Solucionario de Examen de Matemáticas Octavo / Tercer Ciclo de la EGBA / Convocatoria 02-2021

Pregunta 1

Explicación: Para poder comprobar las proposiciones es necesario convertir las fracciones a expresión decimal. En el caso de la fracción propia (su numerador es menor que su denominador) e impropia (su numerador es mayor que su denominador), sólo se debe realizar la respectiva división, mientras que en el caso de la fracción mixta (compuesta de una parte entera y otra fraccionaria) se debe primero realizar la división de la parte fraccionaria y este resultado sumarlo al número entero. Así, se tiene que:

$\rightarrow \frac{2}{3} = 0,\overline{6}$ $\rightarrow \frac{7}{2} = 3,5$ $\rightarrow 3\frac{1}{2} = 3 + 0,5 = 3,5$

Proposición I: Establece que $2,3 = 0,\overline{6}$, lo cual es **falso**.

Proposición II: Establece que $3,5 = 3,5$, lo cual es **verdadero**.

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 2

Explicación: Se debe convertir la expresión de fracción mixta a fracción impropia. Para esto, primero se debe colocar el signo del número entero si este es negativo. Luego, se mantiene el mismo denominador y el numerador es la suma del producto del número entero (sin el signo) por el denominador más el numerador del número mixto. Así:

$$-6\frac{1}{5} = -\frac{6\ x\ 5 + 1}{5} = -\frac{30 + 1}{5} = \frac{-31}{5}$$

Opción D) **Correcta**.

Pregunta 3

Explicación: Se divide el numerador entre el denominador. El resultado tiene forma de expansión decimal infinita periódica, la cual se denota colocando una raya horizontal encima del periodo. Así:

$$\frac{7}{3} = 2,333333\ldots = 2,\overline{3}$$

Opción D) **Correcta**.

Pregunta 4

Explicación: Para comprobar las proposiciones es necesario convertir las fracciones a expresión decimal. Por lo tanto, se tiene que $5/2$ es 2,5 y $2/3$ corresponde a $0,\overline{6}$.

Proposición I: Ya que $5/2$ es igual a 2,5, es **verdadera.**

Proposición II: Ya que $0,\overline{6}$ es menor que 1 es **verdadera**.

Opción A) **Correcta**: Ambas proposiciones son verdaderas.

Pregunta 5

Explicación: Para comprobar las proposiciones es necesario convertir las fracciones a expresión decimal. Así, 4/7 es aproximadamente 0,57 y 3/5 es 0,6.

Proposición I: Es **falsa** ya que 0,57 es menor que 0,6.

Proposición II: Es **verdadera** ya que 3 es más que la mitad de 5.

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 6

Explicación: Primero es necesario calcular la raíz cuarta de 16/81, cuyo resultado corresponde a una fracción. Para encontrar el numerador de dicha fracción se debe buscar qué número multiplicado por sí mismo cuatro veces da como resultado 16, lo cual es lo mismo a buscar qué número elevado a la cuatro da como resultado 16. Así, como $2^4 = 16$, el numerador corresponde a 2. Similar para el denominador, se tantea en busca de cual número elevado a la cuatro da resulta 81. Así, como $3^4 = 81$, el denominador corresponde a 3. Seguidamente se realiza la suma se fracciones. Como ambas tienen el mismo denominador este se conserva y el numerador se obtiene de la suma de los numeradores. Finalmente, es necesario simplificar dividiendo 6 entre 3 según se muestra a continuación:

$$\sqrt[4]{\frac{16}{81}}+\frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{2+4}{3}=\frac{6}{3}=2$$

Opción A) **Correcta**.

