

Solucionario examen Matemáticas Octavo Específica / Convocatoria 01-2023

En el siguiente solucionario, se dará una argumentación breve sobre las respuestas del examen y el procedimiento correspondiente para encontrar estas respuestas.

Pregunta 1

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: A la hora de evaluar se encuentra que una tiene una extensión limitada y la otra continúa hasta el infinito, por lo que la primera es exacta y la segunda es periódica.

I. $\frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow \text{Exacta}$

II. $\frac{2}{3} = 0,6\bar{6} \rightarrow 6 \left(\frac{2}{3} \right) = 6(0,6\bar{6}) = 3,9\bar{9} \rightarrow \text{Periódica}$

Pregunta 2

Respuesta correcta: B) Ninguna

Explicación: Para el primer caso se tiene que 0.2 no es mayor que 1.5, por lo que es falsa.

Para el segundo caso, $\frac{1}{12}$ que es aproximadamente 0.083 es diferente de 1.2, por lo que también es falsa.

I. $\frac{1}{5} = 0,2 > \frac{3}{2} = 1,5 \rightarrow \text{Falso}$

II. $\frac{1}{12} \simeq 0,083 \neq 1,2 \rightarrow \text{Falso}$

Pregunta 3

Respuesta correcta: A) 6/5

Explicación: Las fracciones impropias son las que el numerador es mayor que el denominador por definición, por lo que todas las opciones son impropias, pero la única que es igual a $3 \cdot (2/5)$ es la A.

$$3 \left(\frac{2}{5} \right) = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Pregunta 4

Respuesta correcta: C) Solo la I

Explicación: Para el primer caso, un litro y medio es igual a 1.5 Litros = $\frac{3}{2}$ Litros, por lo que es verdadero.

Para el segundo caso, 0.66 Litros es más que 0.5 Litros, por lo que es falso.

I. Sobró litro y medio de pintura verde:

Verde : $\frac{3}{2} \text{Litros} = 1,5 \text{Litros} \rightarrow \text{Verdadero}$

II. Sobró menos de medio litro de pintura blanca:

Blanca : $\frac{2}{3} \text{Litros} = 0,6\bar{6} \text{Litros} > 0,5 \text{Litros} \rightarrow \text{Falso}$

Pregunta 5

Respuesta correcta: D) Solo la II

Explicación: Para el primer caso, $1(1/4)$ es diferente de $5/4$, por lo que es falso.

$1.25 = 5/4$ por lo que es la misma cantidad de litros, así que es verdadera.

I. Sobró $1(1/4)$ litros de pintura verde:

Azul : $\frac{5}{4} \text{Litros} = 1,25 \text{Litros} \neq \frac{1}{4} \text{Litros} = 0,25 \text{Litros} \rightarrow \text{Falso}$

II. La cantidad de litros de pintura roja y de azul que sobraron fue la misma:

Rojo : $1,25 \text{Litros} = \frac{5}{4} \text{Litros} = \text{Azul} : \frac{5}{4} = 1,25 \text{Litros} \rightarrow \text{Verdadero}$

Pregunta 6

Respuesta correcta: B) 3/5

Explicación: Al ser una fracción heterogénea se utiliza la técnica de multiplicación en cruz, con lo que se obtiene que al simplificar $30/50 = 3/5$.

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{10} = \frac{4 \times 10 - 2 \times 5}{5 \times 10} = \frac{40 - 10}{50} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Pregunta 7

Respuesta correcta: C) -1

Explicación: La raíz cuadrada de 4 es 2, por lo que se multiplica el 2 con el -2 (- * + = -), así que queda $-4 + 3 = -1$.

$$\sqrt{4}(-2) + 3 = 2(-2) + 3 = -4 + 3 = -1$$

Pregunta 8

Respuesta correcta: Todas incorrectas

Explicación: En este caso, al hacer un análisis se tiene que la pregunta no tiene asociada ninguna de las respuestas ya que plantea una resta entre $6/5$ y $6/5$ por lo que este resultado tiene que dar cero.

Pregunta 9

Respuesta correcta: B) Ninguna

Explicación: I. La raíz cuadrada de 64 es 8, por lo que es falso.

II. La raíz cuadrada de -32 no existe, porque no puede haber raíces negativas, por lo que es falso.

$$\begin{aligned} I. \sqrt{64} &= 8 \neq 32 \rightarrow \text{Falso} \\ II. \sqrt[5]{-32} &= -2 \rightarrow \text{Falso} \end{aligned}$$

Pregunta 10

Respuesta correcta: A) ₡7500

Explicación: Emiliano compró **un** pargo rojo, por lo que se multiplican los kilogramos comprados, por lo que vale cada kilo.

