

1) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia cuyo radio mide 3 y su centro es $(-1, 2)$?

- A) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$ Ecuación de una circunferencia
 B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 6$ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
 C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ $(x-(-1))^2 + (y-(2))^2 = 3^2$
 D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ $\rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

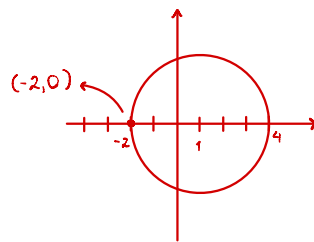
2) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. $(-2, 0)$ es un punto ubicado en el exterior de la circunferencia dado por $(x - 1)^2 + y^2 = 9$ ✗
 II. $(0, 0)$ es un punto ubicado en el interior de la circunferencia dado por $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 6$

De ellas son verdaderas I \rightarrow gráficamente

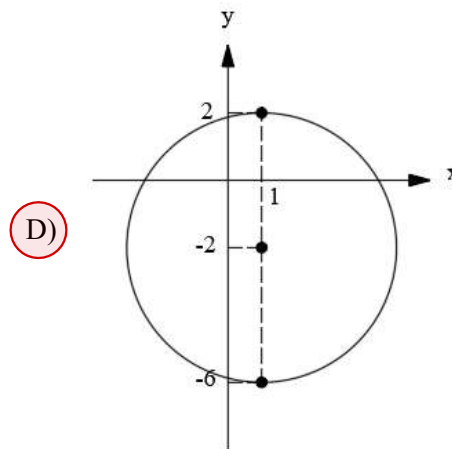
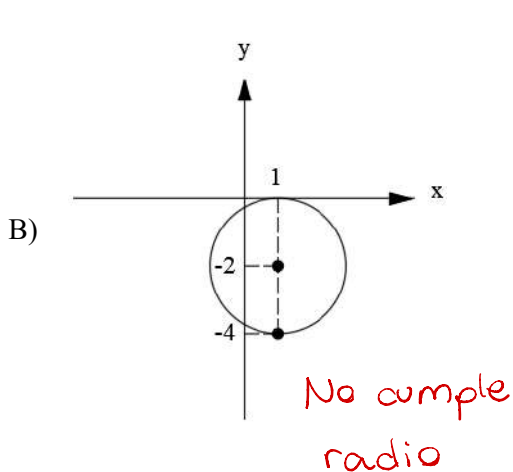
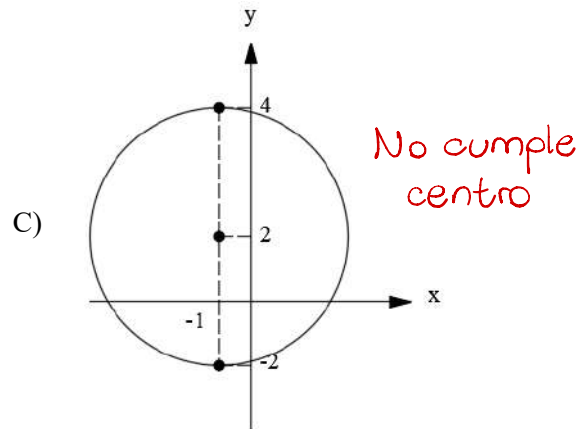
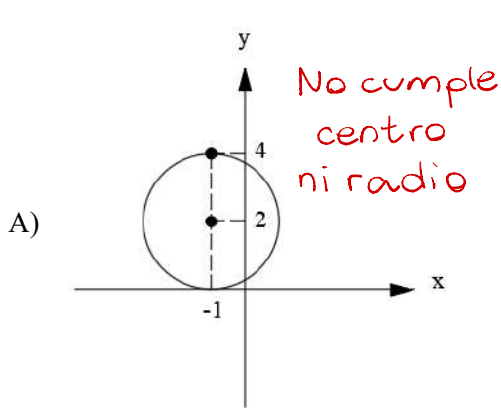
II \rightarrow algebraicamente

- A) ambas
 B) ninguna
 C) solo la I
 D) solo la II

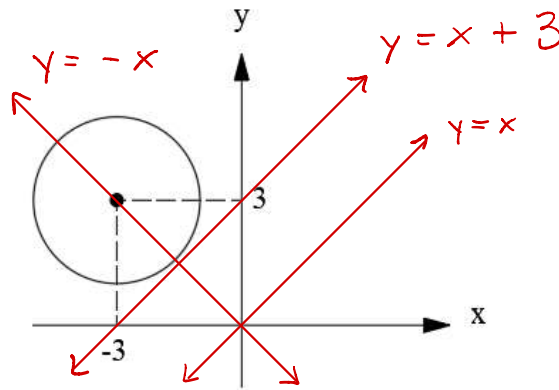


centro = $(3, -2)$ radio = $\sqrt{6} = 2,45$
 distancia entre centro y punto
 $x = |3| + |0| = 3$ $y = |-2| + |0| = 2$
 \rightarrow $h = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} > \sqrt{6}$
 como $\sqrt{13} > \sqrt{6}$; $(0, 0)$ Es exterior.

3) La representación gráfica de la circunferencia de centro $P(1, -2)$ y radio $r = 4$ corresponde a



- 4) Considere la siguiente representación gráfica de una circunferencia “c” de centro P y radio 2:

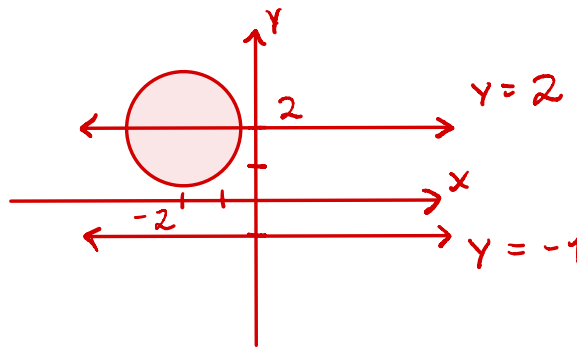


De acuerdo con la información dada, ¿cuál de las siguientes rectas es secante a “c”?

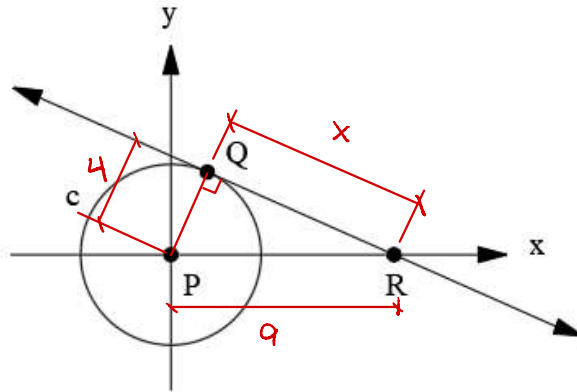
- A) $y = x$
 B) $y = -3$
 C) $y = -x$
 D) $y = x + 3$
- 5) Considere las siguientes proposiciones referentes a la circunferencia “c” dada por $c: (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 3$ centro = $(-2, 2)$ radio = $\sqrt{3} = 1,732$
- I. $y = 2$ es exterior a “c” \times
 II. $y = -1$ es tangente a “c” \times

De ellas son verdaderas

- A) ambas
 B) ninguna
 C) solo la I
 D) solo la II



- 6) Considere la siguiente información sobre la circunferencia “c” cuyo radio mide 4:



De acuerdo con la información dada $QR = \underline{\hspace{2cm}}$.

