

Solucionario examen Matemáticas Bachillerato por Madurez 02-2023

En el siguiente solucionario, se dará una argumentación breve sobre las respuestas del examen y los motivos por los cuales están correctas o incorrectas.

Pregunta 1

Se da una tabla con datos de ingreso mensual en dólares de los trabajadores de una empresa y piden obtener el ingreso mensual promedio de los trabajadores

- 1) La siguiente tabla muestra el ingreso mensual (en dólares) de los trabajadores de una empresa:

Ingreso mensual de los trabajadores de una empresa	
Ingreso en dólares	Cantidad de trabajadores
[1800, 2200[42
[2200, 2800[48
[2800, 3000]	10

Con base en la información dada se concluye que el ingreso mensual promedio de los trabajadores de la empresa corresponde a \$ _____.

- A) 2072
- B) 2272
- C) 2448
- D) 2472

Para obtener el dato que solicitan primero se debe calcular el valor promedio de cada fila, obteniendo como resultados 2000, 2400 y 2800 respectivamente para cada fila; con estos datos se procede a realizar el cálculo de la ponderación de datos mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{2000 \cdot 42 + 2400 \cdot 48 + 2800 \cdot 10}{42 + 48 + 10} = 2272$$

Respuesta correcta: B

- A. No corresponde al resultado que se obtiene de la ponderación de datos
- B. Es la respuesta correcta
- C. No corresponde al resultado que se obtiene de la ponderación de datos
- D. No corresponde al resultado que se obtiene de la ponderación de datos

Para las preguntas 2, 3 y 4 muestran dos tablas con la información que se muestra a continuación:

Para responder los ítems 2, 3 y 4 considere la siguiente información sobre los pesos (masas), en kilogramos, de tepezcuintles (machos adultos) de los corrales A y B de un refugio de vida silvestre:

Las siguientes tablas detallan la información de los pesos de los tepezcuintles del corral A y un resumen estadístico basado en los pesos del corral B. Además, considere que la diferencia entre las desviaciones estándar de las masas de ambos grupos es despreciable.

Masa de los tepezcuintles del corral A	6	6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	11	12
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Masa de los tepezcuintles del corral B	Min	Q ₁	Me	Q ₃	Máx	Media	Moda
	6	8	10	12	14	10	10

Acomodando los datos del corral A de la misma manera que la tabla de datos del corral B se tiene el siguiente cuadro resumen

	Min	Q ₁	Me	Q ₃	Máx	Media	Moda
Masa de los tepezcuintles del corral A	6	7	8	9	12	8.30	8
Masa de los tepezcuintles del corral B	6	8	10	12	14	10	10

Pregunta 2

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 2) Considere las siguientes proposiciones:
- I. En promedio los tepezcuintles del corral B pesan dos kilogramos más que los del corral A
 - II. Con certeza, hay al menos un tepezcuintle de 8 kilogramos en cada uno de los corrales.
- De ellas son verdaderas
- A) ambas.
 - B) ninguna.
 - C) solo la I.
 - D) solo la II.

Respuesta correcta: B

- A. Ninguna es verdadera
- B. Respuesta correcta
- C. Tomando como referencia el cuadro resumen dado anteriormente se observa que la diferencia

entre la media o los promedios de ambos corrales es de 1.7 no de 2; por lo tanto, no es verdadera

D. Este tipo de proposiciones se dejan como verdaderas solamente cuando el dato que solicitan son el mínimo o máximo, en este caso vemos que en el corral A corresponde a la mediana y en el corral B al cuartil 1; por lo tanto, no es verdadera.

Pregunta 3

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

3) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La diferencia entre las modas referidas a las masas de ambos grupos de los tepezcuintles es de 2 kilogramos.
- II. Hay evidencia estadística que indica que la distribución de las masas de los tepezcuintles del corral B tiende a presentar asimetría positiva.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: C

A. Solo I es correcta

B. Solo I es correcta

C. Si tomamos los valores de ambas modas de los corrales se tendría la operación $10-8=2$ que corresponde al valor correcto

D. Para definir si una distribución de datos presenta asimetría positiva se tienen dos métodos; el primero sería que

$$(Me - Q_1) < (Q_3 - Me)$$

Para este caso se tiene

$$2 = 2$$

En este caso no se cumple la condición; el segundo método es

$$Me < Media$$

Para este caso se tiene

$$2 = 2$$

Tampoco se cumple la condición con el segundo método; por lo tanto, no es verdadera.

Pregunta 4

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

4) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La mayor diferencia entre dos masas cualesquiera de los tepezcuintles del corral B es 4 kilogramos.
- II. Al analizar los datos sobre las masas de los tepezcuintles de ambos corrales se evidencia que estos presentan mayor variabilidad en los de B que en los de A.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: D

A. Solo II es correcta

B. Solo II es correcta

C. Para calcular la diferencia máxima se debe calcular el recorrido que es mediante la siguiente ecuación

$$Recorrido = \text{máx} - \text{mín}$$

Para el caso del corral B se tiene

$$R_B = 14 - 6 = 8$$

Se observa que el recorrido es de 8 que correspondería a la mayor diferencia; por lo tanto, no es verdadera

D. Para determinar la variabilidad entre ambos corrales se procede a calcular el recorrido de A

$$R_A = 12 - 6 = 6$$

De acuerdo con esto se observa

$$R_B > R_A$$

Se cumple que el recorrido del corral B es mayor que el recorrido del corral A; por lo tanto, es verdadera

Para las preguntas 5 y 6 muestran la siguiente tabla de datos sobre las horas dedicadas a la práctica de natación de un grupo de amigos

Para responder los ítems 5 y 6 considere la siguiente información que resume la cantidad de horas dedicada a la práctica de la natación por un grupo de amigos la semana pasada:

Min	Q ₁	Me	Q ₃	Máx
12	15	21	—	—

Pregunta 5

Solicitan una cantidad de horas de práctica de al menos uno de ellos

- 5) Si el recorrido sobre las horas dedicadas a la práctica por el grupo de amigos fue de 20, entonces, hubo al menos uno de ellos que practicó solo ___ horas la semana pasada.
- A) 15
B) 20
C) 21
D) 32

Del enunciado indican que el recorrido es de 20 y de los datos de la tabla dada anteriormente se observa que el mínimo es de 12 por lo que se tiene

$$20 = x - 12 \rightarrow x = 32$$

Este sería el valor máximo y se debe recordar que solo el valor mínimo y el valor máximo son datos estadísticos registrados

Respuesta correcta: D

- A. No es un dato estadístico registrado
B. No es un dato estadístico registrado
C. No es un dato estadístico registrado
D. Es la respuesta correcta

Pregunta 6

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 6) Considere las siguientes afirmaciones suponiendo que el recorrido intercuartílico sobre las horas dedicadas a la práctica de la natación por el grupo de amigos fue de 14 horas:
- I. Con certeza, al menos el 25% de esos amigos practicaron natación 14 o menos horas la semana pasada.
- II. Con certeza, al menos el 75% de esos amigos practicaron natación entre 15 y 26 horas la semana pasada.
- De ellas son verdaderas
- A) ambas.
B) ninguna.
C) solo la I.
D) solo la II.

Respuesta correcta: B

A. Ninguna es verdadera

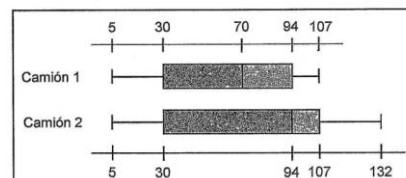
B. Es la respuesta correcta

C. El valor del cuartil 1 es de 15 por lo que no se cumple que al menos el 25% corresponda a una cantidad de horas de 14 o menos ya que para que sea de un 25% debe llegar al valor de 15 dado en la tabla

D. Tomando en cuenta que el recorrido intercuartílico es de 14 y se tiene en el cuartil 1 un valor de 15, se llega a que el valor del cuartil 3 es de 29; la suposición dada indica que hay un 75% entre 15 y 26 horas, esto no se cumple ya que en realidad hay menos de un 50% entre el valor de 15 y el valor de 26

Para las preguntas 7, 8 y 9 muestran un diagrama de cajas con la información sobre los kilómetros recorridos de dos camiones

Para responder los ítems 7, 8 y 9 considere la siguiente información sobre los kilómetros recorridos de dos camiones de una compañía de mudanzas durante el último mes. Los resultados obtenidos se resumen en el siguiente diagrama de cajas



Pregunta 7

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 7) Considere las siguientes afirmaciones:
- La máxima diferencia entre dos distancias recorridas por los camiones el último mes fue de 25 km
 - Al menos el 25% de los viajes de ambos camiones fue igual o mayor que 5 km, pero menor o igual que 30 kilómetros.
- De ellas son verdaderas
- ambas.
 - ninguna.
 - solo la I.
 - solo la II.