Anotación: Si hubiera comprado más de uno, se aplica lo mismo (se multiplica la cantidad de pargos comprados por los kilos comprados por el precio por kilo).

$$1\left[3\left(\frac{1}{2}\right)\right] \times 5000 = 7500$$

Pregunta 11

Respuesta correcta: A) 8 puntos

Explicación: Para saber a cuantos puntos equivale cada fracción, solo hay que multiplicar las fracciones, por los puntos totales para tener un aproximado de los puntos (en este caso es un número entero).

$$60pts\left(\frac{2}{15}\right) = 8pts$$

Pregunta 12

Respuesta correcta: C) Solo la I

Explicación: I. Para este caso se suman las fracciones respectivas de los puntos de las materias correspondientes ($7/30$ de aritmética y $4/15$ de álgebra) y se multiplican por el total de puntos como se hizo anteriormente para ver aproximadamente a cuantos puntos del total valen, en este caso 30pts.

II. Se revisa aproximadamente a cuantos puntos equivale $1/7$ de 60pts y luego se hace la misma multiplicación del total de puntos por la suma de las fracciones correspondientes a las materias para luego comparar resultados y verificar que son diferentes.

$$\begin{aligned} 60pts\left(\frac{7}{30} + \frac{4}{15}\right) &= 30pts \rightarrow \frac{60pts}{2} = 30pts \rightarrow \text{Verdadero} \\ 60pts\left(\frac{1}{7}\right) &\simeq 8,57 \sim 9pts \neq 60pts\left(\frac{1}{5} + \frac{7}{30}\right) = 26pts \rightarrow \text{Falso} \end{aligned}$$

Pregunta 13

Respuesta correcta: B) 1/6

Explicación: Al ser un examen que tiene 60 puntos disponibles habrá que **restarles** todos los puntos pertenecientes a otras materias (por eso en primera instancia se multiplica por 1), luego al encontrar que sobran 10 puntos, se plantea ‘¿cuál es la fracción de puntos que, al multiplicarla por la totalidad de estos, nos de 10 puntos?’ y se despeja la incógnita.

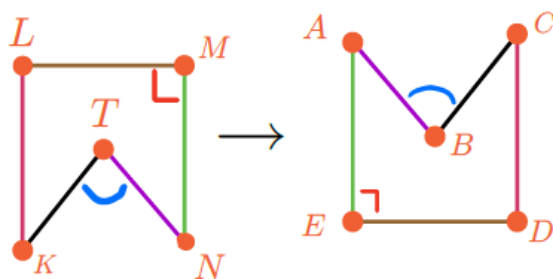
$$60 \times \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{2}{15} - \frac{7}{30} - \frac{4}{15}\right) = 10$$

$$\rightarrow 60 * ? = 10 \rightarrow ? = 1/6$$

Pregunta 14

Respuesta correcta: A) NML

Explicación: Al ser una transformación de un polígono, realmente sigue siendo el mismo pero representado de forma diferente, por lo tanto, sus lados, ángulos o vértices permanecen invariantes al menos en su ‘localización’ en el polígono. Esto se puede ver en el código de colores utilizado para el re-dibujo del polígono, donde se aprecia que aunque cambia de dirección, todos los lados se mantienen ‘iguales’.



Pregunta 15

Respuesta correcta: C) CD

Explicación: Se aprecia con la misma explicación y dibujo anterior.

Pregunta 16

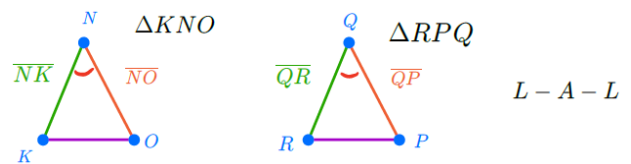
Respuesta correcta: D) Lado, lado, lado

Explicación: En este caso, no se tiene información de los ángulos correspondientes ni se nota alguno recto a simple vista. Además, los 3 lados de ambos triángulos tienen máximo común múltiplo ($MN = 6 \times 4$ y $RP = 4 \times 4$, $NO = 3 \times 6$ y $PQ = 2 \times 6$ y lo mismo pasa en el último segmento).

Pregunta 17

Respuesta correcta: A) L-A-L

Explicación: Se deja en claro la similitud entre el ángulo situado en Q y el situado en N, se recomienda hacer un dibujo para analizar las otras dos similitudes entre $NK \approx QR$ y $NO \approx QP$. Estas se aprecian en el código de colores del dibujo.