Pregunta 7

Explicación: Para poder realizar la suma y obtener el resultado de forma exacta primero es necesario convertir 0,6 de expansión decimal finita a una fracción cuyo numerador corresponde al mismo número escrito sin la coma decimal (06, es decir, 6 ya que los ceros a la izquierda no se toman en cuenta), mientras que el denominador corresponde a la potencia de 10 cuyo exponente es la cantidad de números que haya después de la coma. En este caso, hay sólo 1 número después de la coma por lo que el denominador corresponde a 10 ($10^1 = 10$). Por ende, 0,6 corresponde a 6/10, cuya fracción simplificada es 3/5 tras dividir tanto el numerador como el denominador por 2. Seguidamente se suma 4/3 con 3/5 de manera que el denominador es el producto de ambos denominadores (3x5 = 15) y el numerador es la suma del primer numerador multiplicado por el segundo denominador más el primer denominador multiplicado por el segundo numerador (4x5 + 3x3 = 20 + 9 = 29). En este caso, no es necesario simplificar la fracción resultante. Según la explicación:

$$\frac{4}{3}+0{,}6 \quad \rightarrow \frac{4}{3}+\frac{6}{10} \quad \rightarrow \frac{4}{3}+\frac{3}{5} \quad \rightarrow \frac{4x5+3x3}{3x5}=\frac{29}{15}$$

Opción D) **Correcta**.

Pregunta 8

Explicación: Para poder realizar la resta es necesario convertir 1,3 de expansión decimal finita a fracción, lo cual resulta en 13/10. Seguidamente, como ambas fracciones tienen el mismo denominador, este se conserva y el numerador corresponde la resta de los numeradores $(13-21=-8)$. Así, el resultado corresponde a $-8/10$, el cual tras simplificar dividiendo tanto el numerador como el denominador por 2 corresponde a $-4/5$.

Opción C) **Correcta**.

Pregunta 9

Explicación: Para realizar la división de las fracciones primero es necesario convertir 0,5 de expansión decimal finita a fracción, lo cual resulta en 1/2 (5/10 = 1/2 tras simplificar). Seguidamente, el numerador de la fracción resultante se obtiene de multiplicar el primer numerador por el segundo denominador, mientras que el denominador de la fracción resultante se obtiene de multiplicar el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción. Finamente, se debe simplificar. Así:

$$\frac{9}{4}\div 0{,}5 \quad \rightarrow \frac{9}{4}\div\frac{5}{10} \quad \rightarrow \frac{9}{4}\div\frac{1}{2}=\frac{9x2}{4x1}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$$

Opción B) **Correcta**.

Pregunta 10

Explicación: Aplicando leyes de potencias, $(2)^{-3}=(1/2)^3=1/8$. A continuación, se debe realizar primero la división, por lo que se debe convertir 2,5 a fracción, resultando 25/10. Por ende, al dividir 1/8 entre 25/10 se obtiene como resultado 10/200, lo cual es necesario simplificar eliminando un cero tanto del numerador como del denominador. Finalmente, a 1/4 se le resta 1/20 resultando 1/5 tras simplificar. Según lo anterior:

$$\frac{1}{4}-(2)^{-3}\div 2{,}5 \quad \rightarrow \frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\div 2{,}5 \quad \rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1^3}{2^3}\div 2{,}5 \quad \rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{8}\div 2{,}5 \quad \rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{8}\div\frac{25}{10}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1x10}{8x25} \quad \rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{20}=\frac{1x20-4x1}{4x20}=\frac{20-4}{80}=\frac{16}{80}=\frac{8}{40}=\frac{4}{20}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

Opción A) **Correcta**.

Pregunta 11

Explicación: En primer lugar, se debe realizar la división entre $2/5$ y $-1/6$. Seguidamente, se debe convertir la fracción mixta a impropia para poder restar esta con la fracción previamente obtenida según se muestra a continuación:

$$1\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\div\frac{-1}{6} \quad \rightarrow 1\frac{1}{3}+\frac{2x6}{-5x1} \quad \rightarrow 1\frac{1}{3}-\frac{12}{5} \quad \rightarrow \frac{1\text{x}3+1}{3}-\frac{12}{5} \quad \rightarrow \frac{4}{3}-\frac{12}{5}$$