Respuesta correcta: D

A. Solo II es correcta

B. Solo II es correcta

C. Para saber la máxima diferencia se deben calcular los recorridos para ambos camiones, obteniendo como resultados

$$\text{Recorrido} = \text{máx} - \text{mín}$$

$$R_1 = 107 - 5 = 102$$

$$R_2 = 132 - 5 = 127$$

De acá se observa que el mayor recorrido sería de 127 km

D. La distancia de 25% va del valor mínimo hasta el valor del cuartil 1, para ambos casos se cumple que estos recorridos serían igual o mayor que 5 km, pero menor o igual que 30 km

Pregunta 8

Se solicita la afirmación correcta

- 8) La opción que contiene una afirmación correcta corresponde a:
- El mayor recorrido en el último mes se realizó con el camión 1.
 - Con certeza, al menos en una ocasión ambos camiones realizaron un recorrido de 94 km durante el último mes.
 - Con certeza, al menos el 75% de los recorridos de ambos camiones fueron iguales o mayores que 30 km durante el último mes.
 - Con certeza, al menos el 25% de los recorridos de ambos camiones fueron iguales o mayores que 107 km durante el último mes.

Respuesta correcta: C

A. Viendo los recorridos previamente calculados en la pregunta anterior se observa que el mayor recorrido es del camión 2 no del camión 1

B. Los únicos datos estadísticamente registrados son el mínimo y el máximo, en este caso 94 km corresponde al valor del cuartil 3 del camión 1

C. Para que esto sea verdad, el valor dado debe coincidir con el valor del cuartil 1 ya que posterior a ese valor y hasta el valor máximo corresponde al 75% de los datos; esto se cumple para ambos camiones

D. Solamente se cumple para el camión 2 ya que para el camión 1 de hecho el valor máximo es de 107 km por lo que no tuvo recorridos mayores

Pregunta 9

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 9) Considere las siguientes afirmaciones:
- El camión 2 en al menos un viaje recorrió 137 km el último mes.
 - Los datos sobre los kilómetros recorridos que presentan mayor variabilidad corresponden a los del camión 2.
- De ellas son verdaderas
- ambas.
 - ninguna.
 - solo la I.
 - solo la II.

Respuesta correcta: D

A. Solo II es correcta

B. Solo II es correcta

C. No puede haber un recorrido de 137 km para el camión 2 ya que el valor máximo para ese caso es de 132 km; por lo tanto, no es verdadera

D. Retomando los datos de los recorridos

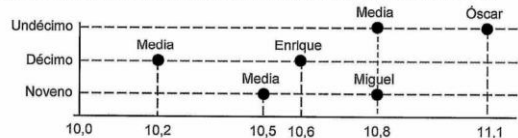
$$R_1 = 107 - 5 = 102$$

$$R_2 = 132 - 5 = 127$$

Se observa que la mayor variabilidad si corresponde al camión 2; por lo tanto, es verdadera.

Para las preguntas 10 y 11 muestran datos obtenidos por estudiantes en una prueba de velocidad

Para responder los ítems 10 y 11 considere la siguiente información sobre Miguel, Enrique y Óscar, estudiantes de noveno, décimo y undécimo año respectivamente. A ellos y a sus compañeros se les aplica en educación física una prueba de velocidad. Los tiempos obtenidos por cada nivel y por los estudiantes citados se resumen a continuación:



Además, las desviaciones estándar para el nivel de noveno, décimo y undécimo fueron respectivamente 0,6; 0,6 y 0,3.

Algunos cálculos previos serían el coeficiente de variación que se calcula mediante la fórmula

$$CV = \frac{\text{desviación}}{\text{promedio}} * 100$$

$$CV_9 = \frac{0.6}{10.5} * 100 = 5.71$$

$$CV_{10} = \frac{0.6}{10.2} * 100 = 5.88$$

$$CV_{11} = \frac{0.3}{10.8} * 100 = 2.78$$

Además, se puede realizar el estandarizado de los datos con la ecuación

$$z = \frac{(\text{dato} - \text{promedio})}{\text{desviación}}$$

$$z_{\text{Miguel}} = \frac{(10.8 - 10.5)}{0.6} = 0.50$$

$$z_{\text{Enrique}} = \frac{(10.6 - 10.2)}{0.6} = 0.67$$

$$z_{\text{Oscar}} = \frac{(11.1 - 10.3)}{0.3} = 1$$

Pregunta 10

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

10) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El coeficiente de variación del undécimo es 3,6.
- II. La posición relativa de Miguel con respecto al nivel de noveno es mayor que la posición relativa de Oscar con respecto al nivel de undécimo.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: B

A. Ni I ni II son correctas

B. Es la respuesta correcta

C. Tomando los datos previamente calculados se observa que el coeficiente de variación es de 2.78; por lo tanto, no es verdadera

D. La posición relativa de Miguel con respecto al nivel de noveno es de 0.5 mientras que la de Oscar con respecto al nivel de undécimo es de 1 por lo que no se cumple que la de Miguel sea mayor que la de Oscar; por lo tanto, no es verdadera

Pregunta 11

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

11) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El nivel de noveno presenta menor variabilidad relativa que el nivel de décimo.
- II. La posición relativa de Enrique con respecto a su nivel es aproximadamente de 0,67.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: A

A. Es la respuesta correcta

B. Tanto I como II son verdaderas

C. Para determinar esto se deben analizar los valores de los coeficientes de variación de noveno y décimo que son de 5.71 y 5.88 respectivamente; por lo que se cumple que la variabilidad de noveno es menor que la de décimo

D. Para esto se analiza el valor obtenido en el estandarizado de datos y se observa que para el caso de Enrique el valor obtenido es de 0.67

Para las preguntas 12, 13 y 14 se debe considerar lo siguiente

Para responder los ítems 12, 13 y 14 considere una tómbola con 16 bolas numeradas del 1 al 16, sin repetir numeral y donde cada una de ellas tiene la misma probabilidad de obtenerse. Además, se definen los siguientes eventos al extraer al azar una de esas bolas en un solo intento:

- A: extraer al azar un número par.
- B: extraer al azar un número impar.
- C: extraer al azar un número primo.
- D: extraer al azar un número que divida a 24.

