debe evaluar la imagen de 15, ósea 14,5 y como resultado se debe obtener 15, f^{-1}(14,5)=14,5+1/2=15. Se mantiene la relación, lo que indica que está correcto.

Respuesta correcta:

A. a=1 y b=1/2. Correcta, como se demostró anteriormente.

B. a=1/2 y b=1. Incorrecta, si se evalúa 14,5, da como resultado 8,25, no 15.

C. a= -1 y b=1/2. Incorrecta, si se evalúa 14,5, da como resultado -14, no 15.

D. a= -1/2 y b= -1. Incorrecta, si se evalúa 14,5, da como resultado -8,25, no 15.

Pregunta 29

f:[7,+∞[-->P, f(x)= 2*raíz(x-3)+1

Se busca el dominio de la inversa de f, que al final es el ámbito de f.

f(7)=2*raíz(7-3)+1=2*raíz(4)+1=2*2+1=4+1=5

Respuesta correcta:

A. [0,+∞[. Incorrecta, incluyen del 0 al 4 que no forman parte del intervalo.

B. [3,+∞[Incorrecta, incluyen del 3 al 4 que no forman parte del intervalo.

C. [4,+∞[. Incorrecta, incluyen el 4 que no forman parte del intervalo.

D. [5,+∞[. Correcto, el ámbito de f, que es el dominio de la inversa de f inicia en 5.

Pregunta 30

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. D=[-3,3] y E={0}, Q es la relación de D en E Q: y=x²-9

II. A={-1,0} y B={0,3}, R es la relación de A en B, R: y= -x+2

¿Cual es función?

I. Al evaluar x= -3 y x=3 en y=x²-9, ambos resultados dan 0, y está bien que dos “x” tengan el mismo “y”, lo que no está permitido es que una función tenga dos valores de “y” para el mismo “x”.

II. Si se evalúa -1 en y= -x+2, se tiene y=3, y al evaluar 0 se tiene y=2, o sea que para que R sea función B debe ser B={3,2} y no {0,3}.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecta, II. no es función.

B. ninguna. Incorrecta, I. sí es función.

C. Solo la I. Correcta.

D. Solo la II. Incorrecta, II. no es función.

Pregunta 31

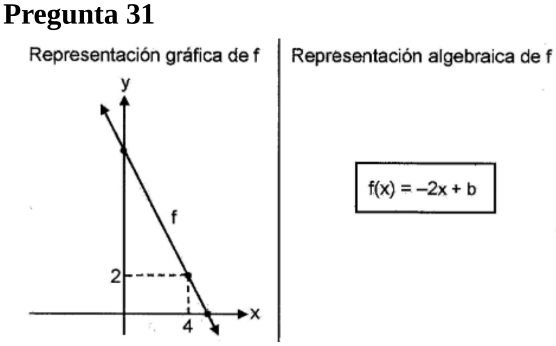


Figura 30. Gráfica y función algebraica de f

I. f es decreciente.

II. La preimagen de 4 corresponde a 2.

Falta conocer el b de la ecuación, se puede realizar de la siguiente manera:

Se sabe que f(4)=2, según muestra la gráfica de la Figura 30, entonces y= -2*x+b, se puede cambiar y=2 y x=4, 2= -2*4+b, si se despeja b:

2= -2*4+b

2= -8+b

2+8=b

10=b

Ya que se conoce b, se tiene que f(x)= -2*x+10

La función es de la forma f(x)=m*x+b, donde "m" es la pendiente y "b" el intercepto con el eje "y" cuando x=0. ya que m= -2, se sabe que la función es decreciente, lo que se puede ver gráficamente en la Figura 30, ya que la función se hace menor conforme se mueve a la derecha.

Ahora, se busca la preimagen de 4, se dice que es 2, entonces x=2 para obtener y=4. Para verificar se evalúa x=2 en la función:

f(2)= -2*2+10= -4+10=6, es incorrecto. Para encontrar el "x" relacionado a y=4 se despeja de la siguiente manera:

y=4= -2*x+10

4-10= -2*x

-6=-2*x

-6/-2=x

3=x

Entonces, la preimagen de 4 es 3.

Respuesta correcta:
A. ambas. Incorrecto, II. es falso.
B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.
C. solo la I. Correcto.
D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 32

I. Intersección de f con el eje x es (5,0). Esto se da cuando y=0, entonces:

0= -2*x+10

-10= -2*x

-10/-2=x

5=x

Es correcto x=5 y y=0

II. Intersección de f con el eje y es (0,6). Esto se da cuando x=0, ósea y=b, anteriormente se encontró que b=10, por lo que es falso.