- A) $\sqrt{65}$
 B) $\sqrt{72}$
 C) $\sqrt{97}$
 D) $\sqrt{145}$

Por pitagoras

$$q^2 = x^2 + 4^2 \Rightarrow x = \sqrt{q^2 - 4^2} \therefore x = \sqrt{65}$$

- 7) Sea la circunferencia “c” dada por $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 8$. Al desplazar a “c” 6 unidades hacia abajo (paralelo al eje de las ordenadas), entonces, se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a:

- A) $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 8$
 B) $(x + 9)^2 + (y - 5)^2 = 8$
 C) $(x + 9)^2 + (y + 1)^2 = 8$
 D) $(x - 3)^2 + (y - 11)^2 = 8$

centro original = $(-3, 5)$

a la coordenada “y” se le resta 6.

centro final = $(-3, -1)$

$$\Rightarrow (x - (-3))^2 + (y - (-1))^2 = 8$$

$$\Rightarrow (x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

- 8) Si al trasladar la circunferencia “c” dada por $c: (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$, se obtuvo la circunferencia $c': (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$; entonces, la traslación implica desplazar

- A) dos unidades hacia la derecha (paralelo al eje x) y seis unidades hacia abajo (paralelo al eje y)
 B) dos unidades hacia la izquierda (paralelo al eje x) y seis unidades hacia arriba (paralelo al eje y)
 C) una unidad hacia la derecha (paralelo al eje x) y tres unidades hacia arriba (paralelo al eje y)
 D) una unidad hacia la izquierda (paralelo al eje x) y tres unidades hacia abajo (paralelo al eje y)

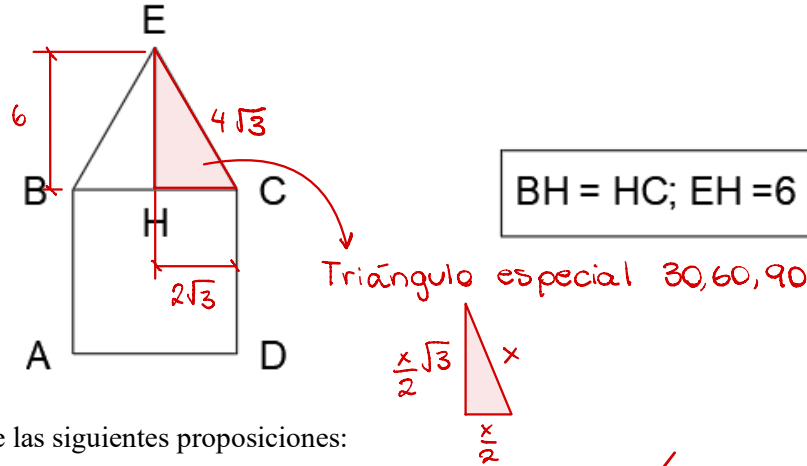
centro original $\Rightarrow (1, -3)$

centro final $\Rightarrow (-1, 3)$

diferencia $\Rightarrow x \rightarrow 2$ unidades (izquierda)

$y \rightarrow 6$ unidades (arriba)

9) Considere la siguiente figura formada por el cuadro ABCD y el triángulo equilátero BCE:



Considere las siguientes proposiciones:

- I. El área del polígono EBADC corresponde a $48 + 12\sqrt{3}$ ✓
- II. El perímetro del polígono EBADC corresponde a $20\sqrt{3}$ ✓

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

Área polígono. → área cuadrado + área triángulo

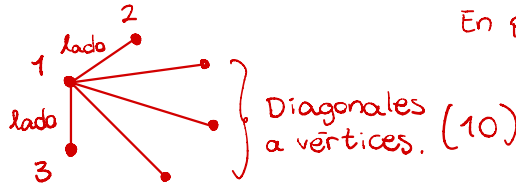
$$4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 48 + 12\sqrt{3}$$

Perímetro = $n \cdot l = 5 \cdot 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$

↳ porque todos los lados miden lo mismo

10) Sea un polígono regular al cual se le puede trazar un total de 10 diagonales a partir de uno de sus vértices. Si su lado mide 3, entonces, el perímetro de ese polígono corresponde a

- A) 30
- B) 36
- C) 39
- D) 48



En polígonos → # lados = # vértices

⇒ 13 vértices

Perímetro = $3 \cdot 13 = 39$

11) Sea un polígono regular cuyo ángulo interno mide 120° . Si la medida de su radio es 4, entonces, el área de dicho polígono corresponde a:

- A) $8\sqrt{3}$
- B) $16\sqrt{3}$
- C) $24\sqrt{3}$
- D) $30\sqrt{3}$

\angle interno + \angle externo = $180 \therefore \angle$ externo = 60

$n \cdot \angle$ externo = $360 \rightsquigarrow n \cdot 60 = 360 \therefore n = 6$

* donde "n" es el # de lados del polígono

Un hexágono se conforma por seis triángulos equiláteros

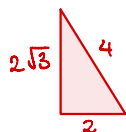
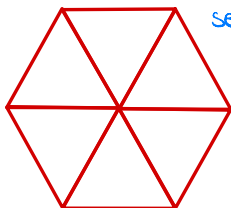
El lado mide lo mismo que el radio

↳ Triángulo especial

Área hexágono

$$6 \cdot \left(\frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} \right) = 24\sqrt{3}$$

* 6 veces área de triángulo



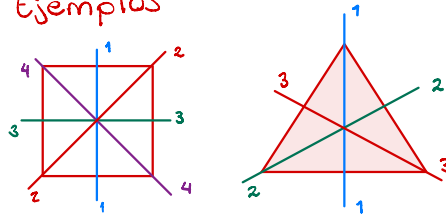
12) La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular es 360° . Si la apotema mide 5, entonces, el área de dicho polígono corresponde a:

- A) 20 *Suma de \angle internos = $180 \cdot (n-2)$*
- B) 25 *$\rightarrow 360 = (n-2) 180 \rightarrow \frac{360}{180} = n-2 \rightarrow 2+2 = n \therefore n = 4$*
- C) 40 *apotema en cuadrado = $l/2 \therefore l = 10$*
- D) 100** *área = $l^2 = 10^2 = 100$*