Pregunta 18

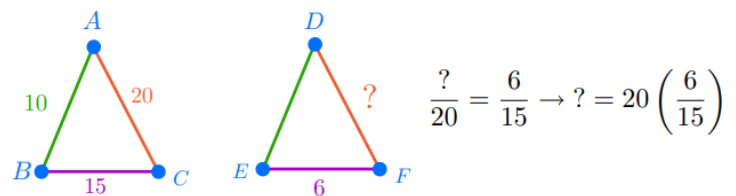
Respuesta correcta: D) BCA

Explicación: El título de un ángulo $\sphericalangle 123$ se puede leer como el ángulo que sale desde el punto 2 y llega tanto al punto 1 como al punto 3

Pregunta 19

Respuesta correcta: C) 8

Explicación: Por ley de triángulos semejantes se tiene que las razones de sus lados respectivamente semejantes (distinguibles por el código de colores) son iguales, ya a partir de eso se plantean y se despeja la incógnita.



Pregunta 20

Respuesta correcta: B) 13.75

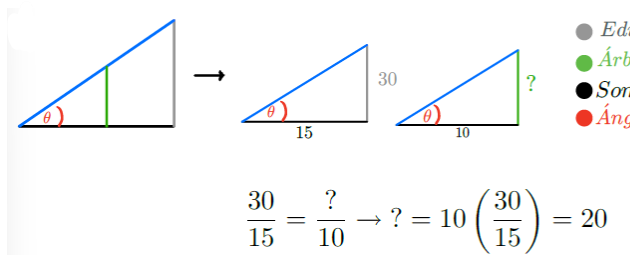
Explicación: Se sabe que, por regla de triángulos semejantes, debido a que comparten ángulos se tiene que la relación entre sus longitudes es igual, con lo que:

$$\frac{11}{10} = \frac{x}{12,5} \rightarrow x = 12,5 \left(\frac{11}{10} \right) = 13,75$$

Pregunta 21

Respuesta correcta: C) 20

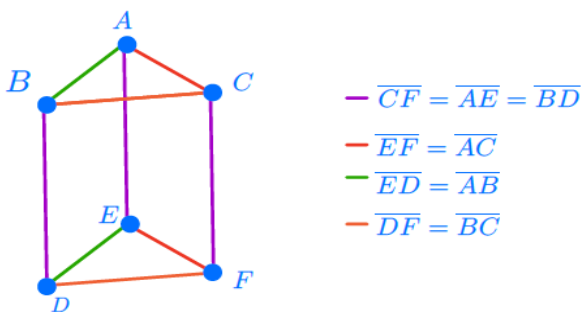
Explicación: De forma semejante al ejercicio anterior, sus longitudes comparten la misma relación al ser triángulos semejantes.



Pregunta 22

Respuesta correcta: A) CF

Explicación: En el caso del dibujo, este tiene tres líneas correspondientes a su altura, los cuales están demarcados por las líneas moradas, al igual que tiene 2 bases que son los dos triángulos que se asemejan de la forma representada en las líneas de la derecha por el código de colores.



$$\cong \triangle ABC = \triangle EDF$$

Pregunta 23

Respuesta correcta: D) BDEA

Explicación: En este caso se tiene que las caras del prisma son los dos triángulos y los tres rectángulos que están formando el polígono. Con lo anterior se tiene que las 4 opciones son de cuatro puntos (del tipo ABCD) por lo que la cara a las que se refieren son rectángulos ya que pasan por cuatro puntos, esto deja solo 4 opciones:

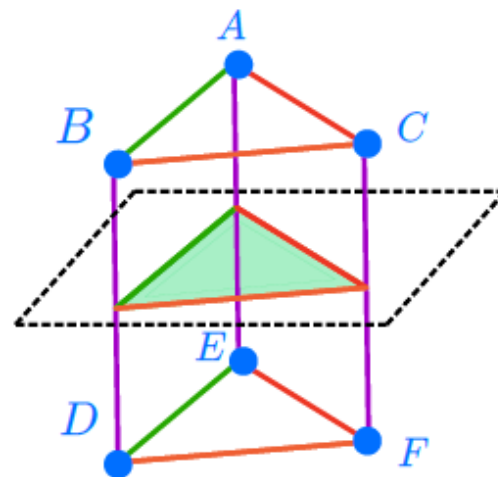
$$\square ABDE \cong \square ACFE \cong \square BCFD$$

Donde todas estas son posibles respuestas, por lo que al seguir los puntos de las opciones uno tiene que ser semejante a cualquiera de estas opciones ($\square 1234$ es semejante a $\square 3412$ porque pasa por los mismos 4 puntos, aunque lo haga en diferente orden), con lo que la única respuesta que forma un polígono de cuatro lados es BDEA.