Respuesta correcta:
A. ambas. Incorrecto, II. es falso.
B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.
C. solo la I. Correcto.
D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 33

Se tiene h(x)=ax²+bx+c

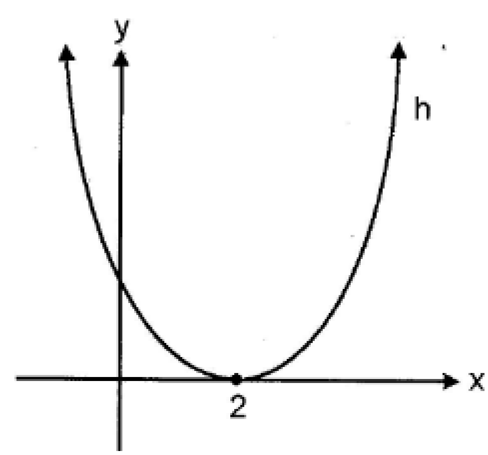


Figura 31. Función "h"

Las proposiciones:

I. c >0. Ya que "c" es la intersección con ele eje "y" y se da cuando x=0, se ve claramente en la Figura 31, que "h" interseca el eje "y" en un valor por encima de cero, pero desconocido.

II. El discriminante de h es igual a cero. el discriminante es igual a b²-4*a*c.

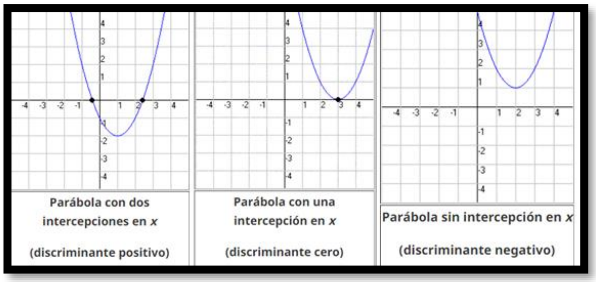


Figura 32. Tipos de discriminante

Se pueden tener los tres casos del discriminante mostrados en la Figura 32, en función del tipo de intersección con el eje “x”, en este caso, se tiene la situación del centro, donde existe una única intersección con el eje “x”, y en este caso el discriminante es cero, por lo que II, es correcto.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. también es verdad.

D. solo la II. Incorrecto, la I. también es verdad.

Pregunta 34

I. El mínimo de h es (2,0). Correcto, cuando la parábola es cóncava hacia arriba, el vértice es un mínimo, y (2,0) coincide con el vértice.

II. El ámbito de h es [2,+∞[. Es falso, ya que el ámbito son todos los posibles valores de “y”, y como se observa en la Figura 31, y como se vio anteriormente, el mínimo valor de y es igual a 0, por lo el ámbito es [0,+∞[.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, II. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.

C. solo la I. Correcto.

D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 35

Se tiene $f(x)=(0,5)^x$

I. f es decreciente. Es verdad, 0,5 es igual que ½. Y si ½ se eleva a la “x”, el numerador 1 siempre se mantiene 1, sin importar el valor de “x”, en cambio para el denominador 2, el “x” si afecta el 2, es decir entre mayor sea el “x” mayor se convierte el 2, y como el 2^x divide, esto hace que el resultado sea menor, por lo que la función si es decreciente.

II. La inversa de f es $f^{-1}(x)=\log_{0,5}(x)$. Es correcto, ya que la inversa de una exponencial es logaritmo.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto. Ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. también es verdad.

D. solo la II. Incorrecto, la I también es cierto.

Pregunta 36

El costo de un curso es 8000 colones por sesión más una matrícula de 25 000 colones. El curso dura 10 sesiones.

Cuanto debe pagar un estudiante que asistió solamente a 6 sesiones.

Se tiene el costo inicial de 25 000 colones, y se le debe sumar 6 sesiones de 8000 colones cada una, o sea 25 000+(6*8000)=25 000+48 000

Costo de 6 sesiones más matricula=73 000

Respuesta correcta:

A. 60 000. Incorrecto.

B. 80 000. Incorrecto.

C. 73 000. Correcto.

D. 105 000. Incorrecto.

Pregunta 37

Se tiene $f(x)=\log_a(x)$ entonces $f(a^2)$ es:

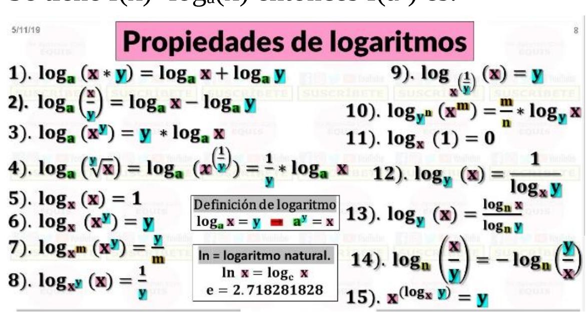


Figura 33. Reglas de logaritmos

Respuesta correcta:

A. 1. Incorrecto.

B. 2. Correcto. Según la regla 6 mostrada en la Figura 33.

C. a. Incorrecto.

D. 2a. Incorrecto.

Pregunta 38

Se establece un modelo para la cantidad de habitantes según la función "q":

$q(t)=100\ 000*(1,1)^t$, donde t es el tiempo en años. Cuanto tiempo debe pasar para que la ciudad tenga 259 374 habitantes, o sea:

$259\ 374=100\ 000*(1,1)^t$

$259\ 374/100\ 000=1,1^t$

$2,59374=1,1^t$

Ahora se aplica log en base 1,1, para bajar el "t":

$\log_{1,1}(2,59374)=\log_{1,1}(1,1^t)$

Si se usa la regla 6 de la Figura 33, al lado derecho, se tiene:

$\log_{1,1}(2,59374)=t$

Calculando la parte izquierda en la calculadora:

9,999=t

Respuesta correcta:

A. 2,36 años. Incorrecta, es menor que 9,99 años.

B. 2,59 años. Incorrecta, es menor que 9,99 años.

C. más de 8 años. Correcto, 9,99 es más de 8 años.

D. entre 3 y 7 años. Incorrecta, es menor que 9,99 años.

Pregunta 39

José y Manuel comprar al mismo precio en la ferretería La Tuerca, compraron lo siguiente:

José: 2 kilos de clavos y 5 kilos de tornillos, pagó ₡3100.

Manuel: 3 kilos de clavos y 4 kilos de tornillos, pagó ₡3180.

¿Cuántos colones cuesta un kilo de clavos?

Para resolver el problema se deben plantear dos ecuaciones con la información proporcionada de las compras de José y Manuel, para esto se va usar la letra C para representar los clavos y T para los tornillos, y no se usan kilos en la ecuación por simplicidad.

La ecuación de José es: 2*C+5*T=3100

La ecuación de Manuel es: 3*C+4*T=3180

De cualquiera de las dos se debe despejar ya sea T o C en términos de la otra variable, en este caso, como se busca el valor de C se va a despejar T en términos de C, usando la ecuación de Manuel (se puede hacer con la de José también):

$$3*C+4*T=3180$$
$$4*T=3180-3*C$$
$$T=(3180-3*C)/4$$

Ya que se tiene T en términos de C, se sustituye T en la ecuación de José:

$$2*C+5*T=3100$$
$$2*C+5*((3180-3*C)/4)=3100$$

Ahora se desarrolla y se despeja C:

$$2*C+[(5/4)*3180-(5/4)*3*C]=3100$$
$$2*C+[3975-3,75*C]=3100$$
$$3975-3100=3,75*C-2*C$$
$$875=1,75*C$$
$$875/1,75=C$$
$$500=C$$

Si se quiere conocer el valor de T, se sustituye C=500 en cualquiera de las ecuaciones, ambas deben dar igual, se sustituye en la de José:

$$2*500+5*T=3100$$
$$5*T=3100-1000$$
$$5*T=2100$$
$$T=2100/5=420$$

Si se usa la otra ecuación debe dar lo mismo.

Respuesta correcta:

A. 500. Correcto.

B. 620. Incorrecto, es mayor que 500.

C.750. Incorrecto es mayor que 500.

D. 1000. Incorrecto, es mayor que 500.

Pregunta 40

Birmania gasta ₡200 para hacer una cola, y, además, se tienen ₡8000 de costos fijos por semana en la producción de colas. Si la función de costo total por semana es c(x), donde "x" es la cantidad de colas producidas por semana, ¿cuál es esa función?

Respuesta correcta:

A. c(x)=200x. Incorrecto, esta bien el costo para la cantidad de colas, pero falta el costo fijo.

B. c(x)=8200x. Esta incorrecto, pues el costo fijo está siendo considerado para cada cola, y es solo uno.

C. c(x)=8000x+200. Incorrecto, esta al revés, se toma el costo fijo como el costo por cada cola, y el de cada cola como el costo fijo.