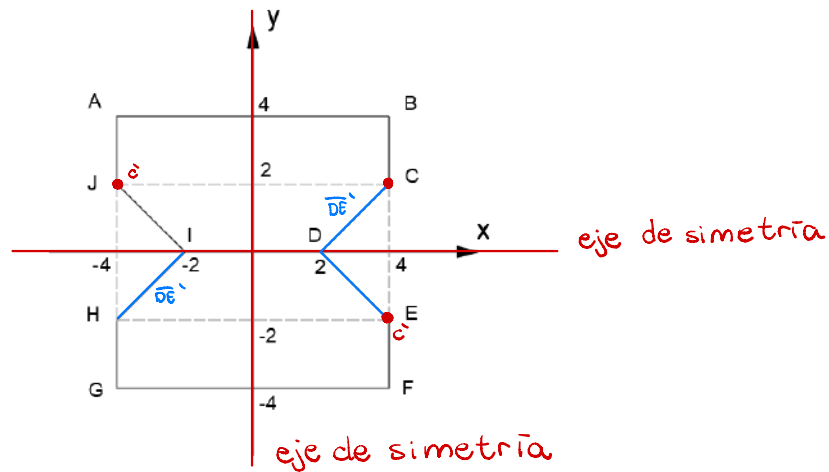
13) Si un polígono regular tiene “n” lados, entonces, el número total de ejes de simetría que posee ese polígono corresponde a:

- A) n**
- B) $\frac{n}{2}$
- C) $n - 2$
- D) $n - 3$

Ejemplos



Para los ítems 14 y 15 considere la información de la siguiente figura:



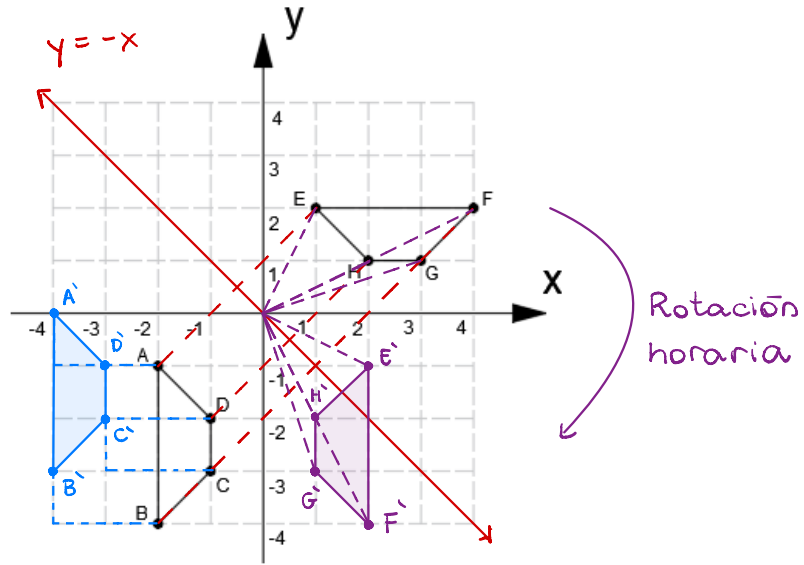
14) Un punto homólogo con “C” corresponde a:

- A) A
- B) E** *\rightarrow reflejo con respecto a un eje de simetría*
- C) F
- D) G

15) Un segmento homólogo con \overline{DE} corresponde a:

- A) \overline{IH}**
- B) \overline{JA}
- C) \overline{BC}
- D) \overline{FE}

Para responder los ítems 16, 17 y 18 considere la siguiente información



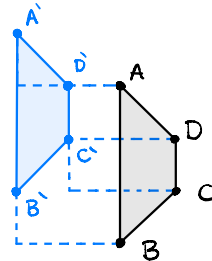
16) Una forma de obtener el $\square ABCD$ es aplicándole una _____ al $\square EFGH$

- A) reflexión sobre la recta $y = -x$
- B) homotecia con centro en el origen y razón $k = 1$ ~~X~~
- C) homotecia con centro en el origen y $k = -1$ ~~X~~
- D) rotación de 180° con centro en el origen de coordenadas y sentido horario

17) El punto imagen de "A" después de aplicarle al $\square ABCD$ la traslación $T(x - 2, y + 1)$ corresponde a:

- A) $(0, -2)$
- B) $(4, -2)$
- C) $(-4, 0)$
- D) $(-4, -2)$

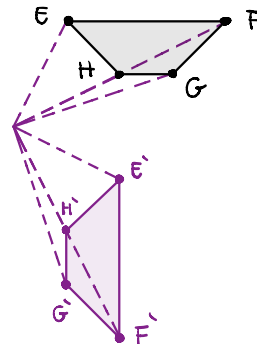
Dibujo azul



18) Si al $\square EFGH$ se le aplica una rotación de 90° con respecto en el origen de coordenadas y sentido horario, entonces, el punto imagen de G, corresponde a:

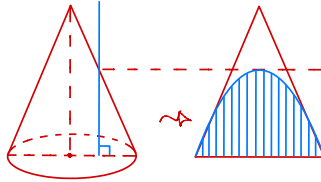
- A) $(1, 3)$
- B) $(3, -1)$
- C) $(1, -3)$
- D) $(-3, 1)$

Dibujo morado

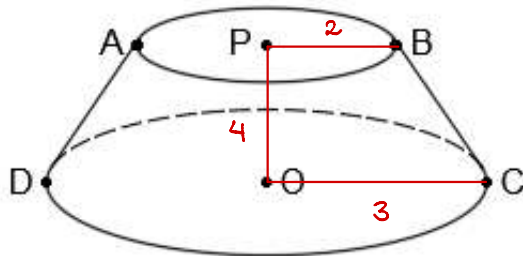


19) Sea la sección plana producto de la intersección de un cono circular recto y un plano perpendicular a la base. Si el plano no pasa por el vértice del cono, entonces, la sección plana descrita corresponde a una

- A) elipse
- B) parábola
- C) hipérbola
- D) circunferencia



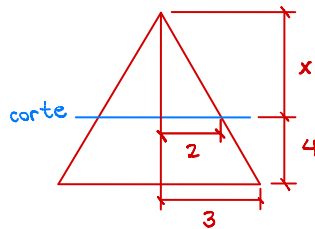
20) La siguiente figura muestra la parte de un cono circular recto producto de un corte paralelo a la base:



A - P - B; D - O - C
 AP = 2; PO = 4; OC = 3
 P y O: centros de las secciones

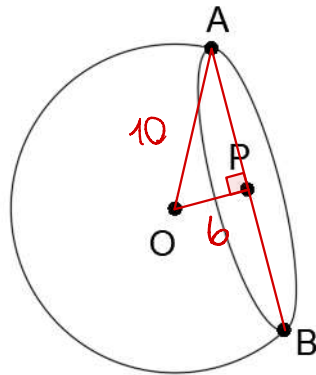
¿Cuál es la altura del cono al que se le realizó el corte?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10