El grupo total está compuesto por:

$$T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$$

Para cada evento se tiene

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

Pregunta 12

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

12) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(A \cap B) = 1$	II. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
----------------------	---

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: D

A. Solo II es correcta

B. Solo II es correcta

C. La probabilidad de que salga un elemento del conjunto total es 1; la intersección lo que hace es recolectar los elementos que se encuentran repetidos en los eventos, mientras que la unión es la suma de ambos eventos, para este caso

$$A \cap B = \{ \}$$

D. Es una propiedad universal, por lo tanto, siempre es verdadera

Pregunta 13

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

13) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(A \cap C) = 0$	II. El evento "C" tiene 5 puntos muestrales.
----------------------	--

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: B

A. Ni I ni II son verdaderas

B. Es la respuesta correcta

C. Esto solamente será verdadero si se confirma que A y C son eventos mutuamente excluyentes, es decir, que los puntos muestrales son completamente diferentes entre sí; esto no es verdad ya que vemos que ambos eventos comparten el punto muestral 2

D. Revisando los puntos muestrales de cada evento dados previamente se observa que el evento "C" tiene 6 puntos muestrales, no 5

Pregunta 14

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

14) Considere las siguientes proposiciones:

I. $P(B^c) = 1 - P(A)$	II. $P(C \cup D) = P(C) + P(D)$
------------------------	---------------------------------

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: C

A. Solo I es correcta

B. Solo I es correcta

C. $n(B^c) = n(T) - n(B)$

$$n(B^c) = 16 - 8$$

$$n(B^c) = 8$$

$$P(B^c) = n(T) - n(A)$$

$$P(B^c) = 16 - 8$$

$$P(B^c) = 8$$

$$P(B^c) = 1 - P(B)$$

D. Esta propiedad es para eventos mutuamente excluyentes, y se observa que los puntos muestrales 2 y 3 aparecen repetidos en los eventos C y D se dice que estos eventos no son mutuamente excluyentes; por lo tanto, esta proposición es falsa

Para las preguntas 15 y 16 se debe considerar lo siguiente

Para contestar los ítems 15 y 16 considere la siguiente información sobre 3 dados con diferente cantidad de caras. En cada dado, cada cara tiene igual probabilidad de obtenerse:

- Dado A: tiene seis caras numeradas del 1 al 6 (no se repite numeración).
- Dado B: tiene ocho caras numeradas del 1 al 8 (no se repite numeración).
- Dado C: tiene doce caras numeradas del 1 al 12 (no se repite numeración).

Pregunta 15

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

15) Considere las siguientes proposiciones referidas a lanzar una vez uno de esos dados:

I. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un 5 o un 6, entonces, se debe elegir el dado C.

II. Si se desea contar con la mayor probabilidad de obtener un número mayor o igual que 3, pero menor que 8, entonces, se debe elegir el dado B.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: B

A. Ni I ni II son verdaderas

B. Es la respuesta correcta

C. Para obtener la probabilidad de un evento o varios eventos se usa la fórmula

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{número de eventos}}{\text{total de eventos}} * 100$$

Para este caso en número de eventos es 2 y se obtiene la siguiente probabilidad para cada dado

$$A = 33.3\%$$

$$B = 25\%$$

$$C = 16.7\%$$

De estos resultados se observa que el dado C es el que presenta el menor porcentaje de probabilidad

D. Los eventos para cada dado son

$$A = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

Para el dado A se tienen 4 eventos y para los dados B y C se tienen 5 eventos; a partir de esto se tienen los siguientes porcentajes de probabilidad

$$A = 66\%$$

$$B = 62.5\%$$

$$C = 41.7\%$$

De acá se observa que el mejor dado no es el B

Pregunta 16

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 16) Considere las siguientes proposiciones referidas a lanzar una vez uno de esos dados:
- Si se desea tener la mayor probabilidad de obtener un número menor que 9, entonces, se puede elegir el dado A o el B.
 - Para obtener un número impar es indiferente el dado que se elija, puesto que, con los tres, existe la misma probabilidad de lograrlo.
- De ellas son verdaderas
- ambas.
 - ninguna.
 - solo la I.
 - solo la II.

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Para obtener un número menor a 9, se tienen los siguientes eventos para cada dado

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Para el dado A se tienen 6 eventos y para los dados B y C se tienen 8 eventos; a partir de esto se tienen los siguientes porcentajes de probabilidad

$$A = 100\%$$

$$B = 100\%$$

$$C = 66\%$$

Tanto el dado A como el B tienen un 100% de probabilidad

D. Para obtener un número impar, se tienen los siguientes eventos para cada dado

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

Para el dado A se tienen 3 eventos, para el dado B se tienen 4 eventos y para el dado C se tienen 6 eventos; a partir de esto se tienen los siguientes porcentajes de probabilidad

$$A = 50\%$$

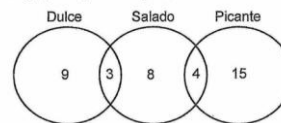
$$B = 50\%$$

$$C = 50\%$$

Todos los dados presentan el mismo porcentaje de probabilidad

Para las preguntas 17 y 18 se debe considerar lo siguiente

Para responder los ítems 17 y 18 considere el siguiente diagrama que ilustra las preferencias de un grupo de personas por el consumo de tres diferentes sabores de palomitas de maíz:



El total de eventos es la suma de todos los datos siendo un valor de 39

Pregunta 17

Se solicita el resultado de probabilidad correcto

- 17) Si de ese grupo se elige una persona al azar, entonces, la probabilidad de que esta prefiera las palomitas dulces o saladas corresponde a
- $\frac{3}{39}$
 - $\frac{15}{39}$
 - $\frac{21}{39}$
 - $\frac{24}{39}$

Respuesta correcta: D

A. Solamente considera el grupo que prefiere dulces o saladas

B. Solamente considera los grupos que prefieren dulces o saladas, solo saladas y saladas o picantes

C. Solamente considera los grupos que prefieren solo saladas, solo dulces y saladas o picantes

D. Es la respuesta correcta

La disyunción “o” toma en cuenta a las personas que prefieren:

- Solo dulces
- Solo saladas
- Tanto dulces como saladas
- Tanto saladas como picantes

Sumando estos valores se obtiene 24, este valor sobre el total de datos indicado previamente que es 39

Pregunta 18

Se solicita el resultado de probabilidad correcto

18) Si de ese grupo se elige a una persona al azar, entonces, la probabilidad de que esta prefiera dos de esos sabores de palomitas de maíz corresponde a

- A) 1
- B) $\frac{4}{39}$
- C) $\frac{7}{39}$
- D) $\frac{8}{39}$

Respuesta correcta: C

A. Toma en consideración todos los datos

B. Toma en consideración solo los datos de las personas que prefieren tanto saladas como picantes

C. Es la respuesta correcta, toma en cuenta a las personas que prefieren tanto dulces como saladas y a aquellas que prefieren tanto saladas como picantes

D. Toma en consideración solo los datos de los que prefieren saladas

Pregunta 19

Se solicita la ecuación de la circunferencia

19) ¿Cuál es la ecuación de una circunferencia cuyo centro es $(-3, -4)$ y la medida de su radio es 5?

- A) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = \sqrt{5}$
- B) $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = \sqrt{5}$
- C) $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$
- D) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

Recordar que la forma general de la ecuación de la circunferencia es

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Tomando el par ordenado del centro de la circunferencia se sabe que ese par ordenado es de la forma

$$(a, b)$$

Por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera

$$(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$$

Respuesta correcta: C

A. No corresponde con la ecuación obtenida

B. No corresponde con la ecuación obtenida

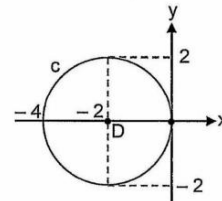
C. Es la respuesta correcta

D. No corresponde con la ecuación obtenida

Pregunta 20

Se solicita la ecuación de la circunferencia

20) Considere la siguiente circunferencia “c” de centro D:



¿Cuál es la ecuación de c?

- A) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- B) $x^2 + (y + 2)^2 = 4$
- C) $(x + 2)^2 + y^2 = 4$
- D) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$

El par ordenado que representa el centro de la circunferencia es

$$(-2,0)$$

Además, se observa que el valor del radio de a circunferencia es de 2

Por lo tanto, la ecuación es de la siguiente manera

$$(x + 2)^2 + y^2 = 4$$

Respuesta correcta:

- A. No corresponde con la ecuación obtenida
- B. No corresponde con la ecuación obtenida
- C. Es la respuesta correcta
- D. No corresponde con la ecuación obtenida

Pregunta 21

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

21) Considere las siguientes afirmaciones referidas a la circunferencia "c" dada por $c: x^2 + (y + 2)^2 = 5$:

- I. P (0, 0) es un punto ubicado en el exterior de c.
- II. R (1, 1) es un punto ubicado en el interior de c.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Recordar que:

- Si $r^2 > \text{pto} \rightarrow$ es un punto exterior
- Si $r^2 < \text{pto} \rightarrow$ es un punto interior
- Si $r^2 = \text{pto} \rightarrow$ es un punto en el borde

Respuesta correcta: B

- A. Ni I ni II son verdaderas
- B. Es la respuesta correcta
- C. Para el punto P(0,0) se tiene

$$x^2 + (y + 2)^2 \rightarrow 0^2 + (0 + 2)^2 = 4$$
$$4 < 5$$

Por lo tanto, es un punto interior

D. Para el punto R(1,1) se tiene

$$x^2 + (y + 2)^2 \rightarrow 1^2 + (1 + 2)^2 = 10$$
$$10 > 5$$

Por lo tanto, es un punto exterior

Pregunta 22

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

22) Considere las siguientes afirmaciones referidas a la circunferencia "d" dada por $d: x^2 + (y - 1)^2 = 9$:

- I. La recta $y = x$ es secante a "d".
- II. La recta $y = -3$ es exterior a "d".