D. c(x)=200x+8000. Correcto, se toma 200 como el costo por cada cola, y se le suman 8000 del costo fijo.

Pregunta 41

x	0	1	2	3	4	9
r(x)	0	1	4	9	16	n

I. La imagen de 9 es 36. Con base en las imágenes de “x” mostradas en la tabla, se puede intuir que la función es $r(x)=x^2$, por ejemplo, se evalúan x=2 y x=4, $r(2)=2^2=4$, y $r(4)=4^2=16$, lo mismo se tiene para x=1 y x=3. Entonces $r(9)=9^2=81$, diferente de 36, por lo que I. es falso.

II. El modelo mas adecuado para “r” es una función cuadrática. Es correcto, ya que tiene la forma $r(x)=ax^2+bx+c$, con a=1 y b=c=0.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.

D. solo la II. Correcto.

Pregunta 42

x	1	2	4	8	16	32
w(x)	0	1	2	3	4	5

Se tiene la función “w”, donde la tabla anterior muestra los pares ordenados de la función. Si se grafican estos puntos, y se unen con una línea curva, se obtiene una gráfica similar a la mostrada en la Figura 34.

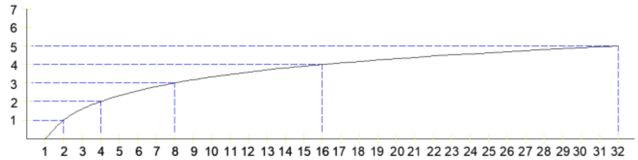


Figura 34. Gráfica w(x)

Respuesta correcta:

A. Lineal. Incorrecto, no se parece a la Figura 34.

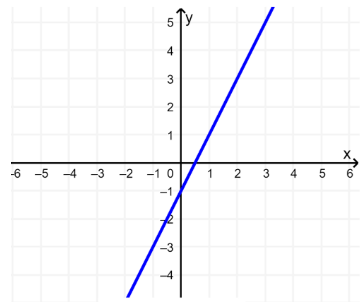


Figura 35. Ejemplo función lineal

B. Cuadrática. Incorrecto, no se parece a la Figura 34.

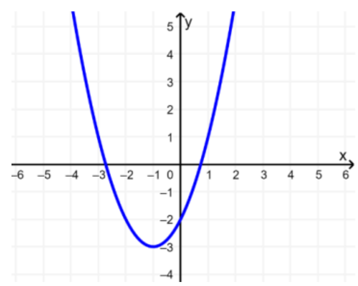


Figura 36. Ejemplo función cuadrática

C. Exponencial. Incorrecto, no se parece a la Figura 34.

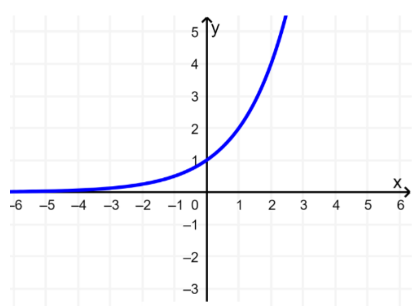


Figura 37. Ejemplo función exponencial

D. Logarítmica. Correcto, se parece a la Figura 34. Además, siempre se tiene que cualquier logaritmo, interseca el eje "x" en el par ordenado (1,0).

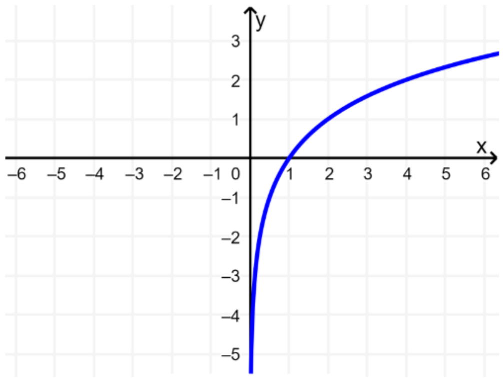


Figura 38. Ejemplo función logarítmica

Pregunta 43

Número de estudiantes	9	10	11	4	3	10	2	1
Número de caries	0	1	2	3	4	5	6	7

¿Cuál es el promedio de caries de los estudiantes?

Se tiene un total de 50 estudiantes, y 28 caries, entonces el promedio de caries por estudiante, debe ser la cantidad de caries total entre la cantidad total de estudiantes, en este caso sería 28 caries dividido entre 50 estudiantes, lo cual da un promedio de 0,56 caries por estudiante. Esta respuesta no está dentro de las opciones. Si se hace al revés, un promedio de estudiantes por cada carie, se tiene 50 estudiantes entre 28 caries, se tiene un promedio de 1,79 estudiantes por cada carie, esta respuesta si está en las opciones. Otra opción es sacar el promedio individual de cada columna y luego sacar el promedio total, tal y como se muestra enseguida:

Estudiantes	9	10	11	4	3	10	2	1
Caries	0	1	2	3	4	5	6	7
Prom. por Columna	0	0,1	0,18	0,75	1,33	0,5	3	7
Promedio total	1,61							

Esta respuesta tampoco está dentro de las opciones, por lo tanto, se podría decir que la pregunta está mal formulada.