Pregunta 24

Respuesta correcta: B) Triángulo

Explicación:



Pregunta 25

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: I. El segmento 'PO' se ve que es solo correspondiente a la altura de la pirámide debida al análisis de la figura.

II. Al recordar que la apotema es el segmento que une el centro de un polígono (en este caso P) con el lado de este (en este caso 'DC', pero pudo haber sido 'CB', 'BA' o 'AD'), con lo que para el caso de la pirámide se cumple.

Pregunta 26

Respuesta correcta: C) Solo la I

Explicación: A la hora de plantear que cada 'y' representa un kilómetro y además que cada 'x' representa un minuto invertido en la caminata se tiene que los puntos dejan ver que se traza una línea recta (a esto se le llama una 'gráfica lineal'). Este mapeo (la línea recta se puede apreciar con los puntos negros dibujados en la gráfica) está asociado a las intersecciones entre los minutos invertidos y los kilómetros a los que corresponden (ver gráfica), con lo que la gráfica si representa bien la situación.

Pregunta 27

Respuesta correcta: C) 10000 – 500x

Explicación: Cuando se dice que 'algo' (en este caso el precio) disminuye ya se entiende que la pendiente va a ser negativa: $a \cdot x + b \rightarrow a < 0$. Con lo anterior se eliminan ya las dos primeras opciones. Además, se nombra que el precio inicial o también 'máximo' va a ser de +\$10000, por lo que se puede encontrar la expresión de esta forma.

Pregunta 28

Respuesta correcta: B) 2^2x^4

Explicación: Recordar que los monomios semejantes son los que tienen la misma parte

literal y coeficientes diferentes, por lo que la única que comparte la parte literal es la B.

Pregunta 29

Respuesta correcta: B) $-10a^5b^5$

Explicación: Se tiene que al ser una multiplicación entre polinomios se puede separar en números e incógnitas para ser más entendible. Ya con las incógnitas separadas se conservan bases y se suman exponentes cuando estos están siendo multiplicados por lo que la operación es tal que:

$$\begin{aligned} & (-5a^3b^2)(2a^2b^3) \\ &= (-5 \cdot 2)(a^3 \cdot a^2)(b^2 \cdot b^3) \\ &= -10a^5b^5 \end{aligned}$$

Pregunta 30

Respuesta correcta: A) 3

Explicación: Se tiene que a la hora de evaluar el menos de la primera expresión se cancela (esto ya que $- \cdot - = +$) y luego permanece el menos de la segunda expresión ya que no está siendo afectado por nada.

$$x^2 + \frac{x}{y} = (-2)^2 + \frac{(-2)}{(2)} = 4 - 1 = 3$$

Pregunta 31

Respuesta correcta: D) $2a^3 + 2b^2 - 2c^2$

Explicación: Las a's con igual exponente se suman al igual que las b's y c's con igual exponente.

Pregunta 32

Respuesta correcta: C) xy

Explicación: A la hora de hacer la simplificación las z's se cancelan y se restan los exponentes de las otras para dejar una 'x' (ya que $x^3/x^2 = x$) y una 'y' (ya que $y^2/y = y$).

Pregunta 33

Respuesta correcta: C) 20x

Explicación: El perímetro está dado por la suma de los lados por lo que al sumar las expresiones se tiene que $5x + 5x + 5x + 5x = 20x$.

Pregunta 34

Respuesta correcta: B) $25x^2$

Explicación: El área de un cuadrado está definida como la multiplicación de sus lados tal que con lados l , el área del cuadrado está definida por $l \cdot l$.

$$A = 5x \cdot 5x = 25x^2$$

Pregunta 35

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: Ambas son ecuaciones, esto ya que ambas tienen variables y están igualadas a algo.

Pregunta 36

Respuesta correcta: B) $-3 + y$

Explicación: Si se despeja en términos de x se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} x - y &= -3 \\ \rightarrow x - y + y &= -3 + y \\ \rightarrow x &= -3 + y \end{aligned}$$

Pregunta 37

Respuesta correcta: D) 2

Explicación:

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 0 \\ \rightarrow 2x &= 4 \rightarrow \left(\frac{2}{2}\right)x = \frac{4}{2} = 2 \\ \rightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Pregunta 38

Respuesta correcta: A) 0

Explicación: A la hora de tener una expresión sin sumas o restas igualada a cero la incógnita también será cero.