Regla de 3
 en calculadora
 $\frac{x}{2} = \frac{(x+4)}{3} \rightarrow x = 8$

21) La siguiente figura ilustra una esfera y una sección plana generada por el corte de un plano:



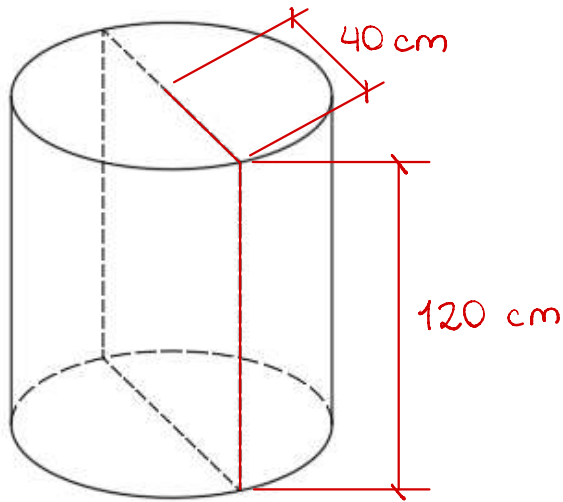
A - P - B
 AO = 10; OP = 6
 O: centro de la esfera
 P: centro de sección plana

Con base en la información dada, el área de la sección plana corresponde a _____.

- A) 36π
- B) 60π
- C) 64π
- D) 100π

Sección plana = círculo de radio AP
 Por pitágoras $\rightarrow AP = \sqrt{10^2 - 6^2} \rightarrow AP = 8$
 Área círculo = $\pi \cdot 8^2 = 64\pi$

22) La siguiente figura ilustra un trozo de madera con forma de cilindro recto, el cual se parte por el centro para generar dos piezas iguales, tal y como se muestra en la imagen. Además, considere que el radio es de 40 cm y el largo de 120 cm.

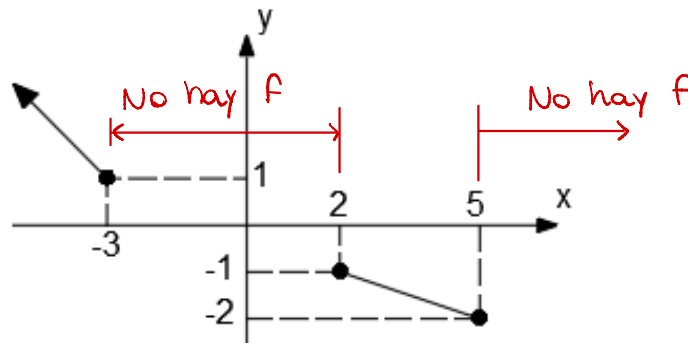


Con base en la información dada, el área del corte sería de ____ cm^2

- A) 2 080
- B) 4 800
- C) 9 600
- D) 12 800

$$\text{Área} = (2 \cdot 40) \cdot (120) = 9600 \text{ cm}^2$$

23) Considere la siguiente información sobre la función f :



Si el conjunto universo de \mathbb{R} , entonces, el complemento del dominio de f corresponde a

- A) $]-\infty, -3[\cup]2, 5[$
- B) $]-3, 2[\cup]5, +\infty[$
- C) $]-2, -1[\cup]1, +\infty[$
- D) $]-\infty, -2[\cup]-1, 1[$

Lo que NO está en "x"

24) De la función f dada por $f: A \rightarrow \{0\}$, con $f(x) = \frac{3x(x+2)}{x}$, es verdadero que _____.

- A) $2 \in A$ $\rightarrow f(2) = \frac{3 \cdot (2+2)}{2} = 12 \neq 0$ \checkmark
- B) $A \neq \{0\}$ \times El enunciado menciona $A = \{0\}$ * todo \mathbb{R} menos cero
- C) $\{6\} \subset A$ \times \rightarrow incluye a cero
- D) $A = \{-2, 3\}$ \times \rightarrow incluye a cero

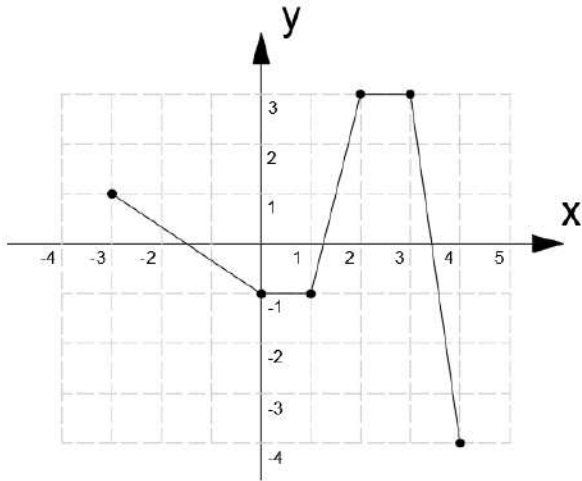
25) Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J :

- I. Sea $D = [-6, 6]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla
 $J = \{(x, y): y = x^2 - 36\}$ \times Al evaluar $x = -6$ o $x = 6$ se tiene como resultado cero
- II. Sea $A = \{-1, 0, 1\}$ y $B = \{-4, -2, 0, 1\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla
 $T = \{(x, y): y = 2x - 2\}$ \checkmark Al evaluar $x = -2 \rightarrow y = -6$ \checkmark
 $x = 2 \rightarrow y = 2$ \checkmark

De ellas corresponden a una función

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

Para responder los ítems 26 y 27 considere las siguientes funciones f, h, m y r:



$m: [-4, 3] \rightarrow \mathbb{C}$, con $r(x) = x+1$
 $r: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{B}$, con $h(x) = x^2-9$
 $h: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{A}$, con $m(x) = -x+1$

26) Considere las siguientes proposiciones:

- I. $(f \circ m)(-4) = 1$ ✓
 II. Un intervalo de dominio de f donde f tiene inversa corresponde a $] -2, 1[$ ✗

De ellas son verdaderas

- A) ambas I
 B) ninguna
 C) solo la I
 D) solo la II

II
 No porque hay cambio de recta



27) Considere las siguientes proposiciones:

- I. $(r \circ h)(x) = x^2 - 2x - 8$ ✓
 II. Es factible efectuar $(r \circ m)(x)$ ✗

De ellas son verdaderas

- A) ambas I $\Rightarrow h(x) = -x+1 \Rightarrow r(-x+1) = (-x+1)^2 - 9$
 B) ninguna
 C) solo la I
 D) solo la II
- Fórmula notable $\Rightarrow (-x+1)(-x+1) - 9$
 $= x^2 - 2x + 1 - 9$
 $= x^2 - 2x - 8$

II \Rightarrow Evaluar $\Rightarrow m(-4) = (-4) + 1 = -3$; -3 se encuentra en el dominio de r ✓
 $m(3) = (3) + 1 = 4$; 4 no se encuentra en el dominio de r ✗