$$\rightarrow \frac{4x5-3x12}{3x5}=\frac{20-36}{15}=-\frac{16}{15}$$

Opción C) <u>**Correcta.**</u>

Pregunta 12

Explicación: Como se va a sembrar dos quintas partes del terreno, la fracción sin sembrar corresponde a la facción complementaria, es decir, tres quintos (se mantiene el denominador, mientras que el numerador se calcula tal que $5-2=3$). Para obtener la cantidad de metros cuadrados sin sembrar se debe multiplicar la fracción obtenido por el área total del terreno:

$$\frac{3}{5}\text{ x } 6000\ m^2 = 3600\ m^2$$

Opción D) <u>**Correcta.**</u>

Pregunta 13

Explicación: La fracción complementaria de $5/6$ corresponde a $1/6$ ya que $6-5=1$. Por ende, la cantidad en colones que tiene pendiente de pagar se calcula multiplicando $1/6$ por el precio total del celular (360 000 colones). Así:

$$\frac{1}{6}\text{ x } 360\ 000 \text{ colones} = 60\ 000 \text{ colones}$$

Opción A) <u>**Correcta.**</u>

Pregunta 14

Explicación: Los lados homólogos u homotéticos son los que ocupan el mismo lugar en la figura semejante. Así, si se rota 180° KLMNT, es más evidente que el lado homólogo a KL corresponde a CD.

Opción B) <u>**Correcta.**</u>

Pregunta 15

Explicación: El ángulo BCD es homólogo al ángulo TKL debido a la correspondencia de los puntos según las figuras semejantes.

Opción A) **Correcta.**

Pregunta 16

Explicación: El criterio L-L-L (lado-lado-lado) garantiza la semejanza entre el ΔABC y el ΔDBE debido a sus lados son proporcionales: $\overline{AB}$ y $\overline{DB}$ se encuentran en la misma línea, similar sucede con $\overline{BC}$ y $\overline{BE}$, además de que el enunciado indica que $\overline{AC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos. Además, hay que recordar que los criterios de semejanza son A-A (ángulo-ángulo), L-A-L (lado-ángulo-lado) y L-L-L, por lo que las demás opciones no son verdaderas.

Opción A) **Correcta.**

Pregunta 17

Explicación: Las proposiciones presentan razones de proporcionalidad, las cuales hay que verificar si son verdaderas. Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda multiplicada (o dividida) por ese mismo número.

Proposición I: Es **falsa**, ya que habría que invertir alguna de las dos fracciones para que haya concordancia (lados del triángulo grande en el numerador y lados del triángulo pequeño en el denominador, o viceversa).

Proposición II: Es **verdadero**, ya que en el numerador se encuentran las hipotenusas y en los denominadores los lados horizontales, al mismo tiempo que los lados de la primera fracción corresponden al triángulo grande y los de la segunda fracción al triángulo pequeño.

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 18

Explicación: El criterio A-L-A (ángulo-lado-ángulo) garantiza la congruencia entre el ΔAMF y el ΔATF ya que dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado correspondido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente (el lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 19

Explicación: La sumatoria de los ángulos internos del triángulo es 180°. Además, como los triángulos son semejantes, se sabe que el $\measuredangle C$ corresponde a 50°. Así, el $\measuredangle D$ se calcula como $180° - 38° - 50° = 92°$.

Opción D) **Correcta.**

Pregunta 20

Explicación: Para averiguar la medida del $\overline{\mathrm{EF}}$ se utiliza el teorema de Thales que dice: "si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra", de manera que de las siguientes razones se despeja el segmento deseado:

$$\frac{\overline{\mathrm{EF}}}{12} = \frac{10}{8} \qquad \rightarrow \overline{\mathrm{EF}} = \frac{10 \text{ x } 12}{8} = 15$$