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Recordar que:

- secante \rightarrow soluciones distintas
- tangente \rightarrow soluciones iguales
- exterior \rightarrow no se puede resolver

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Para la recta $y=x$ se tiene

$$x^2 + (x - 1)^2 = 9$$

Resolviendo esto se obtiene

$$x = 2.56$$
$$x = -1.56$$

Al obtener dos soluciones distintas se concluye que es una recta secante

D. Para la recta $y=-3$ se tiene

$$x^2 + (-4)^2 = 9$$

Resolviendo esto se obtiene

$$x = \text{cannot solve}$$

Al obtener una ecuación que no se puede resolver se concluye que es una recta exterior

Pregunta 23

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

23) Considere las siguientes proposiciones referidas a la circunferencia "h" dada por $h: (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$

- I. La recta $y = 0$ es tangente a h
- II. La recta $y = -x$ es secante a h.

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Para la recta $y=0$ se tiene

$$(x + 3)^2 + (0 - 2)^2 = 4$$

Resolviendo esto se obtiene

$$x = -3$$

$$x = -3$$

Al obtener dos soluciones iguales se concluye que es una recta tangente

D. Para la recta $y=-x$ se tiene

$$(x + 3)^2 + (-x - 2)^2 = 4$$

Resolviendo esto se obtiene

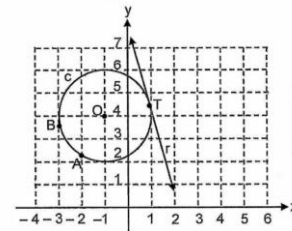
$$x = -1.17$$

$$x = -3.82$$

Al obtener dos soluciones distintas se concluye que es una recta secante

Para las preguntas 24, 25 y 26 se debe considerar lo siguiente

Para responder los ítems 24, 25 y 26 considere la siguiente información referida a la circunferencia "c" y la recta "r":



T - O - B
O: centro de c
T. único punto que comparte r con c

Recordar que:

- secante → toca dos puntos distintos en la circunferencia
- tangente → intersección en un único punto
- exterior → no tiene puntos de intersección

Teorema: en toda circunferencia la recta tangente es perpendicular a la recta que contiene el radio de la circunferencia en el punto de tangencia

Pregunta 24

Se pide la recta perpendicular a r

24) Con certeza se cumple que r es perpendicular a la recta que contiene a

- A) B y A.
- B) O y B.
- C) A y O.
- D) T y A.

Respuesta correcta: B

- A. No cumple con lo que indica el teorema
- B. Es la respuesta correcta
- C. No cumple con lo que indica el teorema
- D. No cumple con lo que indica el teorema

Pregunta 25

Se solicita la ecuación de la circunferencia si se traslada 2 unidades a la derecha

25) Si se traslada "c" dos unidades a la derecha (paralelo al eje "x"), entonces, se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

- A) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- B) $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 4$
- C) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- D) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 4$

Si se realiza la traslación dos unidades a la derecha se obtiene la siguiente ecuación

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

Siendo el eje coordenado del centro (1,4)

Respuesta correcta: C

- A. No corresponde con la ecuación obtenida
- B. No corresponde con la ecuación obtenida
- C. Es la respuesta correcta
- D. No corresponde con la ecuación obtenida

Pregunta 26

Se solicita la ecuación de la circunferencia si se traslada una unidad a la izquierda y 3 unidades hacia abajo

26) Si "c" se traslada una unidad a la izquierda (paralelo al eje x) y luego 3 unidades hacia abajo (paralelo al eje y), entonces, se obtiene una circunferencia cuya ecuación corresponde a

- A) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
- C) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Si se realiza la traslación indicada se obtiene

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

Siendo el eje coordenado del centro (-2,1)

Respuesta correcta: D

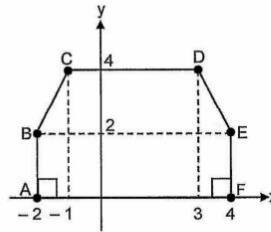
- A. No corresponde con la ecuación obtenida
- B. No corresponde con la ecuación obtenida
- C. No corresponde con la ecuación obtenida

D. Es la respuesta correcta

Pregunta 27

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

27) Considere la información de la siguiente figura:



Con base en la información dada considere las siguientes afirmaciones:

- I. El perímetro del rectángulo BAFE corresponde a 16.
- II. El área del hexágono AFEDCB corresponde a 20.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I
- D) solo la II.

Respuesta correcta: C

- A. Solo I es verdadera
- B. Solo I es verdadera
- C. El perímetro del rectángulo BAFE es

$$6 + 6 + 2 + 2 = 16$$

Corresponde con el valor dado

D. El área del hexágono AFEDCB se puede dividir en varias figuras

Para el rectángulo más grande

$$A = b \cdot h = 6 \cdot 2 = 12$$

Para el rectángulo pequeño

$$A = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8$$

Para cada triángulo

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$$

Sumando cada valor se tiene

$$12 + 8 + 1 + 1 = 22$$

Pregunta 28

Se solicita el perímetro de un polígono

28) La diagonal de un polígono regular mide $5\sqrt{2}$. Si el ángulo externo mide 90° , entonces, el perímetro de ese polígono corresponde a

- A) 20,00
- B) 22,50
- C) 25,00
- D) 28,28

Para cualquier polígono se sabe que

$$m\angle e = \frac{360^\circ}{n} \rightarrow n = \frac{360^\circ}{90^\circ} \rightarrow n = 4$$

Para encontrar la medida de un lado a partir de la diagonal se tiene la fórmula

$$l = \frac{d\sqrt{2}}{2} \rightarrow l = \frac{(5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2} \rightarrow l = 5$$

Con este valor se procede a calcular el perímetro que sería

$$p = 4 \cdot l \rightarrow p = 20$$

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. No corresponde al resultado obtenido
- C. No corresponde al resultado obtenido
- D. No corresponde al resultado obtenido

Pregunta 29

Se solicita el área de un polígono

29) La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular es 720° . Si la apotema mide $4\sqrt{3}$, entonces, el área de dicho polígono corresponde a

- A) $12\sqrt{3}$
- B) $16\sqrt{3}$
- C) $72\sqrt{3}$
- D) $96\sqrt{3}$

Para cualquier polígono se sabe que

$$m\angle i = 180^\circ \cdot (n - 2) \rightarrow n = 6$$

Para averiguar el área a partir de una medida de una apotema se tiene la fórmula

$$A = a^2 \cdot n \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Para este caso se obtiene lo siguiente

$$A = (4\sqrt{3})^2 \cdot 6 \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{6}\right) \rightarrow A = 96\sqrt{3}$$

Respuesta correcta: D

- A. No corresponde al resultado obtenido
- B. No corresponde al resultado obtenido
- C. No corresponde al resultado obtenido
- D. Es la respuesta correcta

Pregunta 30

Se solicita el perímetro de un polígono

30) Sea un polígono regular cuyo radio mide 6. Si el ángulo central mide 72° , entonces, el perímetro de ese polígono corresponde aproximadamente a

- A) 30,00
- B) 35,27
- C) 48,54
- D) 66,00

Para cualquier polígono se sabe que

$$m\angle c = \frac{360^\circ}{n} \rightarrow n = 5$$

Para encontrar el perímetro del polígono a partir de la medida del radio se puede usar la fórmula

$$P = 2 \cdot r \cdot n \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Para este caso se obtiene lo siguiente

$$P = 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \rightarrow P = 35.27$$