Respuesta correcta:

A. 1,79.

B. 2,50.

C. 3,50.

D. 6,25.

Pregunta 44

Equipo A	96	104	90	90	103	108	94	102	95	98

Equipo B	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Promedio	Moda
	88	90	95	106	108	98	90

Se tiene la información de los cuadros anteriores respecto a un campeonato de baloncesto, en el equipo A, se muestran los puntos de los últimos 10 partidos, en cabio para el equipo B, se da un resumen estadístico de los últimos 10 partidos.

Se tienen las siguientes premisas:

I. El máximo puntaje de A es igual al máximo puntaje de B. Correcto, en la tabla de los últimos 10 partidos de A, se observa el máximo de 108 puntos en el partido número 6, de izquierda a derecha.

II. El promedio de A es igual al promedio de B.

Se deben sumar todos los puntajes de A y dividirlos entre los 10 partidos para hallar el promedio:

Total=96+104+90+90+103+108+94+102+95+98

Total=980

Promedio=980/10=98 puntos por partido

Entonces, es verdad que ambos promedios son iguales.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. Ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. es verdad.

D. solo la II. Incorrecto, la I. es verdad.

Pregunta 45

I. En el 50% de partidos, A obtuvo 98 puntos o más. Hay cinco partidos con 98 puntos o más en A, esos son: 104, 103, 108, 102, 98. Por lo tanto I. es verdad.

II. La moda en ambos equipos es igual. En A, el puntaje de los partidos 3 y 4 es el único que se repite, y es 90, por lo que la moda es 90, igual que en B, por tanto, II. es verdad.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. Ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. es verdad.

D. solo la II. Incorrecto, la I. es verdad.

Pregunta 46

I. La diferencia de los recorridos de los datos sobre los puntajes obtenidos entre los equipos es de dos unidades. El recorrido es la diferencia entre el máximo y el mínimo de los datos. Para A, se tiene que el máximo es 108 y el mínimo es 90, por lo que el recorrido es 108-90=18, por otra parte, en B el recorrido es 108-88=20, ahora la diferencia entre ambos recorridos es 20-18=2. I. es verdadero.

II. El recorrido intercuartílico de los datos del equipo A es superior que el recorrido intercuartílico de B. El recorrido intercuartílico es la diferencia entre el tercer y el primer cuartil. Para encontrar los cuartiles de A, se ordenan os datos:

90, 90, 94, 95, 96, 98, 102, 103, 104, 108

Por lo tanto, la **fórmula de los cuartiles** es:

$$\frac{k \cdot (n+1)}{4} \qquad k = 1, 2, 3$$

Donde k es el número de cuartil y n el número total de datos, en este caso 10.

Entonces el primer cuartil se encuentra en 1*(10+1)/4=11/4=2,75.

En este caso se tiene un decimal, por lo que se debe usar la siguiente fórmula para calcular el cuartil:

$$Q = x_i + d \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

d es la parte decimal del número, en este caso d=0,75, xi es el número anterior l numero decimal, y xi+1 el número siguiente, en este caso el número decimal es 2,75, entonces la posición xi es 2 y la posición xi+1 es 3, xi=90 y xi+1=94.

Q=90+0,75*(94-90)=90+0,75*4=90+3=93

Entonces, el cuartil 1 es 93.

Ahora se calcula la posición del cuartil 3:

3*(10+1)/4=33/4=8,25. xi=103 (posición 8) y xi+1=104 (posición 9)

Q=103+0,25*(104-103)=103+0,25*1=103,25.

Entonces, el cuartil 3 es 103,25.

El rango intercuartílico es la diferencia entre cuartil 3 y cuartil 1: 103,25-93=10,25, esto es para A.

Ahora para B, 106-90=16. En realidad, es mayor el recorrido intercuartílico de B, por lo que II. es falso.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, II. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.

C. solo la I. Correcto.

D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 47

Se tienen los datos de 3 estudiantes.