28) Si la inversa de la función f dada por $f(x) = 4x + 2$ es de la forma $f^{-1}(x) = ax + b$, entonces, se cumple que

A) $a = \frac{1}{4}$ y $b = \frac{1}{2}$

B) $a = \frac{1}{4}$ y $b = -\frac{1}{2}$

C) $a = -\frac{1}{4}$ y $b = \frac{1}{2}$

D) $a = -\frac{1}{4}$ y $b = -\frac{1}{2}$

Inversa \rightarrow intercambio "y" por "x", y se despeja "y"
 $f(x)$ es lo mismo que "y"

$\rightarrow x = 4y + 2$

$\Rightarrow x - 2 = 4y \rightarrow \frac{x-2}{4} = y \therefore y = \frac{x-2}{4}$

29) Sea $f: [4, +\infty[\rightarrow A$, dada por $f(x) = 2\sqrt{x-3} - 5$. ¿Cuál es el ámbito de la inversa de f ?

A) $[4, +\infty[$

B) $[-1, +\infty[$

C) $[-2, +\infty[$

D) $[-3, +\infty[$

\hookrightarrow es el dominio de f

30) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función dada por $f(x) = \sqrt{x}$

I. La gráfica de $r(x) = 2\sqrt{x}$ representa una homotecia de la gráfica de f \times

II. Si se traslada la gráfica de f dos unidades hacia la derecha (sobre el eje x), entonces, se obtiene la gráfica de $g(x) = \sqrt{x} + 2$ $\times \rightarrow$ sube la función 2 unidades

De ellas son verdaderas

A) ambas

B) ninguna

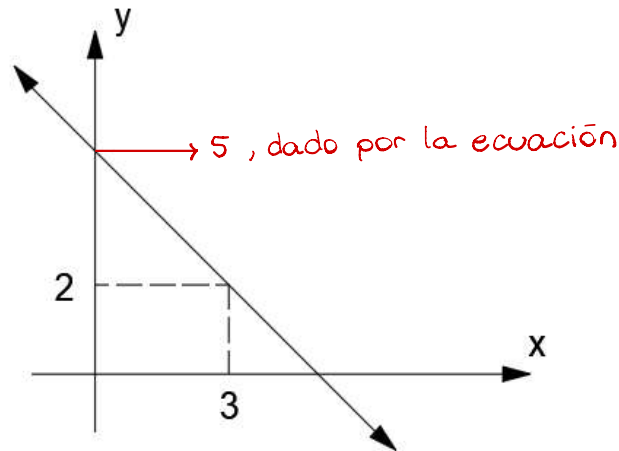
C) solo la I

D) solo la II

$\rightarrow y = x \rightarrow (1,1) (2,2)$

$y = 2x \rightarrow (1,2) (2,4)$

- 31) Considere la siguiente gráfica de la recta $y = mx + 5$



Con base en la información dada, considere las siguientes afirmaciones:

- I. $0 < m < 1$ ~~X~~ la función es decreciente, es decir, $m < 0$
 II. La recta interseca al eje x en (0, 5) ✓

De ellas son verdaderas

- A) ambas
 B) ninguna
 C) solo la I
 (D) solo la II

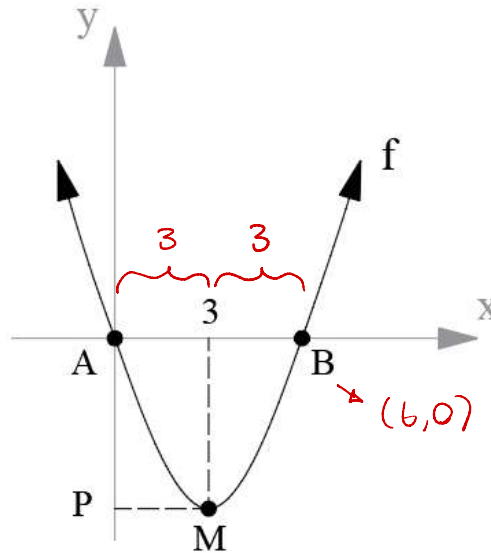
- 32) Considere las siguientes proposiciones sobre la función "g" cuya gráfica es la recta $y = x$

- I. La gráfica "g" es decreciente ~~X~~ $\rightarrow m = 1$, como es positiva \rightarrow creciente
 II. La gráfica "g" contiene el origen de coordenadas ✓ para $x = 0 \rightarrow y = 0$

De ellas son verdaderas

- A) ambas
 B) ninguna
 C) solo la I
 (D) solo la II

- 33) Considere la siguiente función cuadrática f de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde A representa el origen de coordenadas y M el punto mínimo que alcanza la gráfica:



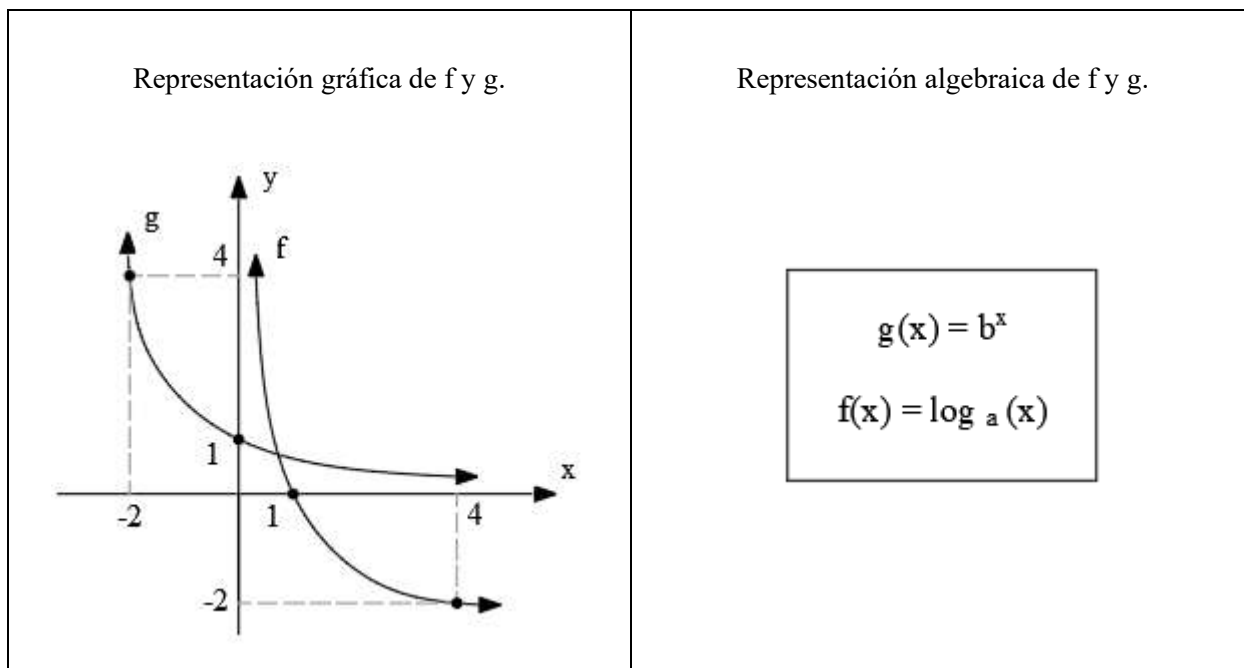
De acuerdo con los datos de la figura dada considere las siguientes proposiciones:

- I. $c < 0$ X \rightarrow "c" es la intersección con el eje "y", en este caso $c = 0$
 II. $\Delta < 0$ X \rightarrow para $\Delta < 0$, la función no cruza el eje "x"
 III. B corresponde al par ordenado $(6, 0)$ ✓

De ellas son verdaderas solo la

- A) I
 B) II
 C) III
 D) I y la II

Para responder los ítems 34 y 35 considere las siguientes funciones f y g:



34) Considere las siguientes proposiciones:

- I. "f" es creciente ~~X~~ \rightarrow f y g son decrecientes
- II. El dominio de "g" corresponde a $]0, +\infty[$ ~~X~~ \rightarrow es $]-\infty, +\infty[$

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

35) Considere las siguientes proposiciones:

- I. "f" y "g" son inversas entre sí \checkmark
- II. Se cumple con certeza que $a = b$ \checkmark

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

$I \rightarrow g(x) = "y" \rightarrow x = b^y \rightarrow \log_b(x) = y \therefore "y" = f(x)$
 $II \rightarrow$ De los gráficos se observa lo siguiente:
 $g(x) \rightarrow$ para $x = -2$, $y = 4$
 $\rightarrow 4 = b^{-2} \rightarrow b = 0,5$
 $f(x) \rightarrow$ para $x = 4$, $y = -2$
 $\rightarrow \log_a(4) = -2 \rightarrow a = 0,5$

} $a = b$

36) En una empresa, la utilidad " $U(x)$ " mensual por producir " x " unidades de un producto ($0 < x < 2\,000$) está dada por $U(x) = -2x^2 + 4\,000x$

De acuerdo con la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La máxima utilidad → vértice que puede tener la empresa en un mes correspondiente a 2 000 000 ✓
- II. La utilidad mensual de la empresa aumenta cuando produce más de 1 000 unidades ✗

De ellas son verdaderas

- A) ambas I → vértice ⇒ $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4000}{2 \cdot -2} = 1000$
- B) ninguna → $U(1000) = -2 \cdot (1000)^2 + 4000 \cdot 1000 \Rightarrow U(x) = 2\,000\,000$
- C) solo la I II → de I se obtiene vértice en $x = 1000$, entonces, luego decrece
- D) solo la II

37) Ana pagó por 2,5 kilogramos de clavos, y 1,5 kilogramos de tornillos ₡ 3 620, mientras que Juan gastó en 5 kilogramos de clavos, y 2 kilogramos de tornillos ₡ 6 410. Si ambos compraron a los mismos precios, entonces, el kilogramo de tornillos costó ₡_____.

- A) 800 Sistema de ecuación
- B) 830 (1) $2,5c + 1,5t = 3\,620$
- C) 916 (2) $5c + 2t = 6\,410$
- D) 1 035 Resolviendo en calculadora $t = 830 \quad c = 950$

38) Sea f una función, tal que, $f(x) = \log_b(x)$. Si $f(8) = 3$, entonces, el valor de " b " corresponde a

- A) 2 $3 = \log_b(8)$
- B) 3
- C) 5 → $b^3 = 8 \Rightarrow b = \sqrt[3]{8} \therefore b = 2$
- D) 6

39) Un empresario invierte en dólares y el modelo para calcular el monto ahorrado por la financiera está dado por $A(t) = 15\,000 \cdot (1,07)^t$, donde "A(t)" es el monto transcurrido "t" en años, después de la inversión inicial

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La inversión inicial es de \$ 6 050 ~~X~~ \rightarrow para $t=0$ $A(t) = 15\,000$
- II. Deben transcurrir menos de 6 años para que el monto ahorrado sea mayor que \$ 25 000 ~~X~~

De ellas son verdaderas

- A) ambas
 - B) ninguna
 - C) solo la I
 - D) solo la II
- $II \rightarrow f(6) = 15000 \cdot 1,07^6 = 22\,510,96 < 25\,000$

40) El costo de parqueo de un centro de entretenimiento se distribuye así: una hora o menos \$ 1 500 y después de ese tiempo cada hora adicional cuesta \$ 500. Si un automóvil estuvo 5 horas en ese parqueo, entonces, el pago total por el servicio correspondió a \$ _____.

- A) 2 500
 - B) 3 500
 - C) 4 000
 - D) 6 500
- Parqueo $\begin{cases} \$1500 \rightarrow t < 1h \\ \$1500 + 500t \rightarrow t > 1h \end{cases}$
- $\therefore f(5) = 1500 + 500 \cdot (5) = \4000

41) Si el área de un círculo "a(r)" en función del radio "r" está dada por $a(r) = \pi r^2$, entonces, el modelo de la relación "r(a)" involucra la función _____,

- A) lineal
 - B) logarítmica
 - C) exponencial
 - D) raíz cuadrada
- \hookrightarrow inversa
- $\rightarrow r = \pi \cdot a^2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{r}{\pi}}$

42) Considere la información de las siguientes tablas donde “x” es la variable independiente y “y” es la dependiente:

Tabla A					
x	0	1	2	3	4
y	3	6	12	24	48

Tabla B					
x	1	2	4	8	16
y	0	3	6	9	12

De acuerdo con la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables “x” y “y” en la tabla B involucra la función logarítmica ✓
- II. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables “x” y “y” en la tabla A involucra la función exponencial

De ellas son verdaderas $\left. \begin{array}{l} \text{función logarítmica} = y = \log_b(x) \cdot n \\ \text{función exponencial} = y = a^x \cdot n \end{array} \right\} \text{ "n" puede ser 1}$

- A) ambas
- B) ninguna $I \rightsquigarrow \text{Evaluando} \rightsquigarrow 0 = \log_b(1), 3 = \log_b(2) \therefore b = 1,26, b = \log_b(4) \therefore b = 1,26 \checkmark$
- C) solo la I $II \rightsquigarrow \text{Evaluando} \rightsquigarrow 3 = a^0 \cdot 3, 6 = a^1 \cdot 3 \therefore a = 2, 12 = a^2 \cdot 3 \therefore a = 2 \checkmark$
- D) solo la II

43) Considere la siguiente información sobre un grupo de halterofilia (levantamiento de pesas):

Horas dedicadas a la halterofilia por un grupo de atletas durante la última semana	
Horas	Cantidad de estudiantes
De 6 a menos de 8	2
De 8 a menos de 10	3
De 10 a 12	5

Con base en la información dada se concluye que en la última semana los integrantes del grupo dedicaron en promedio _____ horas a la práctica de la halterofilia.