Respuesta correcta: B

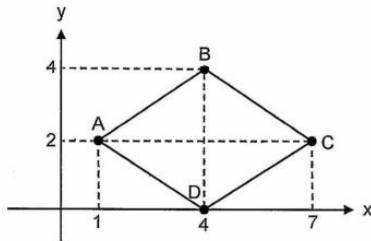
- A. No corresponde al resultado obtenido

- B. Es la respuesta correcta
- C. No corresponde al resultado obtenido
- D. No corresponde al resultado obtenido

Pregunta 31

Se solicita una recta para unos puntos homólogos

31) Considere el siguiente cuadrilátero ADCB:



Los puntos A y C son homólogos entre sí con respecto a la recta

- A) $y = 4$
- B) $x = 2$
- C) $x = 4$
- D) $y = 2$

Para rectas con respecto al eje y no harían que estos puntos sean homólogos; solamente la recta $x=4$ parte la figura de manera que esos dos puntos sean homólogos

Respuesta correcta: C

- A. Los puntos A y C no serían homólogos
- B. Los puntos A y C no serían homólogos
- C. Es la respuesta correcta
- D. Los puntos A y C no serían homólogos

Pregunta 32

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

32) Considere las siguientes proposiciones:

- I. Un pentágono regular tiene 10 ejes de simetría.
- II. Un rectángulo (no cuadrado) tiene cuatro ejes de simetría.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

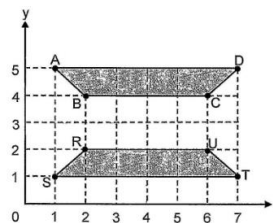
Respuesta correcta: B

- A. Ni I ni II son verdaderas
- B. Es la respuesta correcta
- C. Para todo polígono regular, la cantidad total de ejes de simetría es igual a la cantidad de lados que tiene el polígono
- D. Un rectángulo no cuadrado solamente tiene 2 ejes de simetría

Pregunta 33

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

33) Considere la siguiente información:



Con base en la información dada considere las siguientes afirmaciones:

- I. Existe un eje de simetría para el cuadrilátero ABCD, tal que \overline{AB} sea homólogo con \overline{DC} .
- II. Existe un eje de simetría, para el cual los cuadriláteros ABCD y SRUT son simétricos entre sí.

De ellas son verdaderas

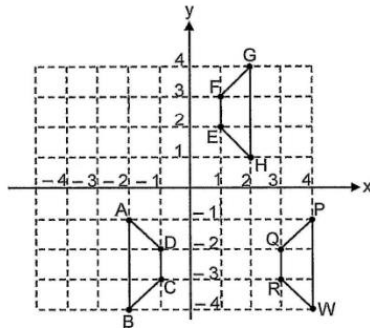
- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I
- D) solo la II.

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Ese eje de simetría sería $x=4$
- D. Ese eje sería $y=3$

Para las preguntas 34, 35 y 36 se debe considerar lo siguiente

Para responder los ítems 34, 35 y 36 considere la siguiente información:



Considerar que:

- $y=0$ coincide con el eje x
- $x=0$ coincide con el eje y

Pregunta 34

Se solicita un punto imagen

34) El punto imagen de "G" después de aplicarle al $\square EFGH$ una reflexión sobre $y = 0$ corresponde a

- A) (0, 4)
- B) (2, 4)
- C) (-2, 4)
- D) (2, -4)

Las coordenadas del punto original son (2, 4)

Las coordenadas de la reflexión son (2, -4)

Respuesta correcta: D

- A. No son las coordenadas obtenidas
- B. No son las coordenadas obtenidas
- C. No son las coordenadas obtenidas
- D. Es la respuesta correcta

Pregunta 35

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

35) Una forma de obtener el $\square ABCD$ es aplicándole una _____ al $\square HGFE$.

- I. homotecia con centro en el origen de coordenadas y de razón $k = -1$.
- II. rotación de 180° con centro en el origen de coordenadas y sentido anti horario.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Para una homotecia

$$E = (1, 2) \xrightarrow{k=-1} E' = (-1, -2)$$

D. Rotaciones de 90° con centro en el origen de coordenadas

- A favor de las manecillas del reloj

$$P(x, y) \gg P'(y, -x)$$

- En contra de las manecillas del reloj

$$P(x, y) \gg P'(-y, x)$$

Entonces para este caso se tiene

$$E = (1, 2) \rightarrow E' = (-2, 1) \rightarrow E'' = (-1, -2)$$

Como resumen; una homotecia y con centro en el origen y de razón $k=-1$ dará la misma figura imagen que al aplicar una rotación de 180° con centro en el origen sin importar el sentido de la rotación

Pregunta 36

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

36) Una forma de obtener el $\square RWPO$ es aplicándole una _____.

- I. reflexión sobre $y = 1$ al $\square ABCD$.
- II. traslación $T(x + 2, y - 5)$ al $\square EHGf$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: D

- A. Solamente II es verdadera
- B. Solamente II es verdadera
- C. Ese resultado se obtendría con una reflexión sobre $x=1$
- D. Tipos de traslaciones desplazando la figura “n” unidades hacia
 - Derecha $\rightarrow x+n$
 - Izquierda $\rightarrow x-n$
 - Arriba $\rightarrow y+n$
 - Abajo $\rightarrow y-n$

Tomando esto en cuenta y trasladando las “n” unidades si se obtiene lo solicitado

Pregunta 37

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

37) Sean \overline{AB} y \overline{NM} dos diámetros de una esfera de centro O, tal que, $\overline{AB} \perp \overline{NM}$ y $AB = 8$.

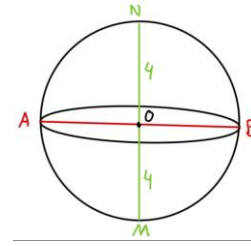
De acuerdo con la información dada considere las siguientes afirmaciones:

- I. \overline{MA} representa un radio de la esfera.
- II. La distancia de O a B es mayor que de O a A.

De ellas son verdaderas

- A) ambas
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Tomando como referencia la siguiente figura



Respuesta correcta: B

- A. Ni I ni II son verdaderas
- B. Es la respuesta correcta
- C. Se observa que \overline{MA} no representa un radio de la esfera
- D. La distancia del origen a ambos puntos es la misma

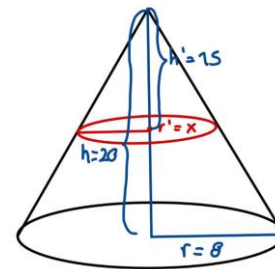
Pregunta 38

Se solicita la longitud de la sección plana obtenida

38) A un cono circular recto se le realiza un corte con un plano paralelo a la base a 15 unidades de su vértice. Si la medida del diámetro de la base es 16 y la altura de dicho cono es 20, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida por ese corte?

- A) 8π
- B) 10π
- C) 12π
- D) 16π

Tomando como referencia la siguiente figura



Se tiene que

$$\frac{h}{h'} = \frac{r}{r'} \rightarrow \frac{20}{15} = \frac{8}{r'} \rightarrow r' = 6$$

La longitud de la sección se puede calcular con la fórmula

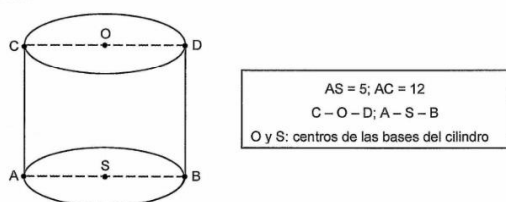
$$L_o = 2\pi r \rightarrow L_o = 2\pi \cdot 6 \rightarrow L_o = 12\pi$$

Respuesta correcta: C

- A. No corresponde con el valor obtenido
- B. No corresponde con el valor obtenido
- C. Es la respuesta correcta
- D. No corresponde con el valor obtenido

Para las preguntas 39 y 40 se debe considerar lo siguiente

Para contestar los ítems 39 y 40 considere la siguiente figura referente a un cilindro circular recto.