Promedios desde 1ro hasta 11vo año:

Ane	75	80	80	80	89	90	93	94	94	94	100

Información estadística de los otros compañeros:

Estudiantes	Mín	Q1	Me	Q3	Máx
Dile	74	76	80	96	99
Helen	73	75	82	93	98

Se busca el recorrido de Dile y Helen para encontrar la diferencia:

Dile: 99-74=25

Helen: 98-73=25

Diferencia de recorridos=25-25=0

Respuesta correcta:

A. 0. Correcto

B. 1. Incorrecto, es mayor que 0.

C. 2. Incorrecto, es mayor que 0.

D. 3. Incorrecto, es mayor que 0.

Pregunta 48

I. Recorrido intercuartílico de Dile es 20. Q3=96, Q1=76 Q3-Q1=93-76=20. Es verdad.

II. Existe evidencia que varían más los promedios anuales de Helen que los de Ane. La variabilidad se encuentra con el coeficiente de variación que es calculado a partir de la desviación estándar, que se calcula con la siguiente fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^N (x_i - \bar{X})^2}{N}}$$

$$CV = 100 * \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}}$$

Donde xi, es el valor de cada uno de los datos, y el X con barra arriba es la media. En este caso, no se tienen los valores i de Helen, por lo que no se puede estimar la varianza, y por ende no se puede calcular el coeficiente de variación. II es falso.

Respuesta correcta:

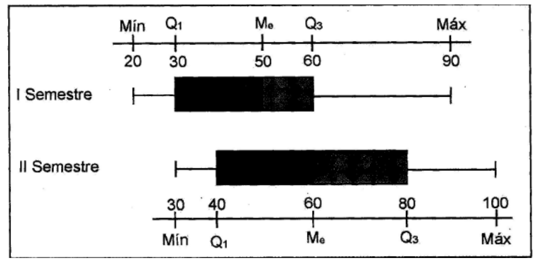
A. ambas. Incorrecto, II. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.

C. solo la I. Correcto.

D. solo la II. Incorrecto, II es falso.

Pregunta 49



I. La peor calificación final se obtuvo en el semestre I. Es verdad, el mín I semestre es 20, mientras que el del II semestre es 30.

II. Con certeza, en ambos semestres hubo al menos una calificación de 90 o de 100. El semestre I. tuvo un máximo de 90, y el semestre II. tuvo un máximo de 100, por lo que II. es verdad. Lo que no es certero es decir que hubo un 90 en el semestre II.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto, ambos son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, II. es verdad también.

D. solo la II. Incorrecto, I. es verdad también.

Pregunta 50

I. En ambos semestres hubo al menos una calificación con 60. No hay certeza de eso, si bien en el semestre I. el Q3=60, no se conoce la cantidad de datos, y existe la posibilidad de que el Q3 se obtenga con la fórmula usada en la Pregunta 46, donde el cuartil resultado de la fórmula no coincide con ninguno de los valores de la muestra. En el semestre II. la media es 60, este es el valor central, por lo que sí es un dato de la muestra. I. es falso.

II. En cada uno de los semestres al menos 50% de las notas finales son menores o iguales a 60.

Es verdad, en el I. semestre, la media es 50, o sea el valor central es 50, por lo que se puede decir que la mitad de los datos son menores que 50 y por ende son menores que 60. En el segundo semestre el valor central Me=60, por lo que la mitad de los datos es menor o igual que Me=60. II. es verdad.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I es falso.

B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.

D. solo la II. Correcto.

Pregunta 51

I. El recorrido de las calificaciones finales es igual en ambos semestres. Recorrido I. semestre 90-20=70. Recorrido en II semestre 100-30=70. Ambos son iguales, es verdad.

II. Hay evidencia de que las calificaciones en el semestre II varían más que en el semestre I. Como no se tienen los datos, no se puede saber la variación según la varianza utilizada para obtener el coeficiente de variación. Similar a la **Pregunta 48**. II. es falso, ya que ambos recorridos son iguales.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, II es falso.

B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.

C. solo la I. Correcto.

D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 52

Especie de Ballena	Longitud promedio	Desviación estándar
Narval	5 m	0,60 m
Beluga	4 m	0,40 m
Cachalote	12 m	1,25 m
Franca Austral	14 m	1,50 m

La tabla anterior muestra la longitud promedio y desviación estándar de ballenas basado en un estudio hecho por un biólogo marino.

I. La variabilidad de la longitud de las Beluga es menor que las de la Narval. Para verificar esto se debe obtener el coeficiente de variación (representado como CV), obtenido de la siguiente manera:

$$CV=100*\frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}}$$

Beluga:

$$CV=100*\frac{0,4}{4}=10\%$$

Narval:

$$CV=100*\frac{0,6}{5}=12\%$$

Es correcto, ya que el CV de las Beluga es menor que el de las Narval. I. es verdad.