Opción B) **Correcta.**

Pregunta 21

Explicación: Para averiguar la altura de la torre se utiliza el teorema de Thales, por ejemplo, colocando en los numeradores las alturas y en los denominadores las sombras. Además, los valores de la fracción de la izquierda corresponden a la torre, mientras que los de la fracción del lado derecho de la ecuación corresponden a la varilla:

$$\frac{\text{Altura torre}}{24} = \frac{2}{3} \qquad \rightarrow \text{Altura torre} = \frac{2 \text{ x } 24}{3} = 16$$

Opción B) **Correcta.**

Pregunta 22

Explicación: La altura de la pirámide es el segmento perpendicular a la base, que une la base con el vértice (punto P). La apotema de la base de la pirámide es la distancia desde el punto central de un lado de la base hasta el centro de la base.

Proposición I: Es **falsa**, la altura de la pirámide está representada por $\overline{\mathrm{PQ}}$.

Proposición II: Es **falsa**, la apotema de la base está representada por $\overline{\mathrm{QR}}$.

Opción B) **Correcta**: Ninguna proposición es verdadera.

Pregunta 23

Explicación: El ápice o cúspide de la pirámide es el punto exterior al plano de la base, formada a su vez por sus propios vértices.

Proposición I: Es **verdadera**, P representa el ápice o cúspide de la pirámide.

Proposición II: Es **verdadera**, al ser el plano paralelo a la base, su forma al cortar la pirámide es también rectangular.

Opción A) **Correcta**: Ambas proposiciones son verdaderas.

Pregunta 24

Explicación: En un prisma triangular recto, la altura es igual cualquier arista lateral. Además, este tiene tres caras laterales de forma rectangular.

Proposición I: Es **falsa**, $\overline{BY}$, $\overline{CZ}$ y $\overline{AX}$ son los segmentos que representan la atura.

Proposición II: Es **verdadera**.

Opción D) **<u>Correcta</u>**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 25

Explicación: El prisma posee dos bases, una representada el ΔXYZ y la otra por el ΔABC. Por otro lado, la sección plana que se obtiene al intersecar el prisma con un plano paralelo al plano de la base corresponde a un triángulo.

Proposición I: Es **verdadera** según la explicación.

Proposición II: Es **falsa**, debido a que el plano de intersección que se propone es perpendicular.

Opción C) **<u>Correcta</u>**: Sólo la proposición I es verdadera.

Pregunta 26

Explicación: Ya que 80 000 es un monto fijo, este representará el intercepto "b" en la función $y = mx + b$, siendo así independiente de la cantidad de personas "x" que asistan, mientras que 7000 se debe multiplicar por cada persona que asista al evento. Así, la representación algebraica que modela el costo total "y" de la actividad en colones corresponde a $y = 7000x + 80000$.

Opción C) **<u>Correcta</u>**.

Pregunta 27

Explicación: Se debe sustituir cada valor de "x" en la función $y = 5x - 50$ para comprobar así la correspondencia de cada valor de "y" según las opciones. Por ejemplo, si se tiene $x = 0$, $y = 5 \cdot 0 - 50 = -50$. No obstante, ninguna de las opciones presentadas contiene todos los valores correctos, de manera que la opción más cercana es la B, tomando en cuenta que le falta el signo negativo en el valor de "y" para $x = 0$.

Opción B) **<u>Más cercana a la opción correcta.</u>**

Pregunta 28

Explicación: Se aplica la ley que indica que la potencia de una potencia resulta en otra potencia con la misma base elevada al producto de los exponentes. Así: $(-3x^2y^5)^2 = (-3)^2x^{2\cdot 2}y^{5\cdot 2} = 9x^4y^{10}$

Opción D) **Correcta.**

Pregunta 29

Explicación: Se sustituye los valores de las variables "a" y "b" y finalmente se realizan las operaciones en el orden adecuado: paréntesis, exponentes, multiplicación y división (de izquierda a derecha), suma y resta (de izquierda a derecha). Así: $ab^2 - 25 = 3 \cdot (-2)^2 - 25 = 3 \cdot 4 - 25 = 12 - 25 = -13$

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 30

Explicación: Dos monomios son semejantes si tienen la misma parte literal (es decir, las letras o variables elevadas a la misma potencia, en este caso). Por tanto, dos monomios semejantes sólo se diferencian en el coeficiente (es decir, el valor numérico que multiplica a la parte literal).