Pregunta 39

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

39) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. Si se interseca el cilindro con un plano oblicuo a las bases (sin cortarlas), entonces, la sección plana que se obtiene corresponde a una elipse.
- II. Si se interseca el cilindro con un plano que contiene los puntos O y S, entonces, se obtiene una hipérbola.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Recordar que, si se interseca a un cilindro circular recto en más de un punto, entonces la sección plana que se obtiene corresponde a:

- Circunferencia: si el plano transversal es paralelo a las bases
- Rectángulo: si el plano transversal es perpendicular con las bases
- Elipse: Si el plano transversal es oblicuo con la base del cilindro, pero sin intersecar la base

Respuesta correcta: C

- A. Solo I es verdadera
- B. Solo I es verdadera
- C. Tomando en consideración lo indicado anteriormente se observa que la elipse si se obtiene con un plano oblicuo
- D. Tomando en consideración lo indicado anteriormente se observa que en ninguno de los casos se obtiene una hipérbola.

Pregunta 40

Se solicita la longitud de una sección plana

40) Si se interseca el cilindro con un plano paralelo a las bases, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana obtenida?

- A) 10π
- B) 24π
- C) 25π
- D) 36π

La longitud se obtiene con la fórmula

$$L_o = 2\pi r \rightarrow L_o = 2\pi \cdot 5 \rightarrow L_o = 10\pi$$

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. No corresponde con el valor obtenido
- C. No corresponde con el valor obtenido
- D. No corresponde con el valor obtenido

Pregunta 41

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

41) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f: D \rightarrow \{0\}$, con $f(x) = \frac{-x^2 + x}{x}$.

- I. $-1 \in D$
- II. $\{1\} \subset D$
- III. $D = \{-1\} \cup \{0\} \cup \{1\}$

De ellas son verdaderas solo la

- A) I
- B) II.
- C) III.
- D) I y la III.

Respuesta correcta: B

A. Si se sustituye x con el valor de -1 se obtiene

$$f(-1) = \frac{-(-1)^2 - 1}{-1} \rightarrow f(-1) = 2$$

Se observa que el valor obtenido no se encuentra en el ámbito de la función por lo que -1 no pertenece al dominio de la función

B. Es la respuesta correcta ya que a sustituir x con el valor de 1 se obtiene

$$f(1) = \frac{-(1)^2 + 1}{1} \rightarrow f(1) = 0$$

Este valor si se encuentra en el dominio de la función

C. Esta se puede descartar solamente por contener el -1 que ya se demostró que no es parte del dominio, además de ellos, si se resuelve con x=0 la función se indefiniría

D. Solo II es verdadera

Pregunta 42

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 42) Considere las siguientes proposiciones referentes a las relaciones T y J:
- Sea $D = [-1, 1]$ y $E = \{0\}$ y J la relación de D en E determinada por la regla $J = \{(x, y): y = x^2 - 1\}$.
 - Sea $A = \{-4, 0\}$ y $B = \{0, 2, 4\}$ y T la relación de A en B determinada por la regla $T = \{(x, y): y = x + 4\}$.
- De ellas corresponden a una función
- ambas.
 - ninguna.
 - solo la I.
 - solo la II.

Respuesta correcta: D

- Solo II es verdadera
- Solo II es verdadera
- Si se resuelve la función para cada valor del dominio se obtiene que

$$y = x^2 - 1$$

$$J(-1) = 0$$

$$J(1) = 0$$

$$J(0) = -1$$

El valor de -1 no se encuentra en el ámbito o codominio por lo que 0 no forma parte del dominio

D. Si se resuelve la función para cada valor del dominio se obtiene que

$$y = x + 4$$

$$T(-4) = 0$$

$$T(0) = 4$$

No importa si sobran valores en el conjunto del ámbito por lo que esta es verdadera ya que ambos valores obtenidos están en el conjunto del codominio

Pregunta 43

Se solicita determinar del dominio de una función

- 43) Considere las siguientes funciones g y h donde se cumple que:
- $g: [-4, 2[\rightarrow [0, 10[$
 $h: [-1, 5[\rightarrow [-3, 6]$
- Si se define una función f, tal que su dominio esté constituido por la intersección del ámbito de g y con el dominio de h, entonces, el dominio de f corresponde a
- $[0, 5[$
 - $[5, 10[$
 - $[-3, 2[$
 - $[-1, 10[$

Considerar la siguiente figura



$$g: [-4, 2[\rightarrow [0, 10[$$

$$h: [-1, 5[\rightarrow [-3, 6]$$

En cada función el primer conjunto corresponde al dominio y el segundo al ámbito.

La intersección es el rango en donde se encuentran ambas funciones y la unión sería el conjunto de datos de ambas funciones.

En este caso solicitan la intersección que correspondería a $[0, 5[$

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. No corresponde con el rango obtenido
- C. No corresponde con el rango obtenido
- D. No corresponde con el rango obtenido

Pregunta 44

Solicitan el complemento del dominio de una función inversa

- 44) Sea la función f dada por $f: [3, +\infty[\rightarrow A$, con $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$. Si el conjunto universo es \mathbb{R} , entonces, el complemento del dominio de la función inversa de f corresponde a
- A) $] -\infty, 1 [$
 - B) $] -\infty, 2 [$
 - C) $] -\infty, 3 [$
 - D) $] -\infty, 4 [$

Para obtener el ámbito de f se pueden evaluar los valores del dominio en la función obteniendo

$$f(x) = \sqrt{x-2}$$

$$f(3) = 2$$

$$T(+\infty) = +\infty$$

Siendo entonces $[2, +\infty[$ el ámbito de la función f y el dominio de f^{-1} o función inversa de f .

Recordar también que el complemento es todo aquello que está en el conjunto universo que no pertenece al conjunto inicial, siendo entonces el complemento del dominio de la función inversa de f $] -\infty, 2[$

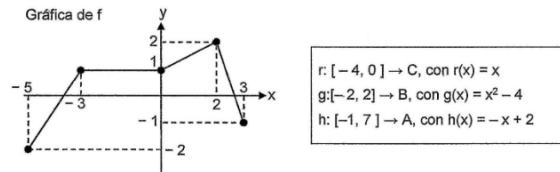
Respuesta correcta: B

- A. No corresponde con el rango obtenido
- B. Es la respuesta correcta

- C. No corresponde con el rango obtenido
- D. No corresponde con el rango obtenido

Para las preguntas 45 y 46 se debe considerar lo siguiente

Para responder los ítems 45 y 46 considere las siguientes funciones f, h, g y r .



Pregunta 45

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 45) Considere las siguientes afirmaciones:
- I. Un intervalo del dominio de f donde f posee inversa corresponde a $] -3, 2 [$.
 - II. Si \mathbb{R} es el conjunto universo, entonces, el complemento del dominio de f corresponde a $] -\infty, -5 [\cup] 3, +\infty [$.
- De ellas son verdaderas
- A) ambas.
 - B) ninguna.
 - C) solo la I.
 - D) solo la II.