II. La franca Austral es la que presenta mayor variabilidad en longitud. Es verdad, la desviación estándar es la mayor con 1,5 m.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, la II. también es verdad.

D. solo la II. Incorrecto, la I. también es verdad.

Pregunta 53

I. La longitud de una Beluga es 4,2 m, la longitud relativa de esta respecto a las demás Belugas es de 0,5 m. Esta longitud relativa LR es calculada como se muestra en seguida:

$$LR=\frac{Longitud-Media\ aritmética}{\text{Desviación estándar}}$$

$$LR=\frac{4,2-4}{0,4}=0,5$$

I. Es correcto.

II. La posición relativa de un Cachalote de 13 metros es superior que la de la Beluga de 4,2 m. Para verificar esto se calcula la LR del Cachalote y se compara con la LR de la Beluga calculada anteriormente:

$$LR=\frac{Longitud-Media\ aritmética}{\text{Desviación estándar}}$$

$$LR=\frac{13-12}{1,25}=0,8.$$

Como el LR del Cachalote es 0,8 m y es mayor que el LR de la Beluga que es 0,5 m, entonces II. es correcto.

Respuesta correcta:

A. ambas. Correcto.

B. ninguna. Incorrecto, ambas son verdad.

C. solo la I. Incorrecto, ambas son verdad.

D. solo la II. Incorrecto, ambas son verdad.

Pregunta 54

P(A)=0,22, P(B)=0,56, P(C)=0,52, P(A∩B)=0,13, P(B∩C)=0,17, P(A∩C)=0.

I. P(A ∪ B) = P(A) + P(B). Incorrecto, como A y B se intersecan, hay que excluir la probabilidad de la intersección. P(A ∪ B) = P(A) + P(B) − P(A ∩ B). I. es falso.

II. P(A ∪ C) = P(A) + P(C). Es verdad, ya que A y C no se intersecan, pues la probabilidad de esta intersección es 0.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.

D. solo la II. Correcto.

Pregunta 55

Se tiene el espacio muestral E={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}. Y se tienen 3 eventos:

-A: obtener un número divisible por 2.

-B: Obtener un número divisible por 3.

-C: obtener un número mayor o igual que 6.

Y se tiene la relación entre eventos A y C mostrada enseguida en la Figura 39:

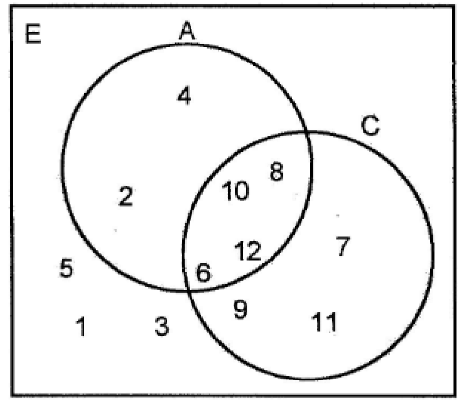


Figura 39. Intersección de eventos A y C

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. P(A∩B)=0. Eso quiere decir que la probabilidad de obtener un número divisible por 2 que a su ves sea divisible por 3 es cero. Eso es falso, ya que 6 y 12 cumplen con ambos requisitos. Son 2 probables números entre 12, o sea que P(A∩B)=2/12=0,17. I. es falso.

II. El complemento de A con respecto a E es A^C={1,3,5,7,9,11}. Es verdad, ya que el complemento es el restante de la probabilidad, por ejemplo. La probabilidad de A es 6/12=0,5, ya que hay 6 números divisibles entre 2. El complemento es el restante para llegar a 1, en este caso 1-0,5=0,5. En cuanto al conjunto A^C={1,3,5,7,9,11}, este contiene las muestras del evento que no son parte de A. II es correcto.

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, I. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, II. es verdad.

C. solo la I. Incorrecto, I. es falso.

D. solo la II. Correcto.

Pregunta 56

Se tienen las siguientes proposiciones:

I. P(A∩B) >0. Indica que si existe la posibilidad de obtener un numero divisible por 3 mayor o igual que sí. Existen 3 números que cumplen ambos requisitos, el 6 el 9 y el 12, por lo que I. es verdad.

II. P(B∪C)=P(B)+P(C). Y que si existe la intersección de B y C, está mal, pues se debe excluir esta probabilidad de la intersección, por lo tanto sería así: P(BUC)=P(B)+P(C)-P(B∩C).