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 31

Explicación: Para realizar la suma de dos o más polinomios, se deben sumar los coeficientes de los términos cuya parte literal sean iguales, es decir, las variables y exponentes (o grados) deben ser los mismos en los términos a sumar. Por otro lado, el producto de potencias con base idéntica es igual a una potencia de igual base, elevada a la suma de los exponentes.

Proposición I: Es **falsa**, ya que $5 + 4 = 9$ y la parte literal se mantiene resultando $9x^2$

Proposición II: Es **verdadera**, ya que $-10 \cdot 8 = -80$ y $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2}$, resultando en conjunto $-80x^5$

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 32

Explicación: Se aplica suma de polinomios, así el orden de operaciones correcto. Además, hay que recordar que un signo positivo delante de un paréntesis no afecta al signo del monomio, mientras que un signo negativo delante de un paréntesis le cambia el signo al monomio. Así: $(2x + 7y) - (8x - 5y) = 2x + 7y - 8x + 5y = -6x + 12y$

Opción B) **Correcta.**

Pregunta 33

Explicación: Se aplica la multiplicación de polinomios de manera que multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio. Se suman los monomios del mismo grado. Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican. Así:

$(9x - 2)(4x + 3) = 36x^2 + 27x - 8x - 6 = 36x^2 + 19x - 6$

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 34

Explicación: Se aplicar la formula notable correspondiente al cuadrado de una suma: $(a + b)^2 = a^2+2ab + b^2$ y la fórmula notable correspondiente a suma por diferencia: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Proposición I: Es **falsa**, ya que $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Proposición II: Es **verdadera**, ya que $(a - 5)(a + 5) = a^2 - 5^2 = a^2 - 25$

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 35

Explicación: Una ecuación es una igualdad algebraica en la cual aparecen letras (incógnitas) con valor desconocido.

Proposición I: Es **falsa** debido a que no hay una igualdad (no está el símbolo "=").

Proposición II: Es **verdadera** debido a que cumple con la explicación.

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es una ecuación.

Pregunta 36

Explicación: El conjunto que contiene todas las soluciones de una ecuación es llamado el conjunto solución para esa ecuación. Si una ecuación no tiene soluciones, se representa como Ø el conjunto solución, lo cual significa el conjunto nulo o vacío. Por otro lado, si se cumple la ecuación al sustituir en "x" cualquier valor del conjunto de todos los números reales, se dice que la expresión tiene infinitas soluciones.

Proposición I: Es **falsa** ya que al sustituir la "x" como cero, la igualdad se cumple. Es decir, el conjunto solución de la ecuación se representa como $\{0\}$.

Proposición II: Es **verdadera** ya que, al realizar la operación del lado izquierdo de la ecuación, esta resulta como $8x - 2 = 8x - 2$, de manera que sin importar por cual se sustituya la "x", la igualdad ser va a cumplir.

Opción D) **Correcta**: Sólo la proposición II es una ecuación.

Pregunta 37

Explicación: Se despeja la variable, es decir, se reescribe una ecuación equivalente en la que la variable está a un lado de la ecuación y todo lo demás está al otro lado de la ecuación. Por ejemplo, cuando la ecuación contiene una suma o una resta, usas la operación inversa (resta y suma, respectivamente) para "deshacer" la operación y así despejar la variable. Además, la operación inversa a la multiplicación corresponde a la división. Así:

$\rightarrow 8(2-7x)=4(1+3x)$, multiplicando los números enteros por el correspondiente paréntesis:

$\rightarrow 16-56x=4+12x$, colocando los números del lado izquierdo y las variables del lado derecho de la ecuación:

$\rightarrow 16-4=12x+56x$, realizando la resta y la suma:

$\rightarrow 12=68x$, despejando la variable:

$\rightarrow \frac{12}{68}=x$, simplificando la fracción:

$\rightarrow \frac{3}{17}=x$

Opción A) **<u>Correcta</u>**.