- A) 8,0
 - B) 8,7
 - C) 9,6
 - D) 10,0
- Promedios $\left. \begin{array}{l} 7 \\ 9 \\ 11 \end{array} \right\} \text{ Media ponderada}$

$$\frac{7 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 11 \cdot 5}{10} = 9,6$$

Para responder los ítems 44, 45 y 46 considere la siguiente información sobre la masa, en kilogramos, de los estudiantes de los grupos A y B:

Las siguientes tablas detallan la información de las masas de los estudiantes del grupo A y un resumen estadístico basado en las masas de los estudiantes del grupo B:

Masa de estudiantes del grupo A	44	48	48	51	56	60	75	75	88
---------------------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Masa de estudiantes del grupo B	Mín	Q_1	Me	Q_3	Máx	Media	Moda
	46	57	66	75	84	66	66

44) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La masa promedio en el grupo A es mayor que en el B \times $A < B \rightarrow 61 < 66$
- II. Al menos hay un estudiante en el grupo B que tiene una masa inferior a todos los estudiantes del grupo A \times $Mín B = 46$, $Mín A = 44$

De ellas son verdaderas

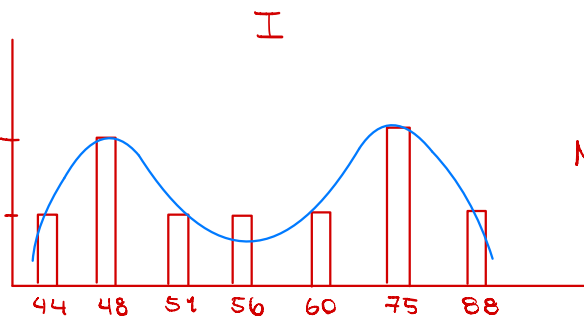
- A) ambas $\text{Promedio A} \approx \frac{44 + 48 + 48 + 51 + 56 + 60 + 75 + 75 + 88}{9} \approx 61$
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

45) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La distribución de los datos de las masas de los estudiantes del grupo A presentan asimetría positiva \times
- II. La distribución de los datos de las masas de los estudiantes del grupo B tiende a ser asimétrica \checkmark

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II



II \rightsquigarrow Para que sea simétrico $Me = Media = Moda$
 En el grupo B $\rightsquigarrow Moda \neq Media$ y Me

- 46) ¿Cuál de las afirmaciones es correcta?
- A) Con certeza, hay al menos un estudiante de 75 kilogramos de masa por grupo ~~X~~ *No se conoce el tamaño del grupo B*
- B) La diferencia entre los recorridos de las masas de las secciones corresponde a 8 ~~X~~ *es 6*
- C) Los datos sobre las masas de los estudiantes de la sección B presentan mayor variabilidad que los de A ~~X~~ *A = 88 - 44 = 44 B = 84 - 46 = 38* recorrido
- D)** Los datos sobre las masas de los estudiantes de la sección A presentan mayor variabilidad que los de B *✓*

Para responder los ítems 47 y 48 considere la siguiente información sobre la cantidad de horas dedicada a escuchar música por un grupo de amigos durante la semana pasada:

Mínimo	Cuartiles			Máximo
	Q_1	Me	Q_3	
-----	10	16	-----	24

- 47) Si el recorrido de los datos sobre las horas dedicadas a escuchar música corresponde a 19 horas, entonces, hubo al menos uno de esos amigos que escuchó _____ horas de música la semana pasada.
- A) 3 *Recorrido = máx - mín*
- B)** 5 *→ 19 = 24 - mín*
- C) 6
- D) 8 *∴ mín = 5* *↗ entre Q_1 y Q_3*

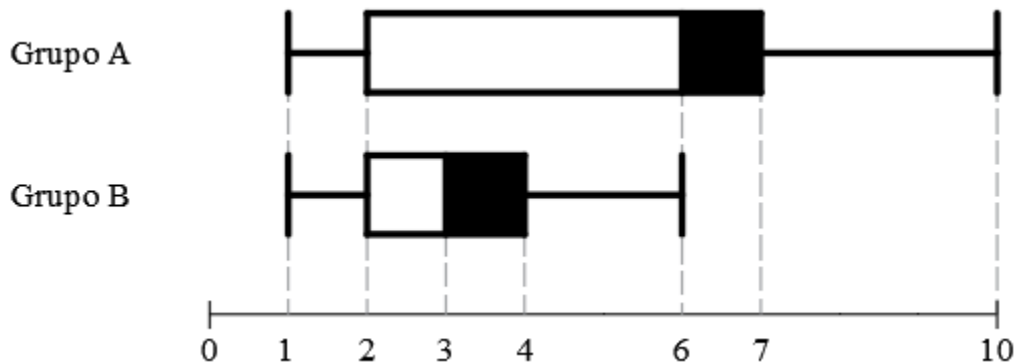
48) Considere las siguientes proposiciones suponiendo que el recorrido intercuartilico de las horas dedicada a escuchar música durante la semana pasada corresponde a 8:

- I. El intervalo [18, 24] representa al menos el 25 % de las horas dedicadas por el grupo de amigos a escuchar música durante la semana pasada *✓ Entre Q_3 y máx hay 25 %.*
- II. El intervalo [10, 18] representa al menos el 50 % de las horas dedicadas por el grupo de amigos a escuchar música durante la semana pasada *✓ Entre Q_1 y Q_3 hay 50 %.*

De ellas son verdaderas

- A)** ambas *Recorrido intercuartilico = $Q_3 - Q_1$*
- B) ninguna *→ 8 = $Q_3 - 10$*
- C) solo la I *∴ $Q_3 = 18$*
- D) solo la II

Para responder los ítems 48, 50 y 51 considere el siguiente diagrama de cajas que resume las notas de los grupos A y B (de 40 estudiantes en cada uno) en una prueba de inglés:



Tamaño 40
Es número par
∴ se tienen promedios en Q_1 , Me y Q_3
No valores conocidos

49) Con certeza, hubo al menos un estudiante por grupo con un _____ en la prueba de inglés

- A) 1 → mínimo y máximo son valores conocidos
- B) 2 → no se conoce con certeza
- C) 6 → en B sí, en A no se tiene certeza
- D) 7 → No hay en B

50) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Con certeza, hubo al menos una nota de 4 en B No se tiene certeza
- II. Si la nota mínima de aprobación es 7, entonces, solo en A hubo aprobados

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

51) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Las notas de B presentan mayor variabilidad que las de A → $A > B \rightarrow 9 > 5$
- II. Al menos un 25 % de las notas en ambos grupos fueron iguales o menor que 2 $Q_1 = 2$ en ambos grupos