Respuesta correcta:

A. ambas. Incorrecto, II. es falso.

B. ninguna. Incorrecto, I. es verdad.

C. solo la I. correcto.

D. solo la II. Incorrecto, II. es falso.

Pregunta 57

Se tienen 4 cajas con diferentes dulces:

Caja # 1	Caja # 2	Caja # 3	Caja # 4
3 mentas 2 fresas 6 limones	8 mentas 3 fresas 4 limones	1 menta 2 fresas 3 limones	1 menta 5 fresas 2 limones

Se calcula la probabilidad de cada sabor por cada caja, para esto se cuentan la cantidad total de dulces por caja, y para obtener la probabilidad de cada sabor, se divide la cantidad de dulces por cada sabor, entre el total de dulces, luego de realizar esto se obtienen las siguientes probabilidades:

	Total de	Menta		Fresa		Limón	
Caja	unidades	Unidades	Probabilidad	Unidades	Probabilidad	Unidades	Probabilidad
1	11	3	0,27	2	0,18	6	0,55
2	15	8	0,53	3	0,20	4	0,27
3	6	1	0,17	2	0,33	3	0,50
4	8	1	0,13	5	0,63	2	0,25

La mayor probabilidad de obtener al azar un dulce de menta o fresa se debe elegir la caja #:

Para ver cual ofrece mayor probabilidad de obtener al azar Menta o fresa, se suman ambas probabilidades:

Caja	Total de unidades	Meta o Fresa
1	11	0,45
2	15	0,73
3	6	0,50
4	8	0,75

Respuesta correcta:

A. 1. 0,45 de probabilidad. Incorrecto. Último lugar.

B. 2. 0,73 de probabilidad. Incorrecto segundo lugar.

C. 3. 0,5 de probabilidad. Incorrecto tercer lugar.

D. 4. 0,75 de probabilidad. Correcto. probabilidad más alta.

Pregunta 58

La menor probabilidad de obtener un dulce de menta o limón está en la caja #:

Para ver cual ofrece mayor probabilidad de obtener al azar Menta o Limón, se suman ambas probabilidades:

Caja	Total de unidades	Meta o Limón
1	11	0,82
2	15	0,80
3	6	0,67
4	8	0,38

Respuesta correcta:

A. 1. Incorrecto, 0,82 probabilidad es la mayor.

B. 2. Incorrecto, 0,80 probabilidad es la segunda mayor.

C. 3. Incorrecto, 0,67 probabilidad es la segunda menor.

D. 4. Correcto, 0,38 probabilidad es la menor.

Pregunta 59

Se tiene la información de dos especialidades y los estudiantes según el sexo, esto se muestra en el siguiente cuadro:

Sexo	Especialidad		Total
	Contabilidad	Mecánica	
Mujeres	9	13	22
Hombres	8	11	19
Total	17	24	41

Se busca la probabilidad de elegir al azar una mujer que estudie mecánica o un hombre sin importar la especialidad. Como no existe la intersección, es decir no puede existir una mujer mecánica que sea hombre a la vez, la probabilidad de ambos eventos es la suma de cada uno. Se inicia con la probabilidad de una mujer mecánica:

Se tienen 13 mujeres, de un total de 41 estudiantes, entonces la probabilidad de una mujer mecánica es 13/41. Ahora en cuanto a los hombres, son 19 hombres de un total de 41, entonces la probabilidad de escoger un hombre al azar sin importar la carrera es 19/41. Ahora la probabilidad de obtener cualquiera de las dos opciones es la suma 13/41+19/41=32/41.

Respuesta correcta:

A. 13/41. Incorrecto, esta es la probabilidad de una mujer mecánica únicamente.

B. 19/41. Incorrecto, esta es la probabilidad de un hombre sin importar la especialidad únicamente.

C. 31/41. Correcto, esta es la probabilidad conjunta.

D. 33/41. Incorrecto.

Pregunta 60

Ahora se busca la probabilidad de elegir al azar una mujer que estudie contabilidad o un hombre que estudie mecánica. Al igual que en la **Pregunta 59,** no existe la intersección de ambos eventos, entonces la probabilidad es la suma de ambas probabilidades individuales.

Mujer estudiando contabilidad: 9/41.

Hombres estudiando mecánica: 11/41.

Mujer contabilidad u hombre mecánico: 9/41+11/41=20/41

Respuesta correcta:

A. 17/41. Esta es la probabilidad de obtener hombre o mujer estudiando contabilidad. Incorrecto.

B. 20/41. Correcto.

C. 21/41. Incorrecto.

D 24/41. Incorrecto, esta es la probabilidad de hombre o mujer estudiando mecánica.