Pregunta 38

Explicación: Se despeja la variable "k" en términos de "a" y "c", es decir, "k" va a estar sola a un lado de la ecuación y los demás términos van a estar al otro lado. Así:

$\rightarrow 4k+6a=5c$

$\rightarrow 4k=5c-6a$

$\rightarrow k=\frac{5c-6a}{4}$

Opción B) **<u>Correcta</u>**.

Pregunta 39

Explicación: Se despeja la variable "x" en términos de las demás variables. Para esto, hay que extraer "x" como factor común, lo cual consiste en separar el elemento que sea común en cada término de una expresión, es decir, que se repita en todos los términos y colocarlo multiplicando a los términos en los que estaba inicialmente. Además, hay que recordar que, en la multiplicación, el orden de los factores no altera el producto, es decir, 2x1 va a resultar en lo mismo que 1x2. En este caso, por ejemplo, puede suceder que usted al despejar haya colocado "af", mientras que en la respuesta aparezca como "fa", pero finalmente ambos términos significan lo mismo. Por otro lado, al pasar a multiplicar del otro lado de la ecuación un polinomio que anteriormente estaba en el denominador de una fracción (es decir, dividiendo), es necesario colocarle paréntesis a todo el polinomio para no perder de vista el orden correcto de las operaciones por realizar. Los paréntesis se pueden remover una vez no sean necesarios. Así:

$\rightarrow \frac{ax+b}{cx-d} = \frac{e}{f}$, pasando ambos denominadores a multiplicar al respectivo lado de la ecuación:

$\rightarrow f(ax+b) = e(cx-d)$, multiplicando las variables por los términos de los paréntesis:

$\rightarrow fax + bf = cxe - de$, despejando los términos con “x” al lado izquierdo de la ecuación:

$\rightarrow fax - cxe = -de - bf$, aplicando factor común en el lado izquierdo de la ecuación:

$\rightarrow x(fa - ce) = -de - bf$, despejando x:

$\rightarrow x = \frac{-de - bf}{fa - ce}$

Opción D) <u>**Correcta**</u>.

Pregunta 40

Explicación: Se resuelve el problema por medio de ecuaciones, la cuales se deben pensar según lo indicado en el enunciado. En este caso, se usará “s” como variable para representar la cantidad de sandías, y “m” para representar la cantidad de melones. La cantidad de sandías corresponde al doble de la cantidad de melones (2 veces “m”) disminuido en 10, es decir: $s = 2m - 10$. Además, se indica que entre estas 2 frutas se compraron un total de 32 unidades, es decir, que al sumar ambas cantidades se tienen 32 frutas de manera que: $s + m = 32$. Por ende, primero se debe sustituir “s” en la segunda ecuación para poder obtener el valor numérico de “m” y así finalmente despejar el valor numérico de “s”. Así:

$\rightarrow s + m = 32$, donde $s = 2m - 10$, entonces sustituyendo "s":

$\rightarrow 2m - 10 + m = 32$, sumando semejantes:

$\rightarrow 3m - 10 = 32$, despejando m:

$\rightarrow 3m = 32 + 10$

$\rightarrow 3m = 42$

$\rightarrow m = \frac{42}{3}$

$\rightarrow m = 14$

Sustituyendo “m” para obtener “s”:

$\rightarrow s = 2m - 10$

$\rightarrow s = 2(14) - 10$

$\rightarrow s = 28 - 10$

$\rightarrow s = 18$

Opción D) <u>**Correcta**</u>.