Respuesta correcta: D

- A. Solo II es verdadera
- B. Solo I es verdadera
- C. Para que un intervalo tenga inversa este tiene que ser estrictamente creciente o estrictamente decreciente, en este caso el intervalo de $] -3, 2 [$ es un intervalo constante por lo tanto no tiene inversa
- D. Tomando en cuenta que el dominio de la función es $[-5, 3]$ y recordando que el complemento es todo aquello que está en el conjunto universo que no pertenece al conjunto inicial se obtendría $] -\infty, -5 [\cup] 3, +\infty [$

Pregunta 46

Solicitan indicar la afirmación correcta

- 46) La afirmación correcta corresponde a la opción _____.
- A) $(f \circ h)(2) = 2$
 - B) $(r \circ g)(x) = x^2 + x - 4$
 - C) Es factible efectuar $(g \circ f)(x)$
 - D) Es factible efectuar $(g \circ r)(x)$

Respuesta correcta: C

A. Se tiene que

$$(f \circ h)(2) = f(h(2)) = f(0)$$

Y siendo $h(2) = 0$ y teniendo el par ordenado $(0,1)$

Por lo tanto $(f \circ h)(2) = 1$

B. Teniendo en cuenta

$$r(x) = x$$
$$g(x) = x^2 - 4$$

Se tiene que

$$(r \circ g)(x) = r(g(x)) = x^2 - 4$$

C. Si es factible efectuarlo ya que el ámbito de f coincide con el dominio de g

D. No es factible efectuarlo ya que no coinciden los intervalos

Pregunta 47

Solicitan ver que condiciones son las que se cumplen

- 47) Considere la función f dada por $f(x) = \frac{6+2x}{12}$. Si la inversa de f es de la forma $f^{-1}(x) = ax + b$, entonces, se cumple que
- A) $a = -6$ y $b = 3$
 - B) $a = 6$ y $b = -3$
 - C) $a = 10$ y $b = -4$
 - D) $a = 14$ y $b = -8$

Se cambia x por y en la función teniendo

$$x = \frac{6 + 2y}{12}$$

Y se procede a despejar y obteniendo

$$y = \frac{12x - 6}{2} \rightarrow y = 6x + 3$$

Y de ahí se observa que a tiene un valor de 6 y b de -3

Respuesta correcta: B

- A. No corresponde con los resultados obtenidos
- B. Es la respuesta correcta
- C. No corresponde con los resultados obtenidos
- D. No corresponde con los resultados obtenidos

Pregunta 48

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

- 48) Considere las siguientes afirmaciones respecto a la función f dada por $f(x) = 5\sqrt{x-16}$:
- I. La gráfica de $r(x) = \sqrt{x-16}$ representa una homotecia de la gráfica de f .
 - II. La gráfica de $g(x) = 5\sqrt{x}$ representa una traslación horizontal de la gráfica de f .
- De ellas son verdaderas
- A) ambas.
 - B) ninguna.
 - C) solo la I
 - D) solo la II.

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. Tanto I como II son verdaderas
- C. Tener una multiplicación de un número por la raíz es propio de una homotecia; para este caso se tiene que si se multiplica f por $1/5$ se tiene

$$\frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{x-16} \rightarrow \sqrt{x-16}$$

- D. Para una traslación horizontal se tiene una suma o resta dentro de la raíz, si es una suma se traslada a la izquierda y si es una resta se traslada a la derecha; si a f se le suma 16 se obtiene

$$5\sqrt{x-16+16} \rightarrow 5\sqrt{x}$$

Pregunta 49

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

49) Considere las siguientes afirmaciones sobre la función "r" cuya gráfica es la recta $y = 5$:

- I. La pendiente de "r" es 5.
- II. $(0, 5)$ pertenece al gráfico de "r".

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

La forma de una función lineal es

$$y = mx + b$$

Para este caso se tendría

$$y = 0x + 5$$

Recordar los escenarios para el valor de la pendiente:

- $m > 0 \rightarrow$ gráfica estrictamente creciente
- $m < 0 \rightarrow$ gráfica estrictamente decreciente
- $m = 0 \rightarrow$ gráfica constante

Respuesta correcta: D

A. Solo II es verdadera

B. Solo II es verdadera

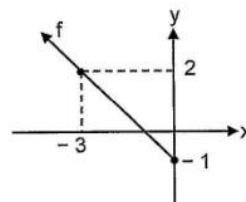
C. Recordando que b es el valor de la intersección y m el valor de la pendiente, para este caso se tiene un valor de 0 para la pendiente

D. Como $y=5$ es una recta constante entonces para que un punto deba estar contenido en dicha recta este debe ser de coordenadas $(#, 5)$ como es el caso del par ordenado dado

Pregunta 50

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

50) Considere la siguiente información de la función lineal f :



Considere las siguientes afirmaciones:

- I. $(-7, 6)$ pertenece al gráfico de f
- II. La gráfica de f es creciente.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I
- D) solo la II.

Respuesta correcta: C

A. Solo la I es verdadera

B. Solo la I es verdadera

C. Para averiguar la ecuación de la función lineal primero se debe averiguar la pendiente de esta mediante la ecuación

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tomando como pares ordenados $(0, -1)$ y $(-3, 2)$ se tiene

$$m = \frac{-1 - 2}{0 + 3} \rightarrow m = -1$$

Y recordando que el valor de b es la intersección con el eje y que sería el punto -1 , la ecuación quedaría de la forma

$$y = -x - 1$$

Evaluando en el punto dado se tiene

$$y = -(-7) - 1$$
$$y = 6$$

Que coincide con el valor de y dado en el par ordenado

D. Recordando que si se tiene un valor de la pendiente negativo esto indica que la gráfica es estrictamente decreciente, no creciente como indica la proposición

Pregunta 51

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

51) Considere las siguientes afirmaciones referidas a la función f de la forma $f(x) = a^x$ y que contiene al punto $(5, 32)$:

- I. f es creciente en todo su dominio.
- II. La inversa de f corresponde a $f^{-1}(x) = \log_5(x)$.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: C

A. Solo la I es verdadera

B. Solo la I es verdadera

C. Se tiene la ecuación de la forma

$$f(x) = a^x$$

Utilizando el par ordenado dado $(5, 32)$ se puede obtener el valor de a que sería

$$32 = a^5 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2^x$$

Para funciones exponenciales se sabe que si

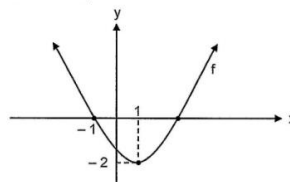
- $a > 1 \rightarrow$ función creciente
- $0 < a < 1 \rightarrow$ función decreciente

Tomando en cuenta esto se demuestra que la función si es creciente

D. Para que una función exponencial y logarítmica puedan ser inversas entre sí se debe cumplir que la base exponencial y que la base logarítmica sean la misma

Para las preguntas 52 y 53 se debe considerar lo siguiente

Para contestar los ítems 52 y 53 considere la siguiente función f , la cual es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$:



Pregunta 52

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

52) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f :

- I. $c > 0$
- II. $a < 0$

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: B

A. Ni I ni II son verdaderas

B. Es la respuesta correcta

C. En una función cuadrática el valor de “ c ” representa la intersección con el eje y

- Si $c > 0$ interseca en el eje y positivo
- Si $c < 0$ interseca en el eje y negativo
- Si $c = 0$ interseca en el origen de las coordenadas, es decir en el punto $(0, 0)$

Tomando esto en cuenta se observa que la intersección con el eje y es en la parte negativa por lo que $c < 0$

D. El valor de a en la función cuadrática representa la concavidad de la función

- Si $a > 0$ la función es cóncava hacia arriba
- Si $a < 0$ la función es cóncava hacia abajo

Tomando esto en cuenta se observa que esta función es cóncava hacia arriba por lo que $a > 0$

Pregunta 53

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

53) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f :

- Un cero de f corresponde a 3.
- El eje de simetría de f corresponde a $x = 1$.

De ellas son verdaderas

- ambas.
- ninguna.
- solo la I.
- solo la II.

Respuesta correcta: A

A. Es la respuesta correcta

B. Tanto I como II son verdaderas

C. Los ceros de la función corresponden a los puntos donde la función interseca al eje x , en este caso se observa que hay una intersección en el punto -1 , y de ese punto al eje de simetría en 1 hay una distancia de 2 unidades por lo que de ahí hacia el lado derecho a distancia debe ser la misma por lo que la otra intersección es en el punto 3 .

D. En $x=1$ hay un eje de simetría ya que “parte” la figura de manera que ambos lados son iguales

Pregunta 54

Se solicita el precio de uno de los artículos

54) Helena pagó por 2 limones y 3 guayabas ₡775, mientras que Omar gastó en 3 limones y 2 guayabas ₡850. Si ambos compraron a los mismos precios, entonces, cada limón costó ₡_____.