Pregunta 39

Respuesta correcta: B) 12

Explicación: Se puede plantear como una ecuación con $x =$ años. Por lo que:

$$1x + 2x = 3x = 36$$

$$x = 36/3 = 12$$

Pregunta 40

Respuesta correcta: C) 20

Explicación: Se escribe la expresión dada tal que:

$$\rightarrow 3x - 10 = 50$$

$$\rightarrow 3x = 60 \rightarrow x = \frac{60}{3}$$

$$\rightarrow x = 20$$

Pregunta 41

Respuesta correcta: B) 8

Explicación: Esta se resuelve utilizando los números dados para encontrar el resultado que coincida, se puede iniciar pensando que $3 \cdot 7 = 21$, por lo que se puede partir de que tiene que ser un número cercano a este.

Pregunta 42

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: I. 81 es el número que más se repite, por lo que esta es la moda.

II. El puntaje máximo del B fue 90, frente al 87 del equipo A.

Pregunta 43

Respuesta correcta: C) 77,5

Explicación: El promedio es la suma de todos los resultados dividido entre el número de estos:

$$P = \frac{2 \cdot 65 + 70 + 75 + 3 \cdot 81 + 2 \cdot 85 + 87}{10} = 77.5$$

Pregunta 44

Respuesta correcta: D) Solo la II

Explicación: I. Esta es una situación de azar ya que el resultado no está asegurado.

II. Aunque este diga 'al azar' esta es una situación determinista ya que el resultado está completamente asegurado.

Pregunta 45

Respuesta correcta: C) Solo la I

Explicación: I. El resultado es totalmente al azar y no está asegurado, por lo que representa una situación aleatoria.

II. El resultado está asegurado, por lo que es una situación determinista.

Pregunta 46

Respuesta correcta: A) {B, N, R}

Explicación: El espacio muestral evidencia los resultados posibles, y los resultados posibles son Blanco, Negro y Rojo, con lo que este espacio cumple las condiciones.

Pregunta 47

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: I. Las bolas van desde el 1 al 10, por lo que el espacio muestral es: $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, donde el 1 pertenece.

II. Si se cuentan los puntos muestrales son 10 en total.

Pregunta 48

Respuesta correcta: D) Entre 3 y 6

Explicación: Los eventos simples son los resultados más seguros que se puedan dar de un experimento, por lo que al tener un dado con esas especificaciones sus sucesos más seguros son los 4 números entre el 3 y el 6.

Pregunta 49

Respuesta correcta: D) Menor que 3

Explicación: Se tiene que el dado solo tiene las siguientes posibilidades: $\{3,4,5,6\}$, con lo que un número menor a tres es imposible.

Pregunta 50

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: I. El evento es compuesto ya que tiene varias opciones que son posibles $\{3,4\}$.

II. Es seguro que ambas condiciones se darán ya que el espacio muestral entero ya de por sí cumple las condiciones iniciales.

Pregunta 51

Respuesta correcta: B) Ninguna

Explicación: I. La probabilidad de obtener las fichas verdes es igual a la de las rojas.

II. Existe solo una azul y dos verdes, por lo que la probabilidad de obtener una verde va a ser mayor a la del azul.

Pregunta 52

Respuesta correcta: C) 3/12

Explicación: Se dividen la cantidad de fichas blancas entre todas las fichas posibles:

$$\frac{3}{4 + 3 + 2 + 2 + 1} = \frac{3}{12}$$

Pregunta 53

Respuesta correcta: D) 2/10

Explicación: Se dividen la cantidad de dulces blancos entre todas las posibilidades:

$$\frac{2}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{2}{10}$$

Pregunta 54

Respuesta correcta: C) 3

Explicación: La mayor probabilidad de dulces de maracuyá no es la que más tenga en cantidad, sino la que más tenga en comparación a la cantidad de

dulces que tenga en la totalidad de la bolsa.

1. $\frac{4}{10} = 0,4$
2. $\frac{5}{19} = 0,27$
3. $\frac{6}{12} = 0,5$
4. $\frac{7}{16} = 0,41$

Pregunta 55

Respuesta correcta: A) Ambas

Explicación: I. No hay dulces de guanábana en la bolsa número 2.

II. Los cuatro tipos de dulces mencionados están incluidos en la bolsa y no hay otro tipo de dulce que pueda arruinar las probabilidades, por lo que el evento es seguro.