Pregunta 41

Explicación: Se resuelve el problema por medio de ecuaciones. Primero, el enunciado indica que En la caja A hay el doble de la cantidad de bola que hay en caja B, es decir, $A = 2B$. Luego, se indica que en la caja B hay cinco bolas más que en la caja C, a modo de ecuación: $B = C + 5$. Finalmente, entre las tres cajas hay un total de 63 bolas, a modo de ecuación: $A + B + C = 63$. Ahora, es necesario sustituir A y B en términos de C en la ecuación anterior para poder así encontrar el valor numérico de C y luego sustituir este para calcular el valor numérico de A. Así:

$\rightarrow A = 2B$, donde $B = C + 5$, entonces sustituyendo B:

$\rightarrow A = 2(C + 5) = 2C + 10$

Ahora, se tiene que $A + B + C = 63$

Sustituyendo $A = 2C + 10$ y $B = C + 5$:

$\rightarrow 2C + 10 + C + 5 + C = 63$

$\rightarrow 4C + 15 = 63$

$\rightarrow 4C = 63 - 15$

$\rightarrow 4C = 48$

$\rightarrow C = \frac{48}{4} = 12$

Sustituyendo C para obtener A:

$\rightarrow A = 2C + 10$

$\rightarrow A = 2(12) + 10$

$\rightarrow A = 24 + 10$

$\rightarrow A = 34$

Opción D) **Correcta**.

Pregunta 42

Explicación: Para calcular el recorrido, simplemente se resta el valor mínimo del valor máximo. En este caso, la cantidad de horas máxima corresponde a 14 y la cantidad mínima de horas es 4.

Proposición I: Es **verdadera** ya que $14 - 4 = 10$.

Proposición II: Es **falsa** porque la cantidad máxima de horas diarias que se labora en esa empresa es de 14.

Opción C) **Correcta:** Sólo la proposición I es verdadera.

Pregunta 43

Explicación: Para calcular la media aritmética primero se debe multiplicar cada cantidad de horas por su respectiva frecuencia absoluta. Luego, se suman todos los resultados anteriores para posteriormente dividirlos entre la suma de las frecuencias absolutas. Esto se puede hacer por pasos o todos en una sola ecuación tal que:

$$\text{Media aritmética} = \frac{4(8) + 8(8) + 10(5) + 12(4) + 14(1)}{8 + 8 + 5 + 4 + 1} = \frac{32 + 64 + 50 + 48 + 14}{26} = \frac{208}{26} = 8$$

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 44

Explicación: En aquellas situaciones para las cuales el resultado de un experimento es no predecible sin llevarlo a la práctica, se dice que este resultado depende del azar y la situación se denomina aleatoria. Además, recordar que un número primo es un número entero que solamente es divisible por él mismo (positivo y negativo) y por la unidad (positiva y negativa). En este caso, el 2, 3, 5 únicamente serían números primos. El número 1 no es primo porque solo tiene un divisor.

Proposición I: Es **falsa** ya que siempre se va a obtener una bola roja ya que todas son de este color, es decir, no depende del azar.

Proposición II: Es **verdadera** ya que hay no todos los números de las bolas son primos.

Opción D) **Correcta:** Sólo la proposición II es verdadera.

Pregunta 45

Explicación: Las situaciones deterministas son aquellas donde los sucesos ocurren con seguridad, es decir, se conoce el resultado con certeza. En este caso, obtener una bola con un número mayor que cero es certero ya que las bolas están numeradas de 1 al 6.

Opción D) **Correcta.**

Pregunta 46

Explicación: La cantidad de puntos muestrales corresponde a la cantidad de resultados probables del evento. En este caso, hay 4 pelotas con los siguientes números impares: 1, 3, 5 y 7.

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 47

Explicación: El espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Como se está considerando tres lanzamientos, se debe considerar todas las posibles combinaciones entre escudo y corona.

Opción D) **Correcta.**

Pregunta 48

Explicación: Un evento simple contiene un único punto muestral, mientras que un evento compuesto contiene más de un punto muestral.

Proposición I: Es **falsa** ya que hay 3 caras rotuladas con números pares.