- 155
- 162
- 170
- 200

Definiendo la letra x para los limones y la letra y para las guayabas se puede crear el siguiente sistema de ecuaciones

$$2x + 3y = 775$$

$$3x + 2y = 850$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtienen los siguientes resultados

$$x = 200$$

$$y = 125$$

Respuesta correcta: D

A. No corresponde con el valor obtenido

B. No corresponde con el valor obtenido

C. No corresponde con el valor obtenido

D. Es la respuesta correcta

Pregunta 55

Se solicita la cantidad de años que transcurrieron de un censo a otro

55) La cantidad de personas “ p ” de una ciudad en función de los años “ t ” transcurridos está dada por $p(t) = 120\,000(1,1)^t$. Si en un primer censo se comprobó que había 132 000 personas en la ciudad y en un segundo se comprobó 175 692 individuos, entonces, ¿cuántos años transcurrieron de un censo a otro?

- 1
- 2
- 3
- 4

Brindan la siguiente ecuación

$$p(t) = 120\,000 \cdot (1,1)^t$$

Para el caso del primer censo se tendría que
 $p(t) = 132\ 000$

Entonces se tendría la siguiente ecuación

$$132\ 000 = 120\ 000 \cdot (1.1)^t$$

Y despejando para t se obtiene

$$t = 1 \text{ año}$$

Para el caso del segundo censo se tendría que
 $p(t) = 175\ 692$

Entonces se tendría la siguiente ecuación

$$175\ 692 = 120\ 000 \cdot (1.1)^t$$

Y despejando para t se obtiene

$$t = 4 \text{ años}$$

Solicitan los años que pasan del primer al segundo censo por lo que

$$t = 4 - 1 = 3 \text{ años}$$

Respuesta correcta: C

- A. No corresponde con el valor obtenido
- B. No corresponde con el valor obtenido
- C. Es la respuesta correcta
- D. No corresponde con el valor obtenido

Pregunta 56

Se solicita el valor de x

56) Las siguientes expresiones están relacionadas de tal forma que si $(m)^x = 16$, entonces, $\log_2(m) = -1$. ¿Cuál es el valor de x?

- A) 2
- B) 4
- C) -2
- D) -4

De la segunda ecuación se puede obtener el valor de m

$$\log_2(m) = -1 \rightarrow m = 0.5$$

Conociendo el valor de m se puede obtener el valor de x en la primera ecuación

$$m^x = 16 \rightarrow 0.5^x = 16 \rightarrow x = -4$$

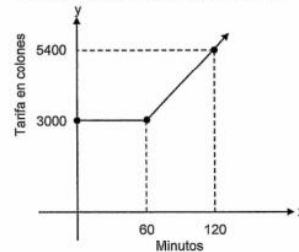
Respuesta correcta: D

- A. No corresponde con el valor obtenido
- B. No corresponde con el valor obtenido
- C. No corresponde con el valor obtenido
- D. Es la respuesta correcta

Pregunta 57

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

57) La siguiente gráfica muestra la cantidad de minutos disponibles para llamadas y la tarifa mensual (en colones) que ofrece una compañía de telefonía fija:



Considere las siguientes afirmaciones respecto a la cantidad de minutos que suman las llamadas realizadas desde los teléfonos fijos de clientes de la compañía en el mes de enero:

- I. Si el tiempo de duración de las llamadas realizadas por un cliente en enero sumaron 90 minutos en total, entonces, él debe pagar más de ₡4300 por el servicio de telefonía fija de ese mes.
- II. Si el tiempo de duración de las llamadas realizadas por un cliente en enero sumaron en total 50 minutos, mientras que las realizadas por un segundo cliente solo suman 25 minutos, entonces, el primero debe pagar el doble que el segundo por el servicio de telefonía fija de ese mes.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta: B

- A. Ni I ni II son verdaderas
- B. Es la respuesta correcta
- C. Considerando que el valor de minutos que indican que consumió el cliente fueron 90 y que este valor corresponde al promedio entre 60 y 120 minutos

$$\bar{x} = \frac{60 + 120}{2} \rightarrow \bar{x} = 90$$

El valor de la tarifa en colones en este caso también va a ser el promedio entre los dos valores dados en el eje y

$$\bar{y} = \frac{5400 + 3000}{2} \rightarrow \bar{y} = 4200$$

Valor que no corresponde con los 4300 indicados en el enunciado

D. Tanto 25 minutos como 50 minutos tienen la misma tarifa en colones dado que “caen” en la parte constante de la gráfica

Pregunta 58

Se solicita una función

58) En una academia de matemáticas se ofrece un curso de preparación para bachillerato de 23 lecciones. El costo por concepto de matrícula es de ₡12 000, más ₡3000 por cada lección que asista.

Una función que permite determinar el monto a pagar "p(x)" por estudiante en función de "x" cantidad de lecciones que asista corresponde a $p(x) =$ _____

- A) $3000x + 12\ 000$
- B) $3000x + 15\ 000$
- C) $15\ 000 + 23x$
- D) $12\ 000 + 23x$

La función que permite determinar el monto a pagar debe de ser de la forma lineal

$$p(x) = ax + b$$

Para saber que valor correspondería a cada letra se puede decir que el valor que multiplica a x será el costo por cada lección mientras que b será el monto inicial de matrícula, quedando la ecuación de la siguiente manera

$$p(x) = 3\ 000x + 12\ 000$$

Respuesta correcta: A

- A. Es la respuesta correcta
- B. No corresponde con la expresión obtenida
- C. No corresponde con la expresión obtenida
- D. No corresponde con la expresión obtenida

Pregunta 59

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

59) Considere la información de las siguientes tablas donde "x" es la variable independiente y "y" es la dependiente:

x	0	1	2	3	4
y	3	6	12	24	48

x	1	4	8	16	32
y	2	4	6	8	10

De acuerdo con la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables "x" y "y" en la tabla A involucra la función exponencial.
- II. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables "x" y "y" en la tabla B involucra la función logarítmica

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Respuesta correcta:

A. Solo I es correcta

B. Solo I es correcta

C. La sucesión para una función exponencial es sumativa para los valores de x y multiplicativa para los valores de y , tomar en cuenta que ese valor sumativo o multiplicativo debe de ser constante. En la Tabla A se observa que de un valor a otro hay una suma de 1 para los datos en x mientras que hay una multiplicación de un valor a otro de 2 para los datos en y

D. La sucesión para una función logarítmica es multiplicativa para los valores de x y sumativa para los valores de y , tomar en cuenta que ese valor sumativo o multiplicativo debe de ser constante. En la Tabla B se observa que de un valor a otro no hay un multiplicador constante para los datos en x mientras que hay una suma de un valor a otro de 2 para los datos en y ; aunque se cumpla una de las condiciones no se cumple para ambas por lo que no se cumple todo lo solicitado

Pregunta 60

Se pide saber cuáles proposiciones son verdaderas

60) Considere la información de las siguientes tablas donde "x" es la variable independiente y "y" es la dependiente:

x	0	1	4	9	16
y	0	2	4	6	8

x	0	1	2	3	4
y	0	2	6	12	20

De acuerdo con la información dada considere las siguientes proposiciones:

- I. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables "x" y "y" en la tabla A involucra la función raíz cuadrada.
- II. El modelo que mejor se adapta a la relación establecida entre las variables "x" y "y" en la tabla B involucra la función cuadrática.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II

Respuesta correcta: A

A. Es la respuesta correcta

B. Tanto I como II son verdaderas

C. La sucesión para una función raíz cuadrada es sumativa" de segundo orden para los valores de x

y sumativa para los valores de y. Para el caso de x lo que se busca es que el régimen de crecimiento sea constante. En la Tabla A se tiene la siguiente suma de valores +1, +3, +5, +7; se observa que el régimen de crecimiento es constante y lo que se suma es 2 para x mientras que para los valores de y se tiene una suma de un valor a otro de 2 para los datos.

D. La sucesión para una función cuadrática es sumativa para los valores de x y sumativa" de segundo orden para los valores de y. Para el caso de y lo que se busca es que el régimen de crecimiento sea constante. En la Tabla B se tiene la siguiente suma de valores +2, +4, +6, +8; se observa que el régimen de crecimiento es constante y lo que se suma es 2 para y mientras que para los valores de x se tiene una suma de un valor a otro de 1 para los datos.