De ellas son verdaderas

- A) ambas I → Variabilidad = recorrido → $A = 10 - 1 = 9$ $B = 6 - 1 = 5$
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

Para responder los ítems 52 y 53 considere el siguiente resumen sobre las masas (en kilogramos) de tres grupos de perros adultos clasificados por su raza. Además, se da la masa de un perro por cada raza:

Raza	Masa promedio (kg)	Desviación estándar	Masa del perro por raza (kg)
A	2,10	0,50	2,50
B	35,00	4,00	37,00
C	24,00	3,00	28,00
D	17,00	2,00	18,00

52) Considere las siguientes proposiciones respecto a las masas de los perros de las razas A y B:

- I. Respecto a sus propias razas, el perro de la raza B es el que presenta mejor posición relativa ✓
- II. Los datos sobre las masas de los perros de la raza A presentan mayor variabilidad relativa que los de la raza B ✓

De ellas son verdaderas

$$I \rightsquigarrow \text{Posición relativa} = \frac{x - \text{promedio}}{\text{desv. est}} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{2,5 - 2,1}{0,5} = 0,8 \\ B = \frac{37 - 35}{4} = 0,5 \end{array} \right.$$

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

$$II \rightsquigarrow \text{Var. relativa} = \frac{\text{desv. est.}}{\text{promedio}} \cdot 100 \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{0,5}{2,1} \cdot 100 = 23,81 \% \\ B = \frac{4}{35} \cdot 100 = 11,43 \% \end{array} \right.$$

53) Considere las siguientes proposiciones respecto a las masas de los perros de las razas C y D:

- I. Respecto a sus propias razas, el perro de la raza D es el que presenta mejor posición relativa
- II. Los datos sobre las masas de los perros de la raza C presentan mayor variabilidad relativa que los de la raza D

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

$$I \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{28 - 24}{3} = 1,33 \\ D = \frac{18 - 17}{2} = 0,5 \end{array} \right.$$

$$II \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{3}{24} \cdot 100 = 12,5 \% \\ D = \frac{2}{17} \cdot 100 = 11,76 \% \end{array} \right.$$

Para responder los ítems 54, 55 y 56 considere la siguiente información:

Un juego consiste en girar una ruleta de 12 sectores, donde se obtiene uno de ellos y todos tienen la misma probabilidad de salir. Dicha ruleta está numerada de manera que cada sector tiene asignado un número diferente del 1 al 12.

Con base en la información dada se definen los siguientes eventos al girar una vez la ruleta:

- Evento D: obtener al azar un número par 50% $\rightarrow \frac{5}{12} \cdot 100 = 41,67\%$
- Evento E: obtener al azar un número impar 50% $\rightarrow 4,5,6,7,8$
- Evento F: obtener al azar un número mayor que 3 y menor que 9 41,67%
- Evento G: obtener al azar un número divisible por 2 y mayor que 5 33,33% $\rightarrow 6,8,10,12$

54) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(D \cup E) < 1$ X

II. $P(D \cup E) = P(D) + P(E) - P(D \cap E)$ ✓

$\rightarrow \frac{4}{12} \cdot 100 = 33,33\%$

De ellas son verdaderas

- A) ambas $I \rightarrow P(D \cup E) = P(D) + P(E) - P(D \cap E)$
- B) ninguna D y E no tienen ningún número en común $\therefore P(D \cap E) = 0$
- C) solo la I $\rightarrow P(D \cup E) = 0,50 + 0,50 - 0 = 1$
- D) solo la II**

55) Considere las siguientes proposiciones:

I. $F^c = \{4,5,6,7,8\}$ X $\rightarrow F^c =$ complemento de F

II. $P(D^c) = 1 - P(E^c)$ ✓

De ellas son verdaderas

- A) ambas $II \rightarrow P(D^c) = 0,50$
- B) ninguna $\rightarrow 1 - P(E^c) = 1 - (1 - 0,50) = 0,50$ } ✓
- C) solo la I
- D) solo la II**

56) Considere las siguientes proposiciones:

- I. $P(F \cup G) = 0$ ✗
 II. $P(D \cup G) = P(D)$ ✓

De ellas son verdaderas

- A) ambas
 B) ninguna
 C) solo la I
 (D) solo la II
- I → F y G comparten 2 números: 6 y 8 → $P(F \cap G) = \frac{2}{12} = 16,67\%$
 $P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$
 → $P(F \cup G) = 41,67 + 33,33 - 16,67 = 58,33\% = 0,583$*
- II → D y G comparten 4 números: 6, 8, 10, y 12 → $P(D \cap G) = \frac{4}{12} = 33,33\%$
 $P(D \cup G) = P(D) + P(G) - P(D \cap G)$
 → $P(D \cup G) = 50 + 33,33 - 33,33 = 50\% = 0,50$*

Para responder los ítems 57 y 58 considere la siguiente información sobre cuatro sobre con cintas diferenciadas solo por sus colores:

Sobre	Roja	Blanca	Negra	Total
#1	5	6	7	18
#2	7	3	2	12
#3	1	9	5	15
#4	4	5	8	17

57) Para obtener la menor probabilidad de extraer al azar en un solo intento una cinta roja o blanca se debe elegir el sobre _____.

- A) 1 → $11/18 = 0,61$
 B) 2 → $10/12 = 0,83$
 C) 3 → $10/15 = 0,67$
 (D) 4 → $9/17 = 0,53$

58) Para obtener la mayor probabilidad de extraer al azar una cinta blanca o negra se debe elegir el sobre _____.

- A) 1 → $13/18 = 0,722$
 B) 2 → $5/12 = 0,417$
 (C) 3 → $14/15 = 0,933$
 D) 4 → $13/17 = 0,765$

Para responder los ítems 59 y 60 considere la siguiente información:

Se lanza un dado de 8 caras con cada una de ellas enumeradas del uno al ocho. No se repiten números y cada una de esas caras tiene la misma probabilidad de obtenerse.

59) Considere las siguientes proposiciones referidas a lanzar el dado una vez:

I. La probabilidad de obtener un número mayor que ocho es uno \times \rightarrow

Es cero, no se puede tener más de 8

II. La probabilidad de que se obtenga un número menor que 10 es cero \times \rightarrow

Siempre se va a tener un número menor que 10 $\therefore P = 1$

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II

60) Considere las siguientes proposiciones referidas a lanzar el dado una vez:

I. La probabilidad de obtener un número par corresponde a $\frac{4}{8}$ \checkmark $\rightarrow 2, 4, 6, 8 \Rightarrow \frac{4}{8}$

II. La probabilidad de obtener un número impar mayor que 2 corresponde a $\frac{2}{8}$ \times $\rightarrow 3, 5, 7 \Rightarrow \frac{3}{8}$

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solo la I
- D) solo la II