Proposición II: Es **falsa** ya que sólo hay una cara rotulada con un número mayor a 5, la del 6.

Opción B) **Correcta:** Ninguna proposición es verdadera.

Pregunta 49

Explicación: En un evento probable no se puede predecir con certeza el resultado del experimento, pero se puede analizar las posibilidades. Por otro lado, un evento imposible tiene probabilidad cero, ya que no presenta posibilidad de ocurrir.

Proposición I: Es **verdadera** ya que al menos una de las caras está rotulada con el número 1.

Proposición II: Es **verdadera** ya que ninguna cara está rotulada con números negativos o el cero.

Opción A) **Correcta:** Ambas proposiciones son verdaderas.

Pregunta 50

Explicación: El evento seguro es el cual tiene probabilidad 1, ya que como su nombre lo dice es seguro que ocurra. Además, el resultado favorable de un evento corresponde a la probabilidad de este y se calcula como los casos favorables divididos entre los casos posibles.

Proposición I: Es **verdadera** ya que todos los números de las caras del dado son menores a siete.

Proposición II: Es **verdadera** ya que el caso favorable es uno (obtener un 3) y los casos posibles son seis, por ende, la probabilidad es 1/6 (un sexto).

Opción A) **Correcta:** Ambas proposiciones son verdaderas.

Pregunta 51

Explicación: Hay 7 números impares (3, 5, 7, 9, 11, 13 y 15) y 3 números pares (6, 8 y 16) en el espacio muestral E.

Proposición I: Es **falsa** porque la probabilidad de obtener un número par corresponde a 3/10, mientras que de obtener un número impar es de 7/10 en vez de 6/10 (lo cual sería el doble de 3/10).

Proposición II: Es **verdadera** ya que la probabilidad de obtener un tres es 1/10 al igual que la obtener un número par mayor que ocho ya que esta corresponde a la probabilidad de obtener un dieciséis.

Opción D) **Correcta:** Sólo la proposición II es verdaderas.

Pregunta 52

Explicación: Los números impares menores que ocho son 3 (3, 5, 7), por ende, la probabilidad se calcula como 3 casos favorables divididos entre los 10 casos posibles.

Opción C) **Correcta.**

Pregunta 53

Explicación: La probabilidad de obtener al azar de E un número primo corresponde a 5 casos favorables (3, 5, 7, 11, 13) entre 10 casos probables, es decir, 5/10.

Opción B) **Correcta.**

Pregunta 54

Explicación: Se debe considerar como casos probables únicamente los totales de cada departamento según lo propuesto, similar con los casos favorables según el grado académico especificado, se debe considerar sólo el número de la columna del departamento correspondiente.

Proposición I: Es **falsa** porque sólo hay 1 empleado de los 10 del departamento A con grado académico de maestría, por ende, la probabilidad de elegirlo al azar es 1/10 (0,1).

Proposición II: Es **falsa** porque en el departamento B hay 4 empleados con bachillerato de los 8, por ende, la probabilidad corresponde a 4/8.

Opción B) **Correcta:** Ninguna de las proposiciones son verdaderas.

Pregunta 55

Explicación: Se debe de no sólo calcular la probabilidad propuesta para el departamento que indica la proposición, sino además comparar dicho resultado a las probabilidades de los otros departamentos para el mismo evento.

Proposición I: Es **falsa** porque la probabilidad de elegir al azar un empleado con grado de licenciatura en el departamento D es 4/20 (0,5 expresado en notación decimal), mientras que para el departamento C es de 3/30 (0,1). Por ende, la menor probabilidad para dicho evento se obtendría al hacer la elección en el departamento C.

Proposición II: Es **falsa** porque la probabilidad de elegir al azar un empleado con doctorado en el departamento C es 2/30 (0,06), mientras que para el departamento A es de 1/10 (0,1). Por ende, la mayor probabilidad para dicho evento se obtendría al hacer la elección en el departamento A.

Opción B) **Correcta:** Ninguna de las proposiciones son verdaderas.